



# Etude du couplage convection-rayonnement en cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh en ambiances habitables

Laurent Cadet

## ► To cite this version:

Laurent Cadet. Etude du couplage convection-rayonnement en cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh en ambiances habitables. Thermique [physics.class-ph]. Université de La Rochelle, 2015. Français. NNT : 2015LAROS022 . tel-01373457

**HAL Id: tel-01373457**

**<https://theses.hal.science/tel-01373457>**

Submitted on 28 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École doctorale : Science et Ingénierie en Matériaux,  
Mécanique, Energétique et Aéronautique

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**Université de la Rochelle**

**Spécialité doctorale “Energétique et thermique”**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Laurent CADET**

le 7 décembre 2015

## **Étude du couplage convection-rayonnement en cavité différentiellement chauffée à haut nombre de Rayleigh en ambiances habitables**

### **Jury**

<b>M. Anouar SOUFIANI ,</b>	DR-CNRS, École Centrale Paris	Rapporteur
<b>M. Jean-Philippe LAVAL,</b>	CR-CNRS HdR, Université de Lille	Rapporteur
<b>M. Eric CHENIER,</b>	MCF HdR, Université de Marne la Vallée	Examineur
<b>M. Denis LEMONNIER,</b>	DR-CNRS, ENSMA-Université de Poitiers	Examineur
<b>M. Shihe XIN,</b>	Professeur, Université de Lyon	Examineur
<b>Mme Anne SERGENT,</b>	MCF HdR, LIMSI-Université Paris 6	co-directrice
<b>M. Patrice JOUBERT,</b>	Professeur, Université de la Rochelle	directeur de thèse
<b>M. Didier SAURY,</b>	Professeur, ENSMA-Université de Poitiers	co-directeur

**Université de la Rochelle**

**Laboratoire LaSIE**

UMR CNRS 7356, Avenue Michel Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex 1 - France



---

## Remerciements

Je tiens en ces quelques paragraphes, témoigner de ma gratitude envers un certains nombre de personnes qui ont contribué, durant ces 3 années, à ces travaux de thèse.

En premier lieu, je souhaite remercier mes directeurs de thèse, sans qui ces trois années me seraient paru très longues. Pr. Didier SAURY, le Poitevin, l'expérimentateur, le spécialiste de la "*petite bête*" qui traîne toujours dans les résultats. Un homme aux multiples qualités, tant humaine que professionnelle, avec qui j'ai partagé de très bons moments à Poitiers et à l'étranger. Puis Dr. Anne SERGENT, (depuis peu, HdR!), la Parisienne, la numéricienne, celle qui n'est JAMAIS à court d'idées, celle qui vint me chercher au Portugal et qui me proposa cette thèse. Je n'oublierai jamais sa motivation sans failles et sa force de proposition qui, combinée à son "*bagout*" légendaire, en font une encadrante d'élite. Et enfin Pr. Patrice JOUBERT, le Rochellais, le directeur, le patron, l'ami. L'homme qui m'a accueilli les bras ouverts et qui fit tout pour que cette thèse se déroule dans les meilleures conditions. Son implication ainsi que son humanité m'ont permis d'aborder ces 3 années sereinement tant sur le plan personnel que professionnel, faisant de lui mon modèle pour mes expériences d'encadrement futures. Je garderai un excellent souvenir de l'ensemble de mes encadrants et j'espère avoir l'opportunité de travailler avec eux durant les années à venir.

Outre l'équipe d'encadrement officielle, je souhaite remercier chaleureusement Mr. Denis LEMMONIER, directeur de recherche CNRS à Poitiers, qui fût un élément central dans ma compréhension du rayonnement qui, je l'avoue, était un domaine particulièrement obscur et opaque dans les premiers mois de ma thèse. Aussi, je garderai un souvenir ému de cet homme bon, au grand cœur et présentant des capacités pédagogiques exceptionnelles. De plus, je lui suis reconnaissant d'avoir accepté d'être examinateur au sein de mon jury.

Je remercie également Mr. Shihe XIN, professeur à Lyon, pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. Je suis également reconnaissant envers Mr. Anouar SOUFIANI, directeur de recherche à Centrale Paris, et Mr. Jean-Philippe LAVAL, chargé de recherche à Lille, pour l'intérêt qu'ils ont accordé à mon manuscrit en acceptant d'en être rapporteurs et pour avoir fait parti de mon jury. Je suis également reconnaissant envers Mr. Éric CHENIER, maître de conférence à Marne la vallée pour avoir accepté d'être l'un de mes examinateurs.

Cependant, ces travaux n'auraient jamais abouti sans l'implication de mon entourage. Aussi, je souhaite remercier en premier lieu ma famille et en particulier ma sœur Nathalie pour m'avoir soutenu durant toutes ces années et pour avoir participé activement à la réalisation du pot de soutenance. De plus, je souhaite remercier ma mère et mon père pour leur implication et l'ensemble des sacrifices réalisés afin de me permettre de réaliser ma scolarité dans les meilleures conditions. D'autre part, je souhaite remercier Étienne, Vincent et Jean-François (alias Jeff), mes vieux amis de l'ESTACA, pour m'avoir supporté durant ces nombreuses années (10 ans!) et pour avoir été présent à la soutenance.

Je tiens également à remercier les doctorants et jeunes docteurs avec qui j'ai partagé ces 3 dernières années. Aussi, je remercie Kamilia, Lisa, Nissrine (alias *la souris*) et Mireille qui m'ont supporté durant mes premières années de thèse avant de voler de leurs propres ailes (pour certains). Je remercie également Adrien (GROS), Malek, Kevin et Alexandra (alias *ma-ma*) pour me supporter encore aujourd'hui bien que docteurs bien avant moi! Je tiens à remercier Rayan pour avoir été là pour moi et pour m'avoir soutenu durant les moments dif-



---

ficiles. Je remercie mes camarades de "promo" : Yacine, Nabil, Raymond, Serge, Rémi, Zaïd, Imam, Moussa et Cyrille avec qui j'ai partagé des moments de joie et surmonté les difficultés pour soutenir à quelques jours d'intervalles. Et je remercie également la nouvelle génération de doctorant formée par Djanna, Brice, Pierre, Mourad, Rachid, Guillaume, Imane, Simon, Mathilde, Anne, Aurianne, Juliette et j'en passe, qui devront surmonter moult épreuves au cours des prochaines années.

Je tiens cependant à faire une spéciale dédicace à mes collègues de bureau que sont Thomas (alias Sancho) l'impassible, Ahmad le juste et généreux, Ahmed ... le "*cordiale*", Valérian (alias Valou) le vendeur de boîte noir, ainsi que les anciens que sont Alice la séduisante, Nora la matriarche, Ismail le soleil et Petra la poisse qui ont tous participé à la mise en place de la réputation (bonne ou mauvaise, dépend du point de vue) du bureau 053A.

Amicalement vôtre,  
Laurent (alias LoLo).

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction et Bibliographie</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	2
1.2	État de l’art en cavité différentiellement chauffée en convection turbulente . .	2
1.3	Influence du rayonnement sur les transferts de chaleur et de quantité de mou- vements . . . . .	4
1.4	Objectifs de la thèse . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Configuration d’étude et Mise en équations</b>	<b>13</b>
2.1	Configuration d’étude . . . . .	14
2.2	Modélisation de la convection naturelle . . . . .	15
2.3	Modélisation du transfert radiatif . . . . .	27
2.4	Couplage convection-rayonnement . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Méthodes Numériques</b>	<b>43</b>
3.1	Discrétisation du problème convectif . . . . .	44
3.2	Discrétisation du problème radiatif . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Stratégies de Parallélisation Hybride</b>	<b>65</b>
4.1	Glossaire . . . . .	66
4.2	Paradigmes de parallélisations . . . . .	67
4.3	Parallélisation du problème convectif . . . . .	70
4.4	Parallélisation du problème radiatif . . . . .	71
4.5	Prise en compte du couplage convection-rayonnement . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Validation des Méthodes Numériques</b>	<b>105</b>
5.1	Convection pure . . . . .	106
5.2	Rayonnement pur . . . . .	109
5.3	Couplage convection-rayonnement . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Étude du Couplage Convection-Rayonnement : application à la grande cavité</b>	<b>113</b>
6.1	Configurations Numériques explorées . . . . .	114
6.2	Nombre de Rayleigh modéré $Ra = 1,5 \times 10^9$ . . . . .	115
6.3	Nombre de Rayleigh intermédiaire $Ra = 4 \times 10^{10}$ . . . . .	128
6.4	Très haut nombre de Rayleigh $Ra = 1,2 \times 10^{11}$ . . . . .	151
<b>7</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>169</b>
7.1	Conclusion . . . . .	170
7.2	Perspectives . . . . .	173

# Liste des figures

2.1	Représentation de la cavité différentiellement chauffée et de ses diverses propriétés. (gauche) propriétés convectives et (droite) propriétés radiatives de la cavité. . . . .	15
2.2	Représentation schématique des différentes échelles spatiales présentes dans la cavité . . . . .	19
2.3	Représentation schématique du spectre d'énergie turbulente en fonction du nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$ dans le cas de la convection forcé. ( $\lambda$ est ici la longueur d'onde). . . . .	20
2.4	Illustration de la similarité des échelles spatiales associées au filtre implicite. Description des filtres spatiaux implicite (i.e. maillage) et explicite. . . . .	25
2.5	Illustration de la définition de la luminance radiative monochromatique $I_\nu(r, \vec{s})$ issue de la surface $dS$ , de surface apparente $dS'$ ( $\vec{s}$ est normale à $dS'$ ), le long de la direction $\vec{s}$ de cosinus directeurs $(\mu, \eta, \xi)$ dans un angle solide $d\Omega$ . . . . .	27
2.6	Spectre d'absorption de l'eau $\kappa_k$ et fonction de Planck normalisée à 300 K en fonction du nombre d'onde $k = 1/\lambda$ (données issues de la base de donnée HITRAN [Rothman et al., 2009]). . . . .	31
2.7	Construction de la fonction de distribution $F(C, T_g, T_b)$ (Cf. [Solovjov et al., 2014] pour plus de détails). . . . .	35
2.8	Évaluation des coefficients de pondération $a_l$ . . . . .	36
2.9	Définition de l'épaisseur de couche limite thermique $\delta_T$ . . . . .	40
2.10	Définition de l'épaisseur de couche limite cinétique $\delta_c$ . . . . .	41
3.1	Localisation des variables scalaires (p,T) et vectorielles (u,v) sur le maillage collocatif. . . . .	52
3.2	(gauche) Localisation des variables scalaire (p,T) et vectorielles (u,v) en maillage décalé (MAC). (droite) Représentation des volumes de contrôle associés aux variables scalaire et vectorielles. . . . .	53
3.3	Discretisation de l'ETR. Définition de la direction $\vec{s}_m$ (a), définition du volume de contrôle, des luminances et de leurs localisations (b). . . . .	58
3.4	Méthode de résolution directe de l'ETR par balayage du domaine dans le cas 2D, pour une direction $s_m$ telle que $(\mu_m, \eta_m) > 0$ . . . . .	61
3.5	Illustration de la méthode de balayage de domaine dans le cas 2D pour la résolution de l'équation 3.81 pour toute direction $\vec{s}_m$ . . . . .	61
4.1	Représentation schématique d'un système à mémoire distribuée. . . . .	68
4.2	Représentation schématique d'un système à mémoire partagée. . . . .	69
4.3	Illustrations schématiques d'un système hybride (gauche) et des différents niveaux de communications inter-processus au sein d'une architecture hybride. . . . .	70

4.4	Illustration de la décomposition de domaine MPI (gauche) et de la sous-décomposition de domaine OpenMP par processus MPI (centre). Représentation des cellules fantômes (droite) utilisées pour les communications inter-processus MPI. . . .	71
4.5	Illustration de la décomposition de domaine MPI (gauche) et de la sous-décomposition de domaine OpenMP par processus MPI (centre). Représentation des cellules fantômes (droite) utilisées pour les communications inter-processus MPI. . . .	71
4.6	Principe du pipeline logiciel dans le cas d'un nid de boucle à double dépendance 2D. (gauche) Approche initiale basée sur un système à mémoire partagé. (centre) Approche MPI à décomposition de domaine 1D. (droite) Tableau d'activation des processeurs dans le cas d'une répartition équilibrée de la charge. .	74
4.7	Application du pipeline logiciel dans le cas d'un nid de boucle à double dépendance 2D suivant une décomposition de domaine 2D. (gauche) Début de la méthode et (droite) 4 étapes plus tard. . . . .	74
4.8	Principe de la méthode de propagation de front d'onde 2D appliquée à la luminance $I(\vec{s})$ dans la direction $\vec{s}$ telle que $(\mu, \eta) > 0$ . (A) Illustration des Hyperplans $H^n$ et de leurs dépendances. (B) Extrapolation de la méthode à l'échelle des processus MPI. (C) Graphe de dépendance temporelle des séquences de résolution parallèle du problème radiatif à l'échelle des processus MPI. . . . .	75
4.9	Principe de la méthode de propagation de front d'onde 2D appliquée à la luminance $I(\vec{s})$ dans la direction $\vec{s}$ telle que $(\mu, \eta) > 0$ (A). (B) Processus de résolution appliqué à un set de directions appartenant au quadrant (octant en 3D) défini par $(\mu, \eta) > 0$ . (C) Tableau d'activation des processus MPI au cours des différentes séquences. . . . .	76
4.10	Illustrations du software pipelining appliquée à la méthode de propagation de fronts d'ondes. . . . .	77
4.11	Illustration de la méthode multi-fronts dans une configuration 2D. Les cellules rouges correspondent aux lieux de collisions de deux fronts ou plus sur un même processus. . . . .	78
4.12	Évolution de la performance, de l'accélération et de l'efficacité en fonction du nombre de processus MPI pour un maillage de $160 \times 160 \times 160$ cellules. . . . .	80
4.13	Évolution de la performance, de l'accélération et de l'efficacité en fonction du nombre de processus MPI. . . . .	82
4.14	Illustration de la méthode de décomposition de 10 bandes spectrales sur 2 threads. . . . .	83
4.15	Illustration de la méthode ADP pour laquelle chaque thread est affecté à un octant et débute d'un coin donné du domaine . . . . .	84
4.16	Illustration de la méthode RDP pour laquelle l'espace angulaire formée par les $N_{dir}$ directions est décomposée sur l'ensemble des threads indépendamment des dépendances associées à chaque octant. . . . .	84
4.17	Illustration de la méthode de propagation de front d'onde en OpenMP où les threads se déplacent sur le maillage. . . . .	85
4.18	Illustration de la méthode de propagation de front d'onde par block en approche OpenMP où les threads sont fixes sur le maillage et les informations sont échangées entre threads. . . . .	87
4.19	Illustration de la méthode de propagation de front d'onde par block combinée au direction-pipelining. . . . .	87
4.20	Illustration de la discrétisation de l'espace direction/gaz sur l'ensemble des threads OpenMP. . . . .	87

4.21 Évolution de la performance, de l'accélération et de l'efficacité en fonction du nombre de threads OpenMP pour un maillage de $80 \times 80 \times 80$ cellules. . . . .	89
4.22 Explication simplifiée de la latence mémoire en OpenMP dès lors que les accès mémoires ne sont pas locaux. . . . .	90
4.23 Évolution de la performance et de l'efficacité en fonction du nombre de threads OpenMP. . . . .	93
4.24 Modèle d'architecture mixte employé. . . . .	94
4.25 Illustration de la combinaison de la méthode MPI <i>WF + SP</i> et de la méthode OpenMP <i>WF</i> en approche hybride. . . . .	95
4.26 Illustration de la combinaison de la méthode MPI <i>WF + SP</i> et de la méthode OpenMP <i>WF-B + SP</i> en approche hybride. . . . .	96
4.27 Illustration de la combinaison de la méthode MPI <i>WF + SP</i> et de la méthode OpenMP <i>SDP + RDP</i> en approche hybride. . . . .	96
5.1 Validation de notre LES par rapport à la DNS de [Sergent et al., 2013b]. . . . .	108
5.2 Validation de notre LES par rapport à la LES <i>IRC</i> et aux données expérimentales de [Sergent et al., 2013a] pour $x = L_x/2$ et $y = L_y/2$ . . . . .	108
5.3 Iso-contours de flux radiatif net de paroi et de terme source radiatif et comparaison avec les données de référence de [Soucasse et al., 2012] (méthode de Monte-Carlo). . . . .	109
5.4 Puissance radiative volumique à (gauche) $x = 0.25m$ et (droite) $x = 0,75m$ . . . . .	110
5.5 Puissance radiative volumique à (gauche) $x = 0.25m$ et (droite) $x = 0,75m$ extrait de [Soucasse et al., 2012]. . . . .	110
5.6 Comparaison avec les résultats de [Soucasse et al., 2012] à mi-profondeur. . . . .	112
6.1 Description de l'approche <b>implicite</b> appliquée dans cette étude. . . . .	115
6.2 Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur $Y = L_y/2$ . Les résultats expérimentaux sont extraits de [Salat, 2004]. . . . .	117
6.3 Grandeurs thermiques et cinétiques moyennes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>PC-PC implicite</i> (gauche) et <i>GC-PC implicite</i> (droite). . . . .	118
6.4 Grandeurs cinétiques extraites dans la partie basse de la cavité à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude. Les résultats expérimentaux sont issus de [Salat, 2004]. . . . .	119
6.5 Grandeurs cinétiques extraites dans la partie haute de la cavité à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude. Les résultats expérimentaux sont issus de [Salat, 2004]. . . . .	120
6.6 Grandeurs thermiques et cinétiques turbulentes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>PC-PC implicite</i> (gauche) et <i>GC-PC implicite</i> (droite). . . . .	121
6.7 Iso-surfaces de critère $\lambda_2$ colorées par la vorticité verticale $\omega_z$ pour les configurations <i>PC-PC implicite</i> (gauche) et <i>GC-PC implicite</i> (droite). . . . .	122
6.8 Température moyenne à la paroi frontale pour les configurations <i>GC-PC implicite</i> (gauche) et <i>GC-PC explicite</i> (droite). . . . .	123
6.9 Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ . . . . .	124
6.10 Stratification thermique à mi-largeur $X = L_x/2$ et à mi-profondeur $y = L_y/2$ . . . . .	124
6.11 Grandeurs cinétiques moyennes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>GC-PC explicite</i> (gauche) et <i>GC-PC implicite</i> (droite). . . . .	125
6.12 Température $\langle \theta \rangle$ à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>GC-PC explicite</i> (gauche) et <i>GC-PC implicite</i> (droite). . . . .	126
6.13 Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude pour $z/H = 0,8$ et $z/H = 0,7$ . . . . .	126

6.14	Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude pour $z/H = 0,3$ et $z/H = 0,2$ . . . . .	127
6.15	Iso-surfaces de critères $\lambda_2$ colorées par la température $\theta$ pour les configurations <i>GC-PC explicite</i> (gauche) et <i>GC-PC implicite</i> (droite). . . . .	127
6.16	Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011]. . . . .	132
6.17	Grandeurs thermiques moyennes extraites à la paroi frontale $y = 0$ pour les configurations <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	133
6.18	Lignes de courants colorées par l'énergie cinétique moyenne à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,00$ ) (gauche), <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (milieu) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	134
6.19	Champs de température et de vitesse horizontale moyennes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>adiabatique</i> (gauche), <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (centre) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	135
6.20	Extraction au sein de la couche limite de la paroi chaude à $y = L_y/2$ . . . . .	136
6.21	RMS de température et énergie cinétique turbulente à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>adiabatique</i> (gauche), <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (centre) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	136
6.22	Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude ( <i>a,c,e,g</i> ) et de la paroi froide ( <i>b,d,f,h</i> ). Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011]. . . . .	137
6.23	Iso-surfaces de critères $\lambda_2$ colorées par la température $\theta$ pour les configurations <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,00$ ) (gauche), <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (milieu) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	140
6.24	Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ . . . . .	143
6.25	Extraction de température à la paroi avant ( $y = 0$ ). De <i>gauche à droite</i> : <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 0\%$ ), <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 100\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 0\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 100\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 0\%$ ) et <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 100\%$ ). . . . .	144
6.26	Extraction de Nusselt convectif à la paroi avant ( $y = 0$ ). De <i>gauche à droite</i> : <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 0\%$ ), <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 100\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 0\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 100\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 0\%$ ) et <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 100\%$ ). . . . .	144
6.27	Composante verticale de la vitesse extraite à mi-profondeur $y = L_y/2$ , au voisinage de la paroi chaude ( <i>a,c</i> ) et de la paroi froide ( <i>b,d</i> ). . . . .	145
6.28	Composante verticale de la vitesse extraite à mi-profondeur $y = L_y/2$ , au voisinage de la paroi chaude ( <i>a,c</i> ) et de la paroi froide ( <i>b,d</i> ). . . . .	146
6.29	Profils de vitesse vertical (haut), température $\theta$ (centre) et terme source radiatif (bas) dans les CL actives à mi-profondeur et $z/H = 0,85$ . . . . .	147
6.30	Extraction au sein de la couche limite de la paroi chaude à $y = L_y/2$ . . . . .	148
6.31	Extractions de champs cinétiques et radiatifs à mi-profondeur $y = L_y/2$ et mi-largeur $x/L_x = 0,5$ . . . . .	148
6.32	Profil de température à mi-profondeur $y = L_y/2$ et mi-largeur $x/L_x = 0,5$ . . . . .	149
6.33	Température $\langle \theta \rangle$ à mi-profondeur $y = L_y/2$ . De <i>gauche à droite</i> : <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 0\%$ ), <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 100\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 0\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 100\%$ ), <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 0\%$ ) et <i>explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 100\%$ ). . . . .	149

6.34	Vitesse horizontale $\langle U \rangle$ à mi-profondeur $y = L_y/2$ . De <i>gauche à droite</i> : adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0$ ; $Hr = 0\%$ ), adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0$ ; $Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1$ ; $Hr = 0\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1$ ; $Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,6$ ; $Hr = 0\%$ ) et explicite ( $\epsilon_p = 0,6$ ; $Hr = 100\%$ ). . . . .	150
6.35	Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les profils expérimentaux du nombre de Nusselt paroi chaude et de la stratification thermique sont issues de [Francis, 2011] et les profils de température paroi haute de [Belleoud, 2015]. . . . .	154
6.36	Grandeurs thermiques moyennes extraites à la paroi frontale $y = 0$ pour les configurations <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).156	
6.37	Grandeurs thermiques et cinétiques moyennes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	158
6.38	Extraction au sein de la couche limite de la paroi chaude à $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015]. . . . .	159
6.39	Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude ( <i>a,b,c,d</i> ) et de la paroi froide ( <i>e,f,g,h</i> ). Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015]. . . . .	160
6.40	Extractions de champs cinétiques et turbulents à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015]. . . . .	161
6.41	Grandeurs cinétiques turbulentes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).162	
6.42	Grandeurs thermiques fluctuantes extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ pour les configurations <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	163
6.43	Iso-surfaces de critères $\lambda_2$ colorées par la température $\theta$ pour les configurations <i>adiabatique</i> ( $\epsilon_p = 0,00$ ) (gauche), <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (milieu) et <i>GC-explicite</i> ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite). . . . .	164
6.44	Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011; Belleoud, 2015]. . . . .	166
6.45	Extraction de grandeurs cinétiques à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015]. . . . .	167
6.46	Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude ( <i>a,c</i> ) et de la paroi froide ( <i>b,d</i> ). Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015]. . . . .	168

# Liste des tableaux

2.1	Quantités adimensionnées caractéristiques du problème de convection. . . . .	18
2.2	Quantités adimensionnées caractéristiques du problème radiatif. . . . .	29
2.3	Quantités adimensionnées caractéristiques du problème convecto-radiatif. . .	39
3.1	Schémas numériques de discrétisation spatiale de l'ETR. . . . .	59
3.2	Dépendance des indices de la méthode de balayage dans le cas 3D pour toutes directions $\vec{s}_m$ . . . . .	62
4.1	Configuration physique employée pour l'étude de performances des méthodes de parallélisation du problème radiatif. . . . .	72
4.2	Configuration numérique employée pour l'étude de performances des méthodes de parallélisation du problème radiatif. . . . .	72
4.3	Description des légendes associées aux méthodes. . . . .	78
4.4	Répartition des processus MPI sur la topologie cartésienne. . . . .	79
4.5	Gains de performances des différentes méthodes par rapport au cas <i>WF</i> . . . .	81
4.6	Classement des méthodes selon leur complexité de mise en œuvre (1 : facile → 5 : complexe). . . . .	81
4.7	Description des légendes associées aux méthodes OpenMP. . . . .	88
4.8	Répartition des threads OpenMP sur la topologie cartésienne. . . . .	88
4.9	Gains de performances des différentes méthodes par rapport au cas <i>WF</i> . . . .	91
4.10	Classement des méthodes selon leur complexité de mise en œuvre (1 : facile → 5 : complexe). . . . .	92
4.11	Nombre d'unités de calculs pour chaque configuration. . . . .	97
4.12	Accélération et efficacité de la méthode <i>MPI WF + SP - OMP WF</i> , en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP. . . . .	98
4.13	Accélération et efficacité de la méthode <i>MPI WF + SP - OMP WF-B + SP</i> , en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP. . . . .	99
4.14	Accélération de la méthode <i>MPI WF + SP - OMP SDP + RDP</i> , en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP. . . . .	100
4.15	Performances comparées à la configuration <i>MPI WF + SP - OMP WF</i> , en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP. . . . .	100
4.16	Configuration numérique employée pour l'étude comparative des méthodes de parallélisation du problème radiatif. . . . .	101
4.17	Comparaison des performances entre les meilleures stratégies MPI et la meilleure stratégie hybride en strong-scaling. . . . .	102
4.18	Accélération des différentes méthodes relative à la configuration <i>MPI WF+SP</i> . .	102
5.1	Configurations de validation stationnaire. . . . .	106
5.2	Validation du code FISSION-RAD en configuration stationnaire par rapport aux résultats de [Tric et al., 2000] remis à l'échelle. . . . .	106



5.3	Validation de l'implémentation du modèle LES MSDM par rapport à [Sergent et al., 2013a,b]. S est la stratification centrale, $Nu_{1D,hot}$ et $Nu_{2D,hot}$ sont respectivement le Nusselt convectif intégrés sur la ligne centrale et l'ensemble de la paroi chaude. . . . .	107
5.4	Validation des résultats à $Ra = 10^6$ par rapport à [Soucasse et al., 2012]. S est la stratification centrale, $Nu_{c,hot}$ et $Nu_{r,hot}$ sont respectivement le Nusselt convectif et radiatif intégrés sur la paroi chaude. . . . .	111
6.1	Configuration numériques étudiées où $Hr$ est l'humidité relative. . . . .	114
6.2	Paramètres géométrique et radiatif dans les deux cas étudiées, pour un nombre de Rayleigh de $1,5 \times 10^9$ . . . . .	116
6.3	Configuration numérique étudiée pour un nombre de Rayleigh de $1,5 \times 10^9$ . . . . .	116
6.4	Grandeurs thermiques globales. . . . .	118
6.5	Quantités turbulentes moyennées dans le plan à $y = L_y/2$ . . . . .	121
6.6	Configuration numérique étudiée pour un nombre de Rayleigh de $1,5 \times 10^9$ . . . . .	123
6.7	Grandeurs thermiques intégrées. . . . .	125
6.8	Configurations physiques de la grande cavité en air étudiée pour un nombre de Rayleigh de $4 \times 10^{10}$ . . . . .	129
6.9	Caractéristiques temporelles des simulations à $Ra = 4 \times 10^{10}$ . . . . .	130
6.10	Caractérisation du maillage (en nombre de cellules) étiré en couches limites (répartition en tangente hyperbolique de coefficients $\alpha_{tanh}$ suivant $x$ et régulier suivant $y$ et $z$ ) et les unités de parois. . . . .	130
6.11	Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011]. . . . .	138
6.12	Nombres de Nusselts globaux aux parois et paramètres de stratification thermique centrale et frontale. Les valeurs des nombres de Nusselt expérimentaux sont issues de [Francis, 2011]. . . . .	139
6.13	Caractéristiques temporelles des simulations à $Ra = 4 \times 10^{10}$ en couplage convection-rayonnement surfacique et volumique. . . . .	142
6.14	Nombres de Nusselts globaux aux parois et paramètres de stratification thermique central et frontal. . . . .	150
6.15	Configuration physique de la cavité en air étudiée pour un nombre de Rayleigh de $1,2 \times 10^{11}$ . . . . .	152
6.16	Caractéristiques temporelles des simulations. . . . .	153
6.17	Caractérisation du maillage étiré en couches limites (répartition en tangente hyperbolique de coefficients $\alpha_{tanh}$ ) et les unités de parois. . . . .	153
6.18	Grandeurs thermiques intégrées. Les données expérimentales de nombre de Nusselt et de stratification centrale sont issues de [Francis, 2011] et la stratification frontale de [Belleoud, 2015]. . . . .	157
6.19	Grandeurs cinétiques moyennes à mi-profondeur $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011]. . . . .	162



# Chapitre 1

## Introduction et Bibliographie

*« Choisissez un travail que vous aimez et vous n'aurez pas à travailler un seul jour de votre vie. »*

---

Confucius

### Sommaire

---

<b>1.1 Motivation</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>1.2 État de l'art en cavité différentiellement chauffée en convection turbulente</b>	<b>2</b>
<b>1.3 Influence du rayonnement sur les transferts de chaleur et de quantité de mouvements</b> . . . . .	<b>4</b>
1.3.1 Interactions convection-rayonnement de surface . . . . .	5
1.3.2 Interactions convection-rayonnement de paroi et de gaz . . . . .	7
<b>1.4 Objectifs de la thèse</b> . . . . .	<b>11</b>

---

## 1.1 Motivation

Les écoulements turbulents de convection naturelle dans l'air sont sensiblement modifiés par le rayonnement thermique comme par exemple en cavité différentiellement chauffée, et ce même à température modérée [Francis, 2011; Ibrahim et al., 2013; Soucasse et al., 2012; Sergent et al., 2013a]. De nombreuses études numériques ont déjà été réalisées à de très hauts nombres de Rayleigh ( $Ra = 10^{11}$ ) [Trias et al., 2010b]. Cependant, celles-ci se sont intéressées à des écoulements de convection naturelle pure. Or, il a été montré que ces écoulements sont moins turbulents, et présentent une structuration (re-circulation, stratification thermique, transition laminaire-turbulent, ...) différente de celle des écoulements en présence de rayonnement, notamment surfacique [Sergent et al., 2013a; Ibrahim et al., 2013]. La prise en compte du rayonnement surfacique peut être faite de différentes manières. Classiquement, on utilise la méthode des radiosités [Xin et al., 2013]. Cependant, il est aussi possible de résoudre l'équation du transfert radiatif (ETR) ce qui présente l'avantage de pouvoir aussi prendre en compte le rayonnement volumique. Une troisième approche (dite implicite) consiste à imposer aux parois les distributions de températures résultant du bilan thermique pariétal. Cette méthode [Sergent et al., 2013a; Cadet et al., 2014] qui permet de résoudre numériquement uniquement la convection, demande néanmoins d'avoir accès à des données expérimentales.

Afin de permettre la caractérisation thermique et cinétique des écoulements en cavité fermée proche des configurations rencontrées dans l'habitat (température ambiante, 50% d'humidité relative, des parois fortement émissives et des dimensions de l'ordre de quelques mètres), il est nécessaire de réaliser des études prenant en compte les phénomènes convectifs [Trias et al., 2010b] et radiatifs [Soucasse, 2013] en régimes turbulents, pour des écarts de température de l'ordre de 20°C. L'absence de résultats dans des configurations tridimensionnelles et couplé (convection et rayonnement) à de telles valeurs de nombre de Rayleigh, reflète les difficultés que ces problèmes présentent. Nous proposons dans le cadre de ces travaux de thèse, de développer des outils numériques performants permettant la réalisation d'études à haut nombre de Rayleigh, ainsi que la réalisation d'études permettant de quantifier l'impact du couplage convection-rayonnement (tant surfacique que volumique) sur les échanges thermiques.

## 1.2 État de l'art en cavité différentiellement chauffée en convection turbulente

Le problème de la convection en cavité différentiellement chauffée a été initialement posé par [Batchelor, 1954], qui fût le premier à définir les régimes de conduction et de couches limites. Il définit ainsi que tout problème de convection naturelle en cavité différentiellement chauffée peut être défini uniquement par le nombre de Prandtl (inhérent aux propriétés intrinsèques du fluide), le nombre de Rayleigh (caractéristique des échanges thermiques) et le rapport d'aspect de la cavité (caractéristique de la géométrie).

Suite à cela, de nombreuses études tant numériques qu'expérimentales, ont été réalisées dans le cadre de l'étude de la convection naturelle en cavité fermée différentiellement chauffée pour différents fluides (principalement en air et en eau) sur une large gamme de nombres de Rayleigh. Parmi ces travaux, notons ceux de [de Vahl Davis, 1968; De Vahl Davis and Jones, 1983; Le Quéré, 1991; Fusegi et al., 1993; Tric et al., 2000] pour des nombres de Rayleigh inférieurs à  $10^7$ , en régime stationnaire. Des travaux numériques conduits à des nombres de Rayleigh proches de  $10^8$  par [Haldenwang, 1986; Paolucci and Chenoweth, 1989] et [Pe-

not et al., 1990; Le Quéré, 1991] montrèrent l'existence d'une transition vers l'instationnarité pour un nombre de Rayleigh proche de  $2 \times 10^8$  en cavité carrée adiabatique. Au delà de cette limite, l'écoulement devient instationnaire puis, turbulent pour des nombres de Rayleigh supérieurs à  $3 \times 10^9$ , comme illustré par les travaux de [Belleoud et al., 2012].

L'une des premières études expérimentales menées en régime turbulent fût réalisée par [Cheesewright, 1986] qui procéda à une expérimentation dans une cavité en air de rapport d'aspect vertical de 5, à un nombre de Rayleigh de  $5 \times 10^{10}$ . La cavité étudiée présentait cependant quelques défauts (dissymétrie des conditions limites sur les faces actives, pertes de chaleur en partie haute de la cavité, parois horizontales conductrices) qui ont conduit François Penot et Sophie Mergui [Mergui, 1993; Mergui and Penot, 1996, 1997] à réaliser des expérimentations dans une cavité en air de rapport de forme vertical de 0,90 et de rapport de forme latéral de 0,29 à un nombre de Rayleigh de  $1,69 \times 10^9$ , tout en cherchant à éliminer les problèmes rencontrés par [Cheesewright, 1986]. Ces différentes études mirent en évidence une stratification thermique centrale de 0,37 ainsi que le développement d'instationnarités le long de la paroi chaude, peu présentes sur la paroi froide opposée. Ces résultats expérimentaux présentent des différences notables avec les principaux résultats numériques réalisées jusqu'à lors [Le Quéré, 1994; Xin and Le Quéré, 1995; Farhangnia et al., 1996] qui prédisent une stratification centrale de l'ordre de l'unité ainsi qu'une centro-symétrie de l'écoulement. De plus, les valeurs des flux de chaleur aux parois présentent des écarts avec ceux obtenus numériquement.

Ces différences entre les approches expérimentales et numériques ont éveillé la curiosité des numériciens qui ont pu suggérer qu'une dé-stratification thermique brutale ("stratification-crisis", [Le Quéré, 1994]) devait intervenir pour une valeur de  $Ra > 10^{10}$  qu'ils ne pouvaient, à l'époque, encore atteindre avec une approche DNS. Afin de vérifier cette hypothèse, des simulations LES 2D ont été réalisées à des nombres de Rayleigh très élevés (allant jusqu'à  $5 \times 10^{11}$ ) et montrèrent que l'augmentation de la stratification centrale ne semblait pas s'interrompre ([Joubert, 2008]).

Ainsi, dans un second temps, l'idée que le traitement de la condition d'adiabaticité des parois passives puisse affecter l'écoulement prit plus de crédits. Des mesures de températures aux parois haute et basse réalisées par [Mergui and Penot, 1996] montrent que la température au centre de celles-ci se trouvent en situation intermédiaire entre la condition d'adiabaticité convective pure (obtenue numériquement) et la condition de conduction pure dans la paroi (profil linéaire). Ainsi, les températures plus faibles (resp. plus fortes) à la paroi haute (resp. basse) obtenues expérimentalement par rapport aux simulations numériques adiabatiques, conduisent à la formation de cellules de convection proches de celles-ci ([Mergui and Penot, 1996]).

Par la suite, [Salat et al., 2004] ont réalisé une étude expérimentale et numérique dans une cavité en air carrée (à température ambiante) à faible rapport de forme transverse ( $L_y/H = 0,32$ ) à un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$  qui consiste à étudier l'impact de la répartition de température aux parois horizontales haute et basse. Pour ce faire, des mesures de température ont été réalisées sur les parois haute et basse dans la cavité expérimentale, puis celles-ci ont été imposées comme condition de Dirichlet au sein du solveur numérique, en considérant les parois avant et arrière comme étant adiabatiques. Cette étude révèle une amélioration de l'évaluation des champs cinétiques bien que des écarts subsistent concernant la stratification thermique et les grandeurs statistiques associées. Cependant, il apparaît que le

traitement des parois horizontales soit un des éléments clés à la compréhension des phénomènes.

Ce n'est que par la suite que les travaux de thèse de [Salat, 2004] ont permis d'intégrer numériquement les profils expérimentaux de températures aux parois avant et arrière dans un code convectif pur. Les résultats obtenus permettent de reproduire les mesures expérimentales tant sur les grandeurs cinétiques que thermiques. Le nombre de Nusselt global le long de la ligne centrale de la paroi chaude obtenu numériquement, est de 54,4 en comparaison des 55 obtenu expérimentalement. Cette première étude, étoffée par la suite par des travaux plus complets ([Sergent et al., 2013b,a; Xin et al., 2013]), montre l'importance des phénomènes 3D au sein de la cavité ainsi que l'impact non négligeable du traitement des parois avant et arrière et le rôle des transferts radiatifs entre parois.

Cependant, le phénomène impactant la répartition de température aux parois passives reste à être déterminé. L'étude expérimentale menée par [Djanna et al., 2008] dans laquelle une cavité en air à fort rapport d'aspect vertical ( $H/L_x = 4$ ) est étudiée pour trois valeurs de Rayleigh ( $Ra = \{5,8 \times 10^{10}; 8,6 \times 10^{10}; 1,0 \times 10^{11}; 1,2 \times 10^{11}\}$ ) et différents traitement radiatifs des parois passives ( $\epsilon = \{0, 1; 0,6\}$ ). Les résultats obtenus, qui complètent ceux de [Salat and Penot, 2003], mettent en évidence l'impact important du rayonnement de parois, qui a souvent été négligé par le passé, et ce même pour de faibles valeurs d'émissivités ( $\epsilon = 0, 1$ ).

Ces études expérimentales n'ont cependant pu être reproduites numériquement, ne serait ce que du fait des difficultés rencontrées pour la réalisation de simulations en convection seule à de tels nombres de Rayleigh. Les travaux de référence les plus récents dans ce domaine ont été réalisés par [Trias et al., 2010a,b] dans une cavité en air à  $Ra = 10^{11}$ , [Xin et al., 2012] dans la cavité de [Djanna et al., 2008] pour  $Ra = 3 \times 10^{10}$  et [Trias et al., 2013] dans une cavité en air de rapport d'aspect vertical de 5 pour  $Ra = 4,5 \times 10^{10}$ . L'ensemble de ces résultats numériques, une fois confrontés à ceux obtenus expérimentalement par [Djanna et al., 2008; Saury et al., 2011], montrent une sous-estimation des grandeurs cinétiques et thermiques ainsi qu'une stratification centrale supérieure à l'unité. De plus, l'un des points les plus important dans le cadre de l'étude des transferts thermiques et de masse, la localisation de la transition laminaire-turbulente à la paroi chaude est estimée au delà de 60% de la hauteur de la cavité dans les cas numériques, alors qu'elle se situe aux alentours de 20 – 40% dans le cas expérimental, ce qui montre l'impact des conditions limites tant sur les transferts thermiques que sur l'écoulement.

Dès lors, l'effet du rayonnement ne pouvant plus être négligé, les nombreux travaux effectués dans ce domaine ont suscité ces dernières années un regain d'intérêt des "convectionnistes" et des "radiatistes".

### 1.3 Influence du rayonnement sur les transferts de chaleur et de quantité de mouvements

Dans le cadre des écoulements de convection naturelle en cavités représentatives de l'habitat où la température est de l'ordre de 300 K, les faibles amplitudes de température ont bien souvent conduit à considérer les échanges par rayonnement comme étant négligeables face aux transferts convectifs et conductifs. Au vu de la difficulté de résoudre numériquement les transferts radiatifs, cette hypothèse a longtemps trouvé écho dans la littérature.

Cependant, certains auteurs ont montré que le rayonnement a un impact non négligeable sur les écoulements de convection naturelle [Velusamy et al., 2001; Sergent et al., 2013a; Ibrahim et al., 2013] par rapport au cas de la convection forcée, et ce même à des nombres de Rayleigh faibles à modérés. Afin d'étudier l'impact du rayonnement sur les écoulements de convection naturelle, plusieurs études expérimentales [Bratis and Novotny, 1974; Fusegi and Farouk, 1989; Clergent, 2000; Rouger, 2009; Saury et al., 2011] et numériques ont été menées, dans lesquelles nous pouvons mettre en évidence deux grandes catégories :

- **le couplage convection-rayonnement surfacique**, considérant uniquement les échanges radiatifs entre les différentes surfaces du domaine, associant le fluide à un milieu transparent non-participatif. Aussi, le couplage entre la convection et le rayonnement ne s'effectue qu'au niveau des parois au travers de l'équilibre convecto-radiatif.
- **le couplage convection-rayonnement surfacique et de gaz**, considérant le gaz comme étant un milieu participatif pouvant absorber et émettre de la chaleur par rayonnement, modifiant ainsi la température locale du fluide, en plus des échanges entre parois.

### 1.3.1 Interactions convection-rayonnement de surface

Deux approches différentes peuvent être considérées pour la prise en compte du couplage : le couplage explicite et le couplage implicite. La première approche consiste à résoudre numériquement l'ensemble des équations régissant les problèmes de convection et de rayonnement et sera décrite dans le paragraphe suivant.

#### Couplage convection-rayonnement de surface explicite

Une étude traitant du couplage convection-rayonnement de surface a été réalisée dès 1976 par [Larson and Viskanta, 1976], qui ont montré que le rayonnement réchauffe les parois de la cavité qui, à leur tour, réchauffent l'écoulement proche, modifiant ainsi sa topologie.

On peut noter par la suite d'autres études, comme celle de [Behnia et al., 1990], qui ont étudié cet impact dans le cas d'une cavité bi-dimensionnelle en air à température ambiante considérant une forte émissivité de paroi ( $\epsilon = 0,9$ ) sur une plage de nombre de Rayleigh allant de  $10^4$  à  $3 \times 10^5$ . Cette étude a permis de mettre en évidence la tendance du rayonnement de surface à accélérer l'écoulement, et le fait que cette tendance s'amplifie avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Puis, [Balaji and Venkateshan, 1993] ont réalisé une étude de l'impact de l'émissivité des parois sur une large gamme ( $\epsilon = 0,1$  à  $0,9$ ) pour une cavité carrée remplie d'air à un nombre de Rayleigh de  $5 \times 10^4$  et un nombre de rayonnement  $N_r = 1/Pl = 1,5$ . Cette étude a permis de mettre en évidence le caractère "dual" du couplage convection-rayonnement de surface (i.e. le couplage fort entre le rayonnement et la convection ; et ce même à faible émissivité) montrant d'importantes différences avec les résultats considérant le rayonnement comme une composante additive (i.e. superposition des phénomènes convectifs et radiatifs) pouvant être résolus indépendamment de la convection. Ainsi, il est nécessaire de traiter simultanément le couplage convection-rayonnement et non la superposition des deux phénomènes.

Dans la suite de ces études, [Akiyama and Chong, 1997] montrent que le rayonnement de surface modifie aussi bien les champs volumiques dynamique et thermique et ce même avec des parois faiblement émissives. Ainsi, à faibles nombres de Rayleigh, lorsque la conduction domine la convection, le rayonnement augmente les gradients de températures près des parois actives (i.e. chaude et froide) et renforce la conduction dans le fluide, tandis que



le phénomène inverse se produit aux nombres de Rayleigh élevés où la convection domine la conduction, diminuant ainsi les échanges convectifs aux parois actives.

Par la suite, une étude expérimentale réalisée par [Ramesh and Venkateshan, 1999] a permis de confirmer les observations faites numériquement concernant l'impact important du rayonnement de surface ainsi que l'effet stabilisant du rayonnement sur l'écoulement. De plus, ces études tant numériques qu'expérimentales ont permis de mettre en évidence la compétition pouvant exister entre le rayonnement et la convection au niveau des transferts de chaleurs pour de fortes valeurs d'émissivités de parois, le rayonnement pouvant représenter de 45% à 55% du transfert global.

[Wang et al., 2006] ont réalisé quant à eux une étude numérique du couplage convection-rayonnement de surface en cavité carrée remplie d'air à température ambiante pour un nombre de Rayleigh de  $10^6$ , considérant que l'ensemble des parois de la cavité sont à la même émissivité. Les résultats montrent que, par rapport au cas adiabatique (i.e. convection pure sans rayonnement), le rayonnement de surface refroidit (resp. réchauffe) la paroi haute (resp. basse) augmentant ainsi la dynamique des parois horizontales et diminuant la stratification centrale de la cavité. De plus, toujours en comparaison avec le cas adiabatique, le rayonnement de surface tend à diminuer le nombre de Rayleigh critique caractérisant l'apparition des instationnarités. En outre, l'évolution de l'émissivité de paroi à nombre de Rayleigh fixé montre que la stratification centrale diminue avec l'augmentation de l'émissivité des parois, et la topologie de l'écoulement semble tendre vers celui d'une cavité possédant des parois horizontales parfaitement conductrices.

Au début des années 2010, une étude expérimentale a été initiée [Djanna et al., 2008; Saury et al., 2009, 2011] pour caractériser l'écoulement en cavité remplie d'air à fort rapport de forme vertical ( $H/L_x \approx 4$ ) et à de hauts nombres de Rayleigh (de  $4 \times 10^{10}$  à  $1,2 \times 10^{11}$ ). Cette première étude a permis de mettre en évidence l'impact de l'émissivité des parois passives sur la stratification centrale de la cavité ainsi que sur la localisation de la transition laminaire-turbulent dans les couches limites verticales. Bien que la cavité ait été conçue dans le but de minimiser les effets radiatifs (parois réfléchissantes  $\epsilon = 0,1$  et fort rapport d'aspect vertical privilégiant les transferts entre parois chaude et froide), l'étude montre une stratification centrale de l'ordre de 0,57 là où les simulations numériques en configuration géométrique similaire réalisées par [Trias et al., 2010a,b] en considérant des parois horizontales adiabatiques et des conditions périodiques suivant la direction transverse, présentent des stratifications centrales supérieures à l'unité. La comparaison exhibe également une différence importante dans l'évaluation de la transition laminaire-turbulent qui semble apparaître vers  $z/H = 0,3$  dans le cas expérimental (à un nombre de Rayleigh de  $1,2 \times 10^{11}$ ) et vers  $z/H = 0,6$  dans le cas réalisé par [Trias et al., 2010b] pour un nombre de Rayleigh très proche ( $Ra = 10^{11}$ ). Cette étude montre ainsi que le rayonnement ne peut plus être négligé dès lors que l'on considère des configurations réalistes, tant en terme de dimensions ( $H \approx 3 - 4m$ ) que de températures ( $T_{ref} \approx 300K, \Delta T \approx 20K$ ).

Une simulation numérique couplée et pleinement 3D, réalisée par [Xin et al., 2012] dans cette même configuration [Saury et al., 2011] avec des parois passives faiblement émissives ( $\epsilon = 0,1$ ) a été menée à un nombre de Rayleigh de  $3 \times 10^{10}$ . Cette première étude de couplage convection-rayonnement à haut nombre de Rayleigh a mis en évidence la difficulté à réaliser de telles simulations, tant du point de vue des ressources (espace mémoire, nombre de CPUs, temps de calcul) que des méthodes (limite de stabilité de la méthode spectrale, limitation de la méthode des Radiosités qui conduit à des systèmes linéaires pleins de taille prohibitive). Dans un second temps, on observe que le flux radiatif net pariétal correspond à 43% du flux de chaleur convectif à la paroi chaude. Celui-ci contribue au refroidissement (resp. réchauffement) de la paroi haute (resp. basse) où le flux convectif résultant du couplage correspond



à 12% du flux convectif à la paroi chaude. Cette nouvelle répartition d'énergie au sein de la cavité affecte ainsi la stratification centrale qui est bien plus proche des résultats expérimentaux (0,75 pour 0,59 expérimentalement) que les résultats obtenus par [Trias et al., 2010b]. La structure du champ dynamique, est également en bon accord avec les profils expérimentaux à différentes altitudes. Cependant, la faible durée d'accumulation statistique ne permet que des conclusions qualitatives.

### Couplage convection-rayonnement de surface implicite

En 2013, [Sergent et al., 2013b,a; Xin et al., 2013] ont réalisé une étude numérique complète sur une cavité en air de faible profondeur ( $L_y/H = 0,32$ ) et à un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ , dont l'étude expérimentale a été menée par [Salat et al., 2004]. Cette étude introduit une autre approche de la résolution du couplage convection-rayonnement de surface : le couplage implicite. Cette approche considère que le champ de température mesuré expérimentalement sur les parois passives de la cavité est le résultat de l'équilibre entre les différents modes de transferts thermiques à la surface (convection, conduction dans la paroi et rayonnement), ce qui se traduit par un bilan de flux nul ( $F_{rad} + F_{conv} + F_{cond} = 0$ ). Ainsi, en imposant ces champs de températures pariétaux comme conditions de Dirichlet dans un code de simulation convectif pur (sans module de rayonnement) et dans l'hypothèse d'unicité de la solution aux équations de convection, l'écoulement résultant est représentatif de la configuration expérimentale, en prenant en compte de manière implicite le couplage multiphysique aux parois passives.

Ces études montrent un excellent accord entre la configuration de couplage implicite (nommée "FRC" dans [Sergent et al., 2013a]) et les mesures expérimentales, aussi bien sur les profils dynamiques que les profils de température et les valeurs thermiques intégrées aux parois (comparaison complète présentée dans [Xin et al., 2013]). Ainsi, cela offre une alternative peu coûteuse en ressources numériques, car elle ne nécessite que la résolution d'un problème convectif pur, mais nécessite de disposer a priori des mesures expérimentales de températures aux parois passives pour la configuration considérée, ce qui est cependant très limitant.

### 1.3.2 Interactions convection-rayonnement de paroi et de gaz

Dans le cadre de l'étude du couplage convection-rayonnement, les premiers travaux se sont concentrés sur les écoulements de milieux non participatifs. Du fait de la grande difficulté à résoudre avec les moyens informatiques de l'époque, ne serait-ce que le rayonnement de surface, le rayonnement de gaz à longterm a été dédié au domaine de la combustion ou des milieux à haute température (fours par exemple), l'approximation de milieux quasi-isothermes et faiblement absorbants (voire transparents) primant en convection naturelle. Cette approximation est valable dans le cas d'un écoulement d'air sec, pouvant être considéré transparent au rayonnement thermique, mais montre ses limites dans le cas d'atmosphères réalistes considérant un mélange d'air et d'espèces absorbantes telles que la vapeur d'eau ( $H_2O$ ) ou le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ). Ainsi, avec l'accroissement de la puissance et des ressources de calcul, le rayonnement volumique a pu être appréhendé, dans un premier temps en considérant le milieu comme étant un gaz gris (le coefficient d'absorption du gaz  $\kappa(\lambda)$  ne dépend pas de la longueur d'onde  $\lambda$ , donc  $\kappa(\lambda) = \kappa_0 = \text{constante}$ ), puis dans un second temps, par une représentation plus fidèle du spectre d'absorption que nous appellerons : *modèle de gaz réel*.

## Rayonnement volumique en gaz gris

Les études menées par [Lauriat, 1982a] dans le cas d'une cavité bi-dimensionnelle de fort allongement ( $H/L_x = 5$  à  $20$ ) ont montré un impact du rayonnement de gaz sur la topologie de l'écoulement. Cette étude assimilant le milieu à un gaz gris avec différentes épaisseurs optiques ( $\tau = \kappa H = 1$  à  $2$ ), et dont les équations radiatives ont été traitées par la méthode P1 des harmoniques sphériques, montre que le rayonnement volumique ralentit l'écoulement pour de faibles nombres de Rayleigh ( $Ra < 10^3$ ) et l'intensifie pour des nombres de Rayleigh supérieurs ( $Ra > 10^4$ ), augmentant ainsi les transferts de chaleur au sein de la cavité par rapport au cas de la convection pure.

Par la suite, [Yucel et al., 1989] traite le même problème que [Lauriat, 1982a] en faisant appel à la méthode des ordonnées discrètes. L'étude a été menée sur une cavité carrée en air, dont les parois sont noires et dont les parois actives satisfont un ratio de température  $T_{chaud}/T_{froid} = 2$ , à un nombre de Rayleigh de  $5 \times 10^6$  et un nombre de Planck de  $0,02$  ainsi que pour une épaisseur optique  $\tau$  variant de  $0,2$  à  $5$ . En plus des observations faites précédemment, les auteurs ont constaté que le rayonnement volumique modifie la distribution de température en réchauffant le cœur de la cavité et en créant, dans le cas de milieux optiquement minces, des structures multicellulaires. De plus, cette étude a permis de mettre en évidence l'intérêt de la méthode des ordonnées discrètes dans le cadre de simulations couplées, qui permettent une bien meilleure estimation des flux pariétaux que la méthode P1 utilisée par [Lauriat, 1982a].

Toujours dans le cas d'étude de cavités bi-dimensionnelles, [Tan and Howell, 1991] ont réalisé l'étude de l'influence des paramètres de rayonnement volumique ( $\epsilon, \tau, Rc = H\sigma_B T_{ref}^3/\lambda$ ) pour une cavité carrée à divers nombres de Rayleigh ( $Ra = \{10^3; 10^4; 10^5\}$ ). Ils constatèrent également que le rayonnement volumique réchauffe le cœur de la cavité et que l'ensemble des paramètres radiatifs ( $\epsilon, \tau, Rc$ ) influencent significativement l'écoulement dans la cavité, à l'exception de l'albedo  $\omega$  (rapport entre le coefficient de diffusion et d'extinction du rayonnement). De plus, ils ont mis en évidence la perte de symétrie de l'écoulement et du champ de température, ainsi que la diminution des échanges globaux entre les parois actives ( $Nu_{global}$  à la paroi chaude de  $6$  pour  $\tau = 0,1$  et de  $2$  pour  $\tau = 10$  à  $Ra = 10^4$ ).

Par la suite, [Draoui et al., 1991] ont réalisé l'étude de l'influence des paramètres de rayonnement volumique ( $\epsilon, \tau, Pl, \omega$ ) pour une cavité carrée à divers nombres de Rayleigh ( $Ra = \{10^3; 10^4; 10^5\}$ ) par l'approche P1. La première partie de l'étude montre que la diminution du nombre de Planck (à même épaisseur optique  $\tau = 1$  et à  $Ra = 10^5$ ) épaissit les couches limites, intensifie la circulation et les échanges thermiques aux parois actives ainsi que la diminution de la stratification thermique centrale, montrant ainsi l'impact du rayonnement sur l'écoulement. La seconde partie de leurs travaux étudie l'impact du traitement thermique des parois horizontales. L'étude montre que lorsque le profil de température sur ces dernières est linéaire (i.e. paroi parfaitement conductrices), la variation de l'émissivité ( $\epsilon = 0$  et  $\epsilon = 1$ ) présente un impact limité sur l'écoulement et les transferts thermiques aux parois. Seuls les nombre de Nusselts radiatifs aux parois actives sont modifiés, mais cette augmentation n'étant pas répercutée sur l'écoulement, ce dernier n'est pas impacté. Par la suite, ils montrèrent que pour un nombre de Planck et de Rayleigh constants, l'augmentation de l'albédo rend le fluide de moins en moins participatif et l'écoulement retrouve sa centro-symétrie pour  $\omega = 1$ . Cependant, à l'instar de [Tan and Howell, 1991], ils montrèrent que l'impact de l'albédo est faible par rapport aux autres paramètres radiatifs. De plus, afin de représenter au mieux les écoulements réalistes, ils optèrent pour une étude du coefficient d'écart par rapport au gaz gris (nongrayness-factor,  $\eta$ ) proposé par [Traugott, 1968]. L'augmentation de ce coefficient intensifie l'effet radiatif du milieu (milieu de plus en plus

participant) sur l'écoulement, diminue la stratification thermique centrale et augmente les échanges thermiques aux parois actives. Ceci montre bien l'impact majeur de la modélisation spectrale du gaz (gaz gris ou gaz réel?, quelles dimensions choisir? Le nombre de Rayleigh ne suffit plus à la caractérisation du problème) et la grande difficulté à représenter convenablement le comportement radiatif du milieu.

Dans le début des années 2000, [Colomer et al., 2004] ont considéré pour la première fois une cavité cubique en air avec des parois noires, pour des nombres de Rayleigh variant de  $10^3$  à  $10^6$  ainsi qu'un nombre de Planck de 0,016 et un rapport de température  $\Theta_0 = T_{froid}/\Delta T = 17$ . L'étude a mis en évidence que le flux de chaleur global à la paroi chaude augmente avec le nombre de Rayleigh à épaisseur optique constante, mais diminue quand l'épaisseur optique augmente à nombre de Rayleigh constant. Selon les auteurs, cela est dû au fait qu'à forte épaisseur optique, le rayonnement revêt un caractère local et tend vers l'approximation diffusive de Rosseland. De plus, l'étude compare les champs de température issus d'un calcul bi-dimensionnel et ceux extraits à mi-profondeur de la configuration tri-dimensionnelle. Cette comparaison montre un très bon accord entre ces deux configurations et ce pour deux rapports d'aspect latéraux ( $L_y/H = 1$  et 4), montrant ainsi que les parois avant et arrière ont un effet négligeable sur le centre de la cavité pour un rapport  $L_y/H \geq 1$ .

Plus récemment, [Lari et al., 2011] ont mené une étude d'influence de l'épaisseur optique ( $\tau$  variant de 0 à 100) dans le cas d'une cavité carrée en air à température ambiante pour des valeurs du nombre de Rayleigh allant de  $10^2$  à  $10^6$ , dont les parois sont noires. Cette étude met en évidence la perte de symétrie de l'écoulement comme décrit par [Tan and Howell, 1991] ainsi que la forte sensibilité des échanges de chaleurs aux parois par rapport à l'épaisseur optique. Les auteurs constatent ainsi à la paroi chaude, que pour de faibles épaisseurs optiques ( $\tau < 1$ ) les échanges radiatifs sont dominants ( $[Nu_c; Nu_r] \approx [7,5; 12]$  pour  $\tau = 0,1$  à  $Ra = 10^6$ ) et que le phénomène tend à s'inverser avec l'augmentation de l'épaisseur optique jusqu'à la limite de milieu optiquement épais où l'on converge vers un écoulement purement convectif. De plus, toujours en fonction de l'épaisseur optique, on note une diminution de la stratification centrale de la cavité jusqu'à une valeur de  $\tau$  comprise entre 2 et 5 (pour  $Ra = 10^6$ ) puis une augmentation pour converger vers la stratification du problème convectif pur. Ce phénomène apparaît également pour l'amplitude maximale de la vitesse qui augmente jusqu'à rencontrer un maximum vers  $\tau = 5$  puis diminue ensuite.

Puis, [Capdevila et al., 2012] réalisèrent en 2012 une simulation couplée de convection turbulente et rayonnement de gaz en considérant un gaz gris et un gaz semi-gris, combinée à des parois noires. Cette étude, appliquée à une cavité 3D remplie d'air de rapport de forme verticale de 5 (longueur de 0,5 pour une hauteur de 2,5 avec une profondeur de 0,2) à un nombre de Rayleigh de  $4,5 \times 10^{10}$  et un nombre de Planck de 1253 et un ratio  $\Delta T/T_{ref} = 0,1399$ . L'étude considère une configuration de convection pure, une configuration à gaz semi-gris\* ainsi qu'une configuration de gaz gris d'épaisseurs optiques  $\tau = 1$  et  $\tau = 10$ . La convection est traitée à l'aide d'une modélisation LES au travers du modèle VMS-WALE (Variational-MultiScale-method, Wall-Adapting-Local-Eddy-model de [Nicoud and Ducros, 1999]) tandis que le rayonnement est traité à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes (MOD). Cette étude met en évidence que l'écart entre les mesures expérimentales et les simulations en convection pure (avec des conditions de flux convectifs nulles aux parois passives) augmente en régime turbulent. Elle met également en évidence la dissymétrie de l'écoulement, la diminution de la stratification centrale ainsi que l'intensification de l'écoulement dès lors que le rayonnement de gaz est introduit. L'étude conclut également qu'il ne semble pas exister de différences notables entre une modélisation par gaz gris et semi-gris évalué à la même température moyenne.

---

\*.  $\tau$  est dépendant de la température et de l'humidité relative.

## Rayonnement volumique en gaz réel

Parmi les premiers travaux en simulation numérique qui ont tenu compte des propriétés radiatives réelles du milieu, [Fusegi and Farouk, 1989] ont considéré une cavité carrée, dont les parois sont noires, remplie de  $\text{CO}_2$  et soumise à un écart de température de 555 K. Afin de représenter le comportement spectral du gaz, ils optèrent pour le modèle de somme pondérée de gaz gris (modèle WSGG) combiné à la méthode P1. Cette étude, menée pour plusieurs dimensions caractéristiques ( $H = 0,01 ; 0,0257 ; 0,0769$  mètre), a permis de confirmer les observations faites par [Yucel et al., 1989; Tan and Howell, 1991] dans le cas d'un gaz gris, c'est à dire augmentation de la vitesse près des parois horizontales, la perte de symétrie et l'échauffement du fluide. De même, cette étude montre que la présence d'une espèce absorbante tend à diminuer les transferts de chaleur entre paroi chaude et paroi froide.

Puis dans le courant des années 2000, [Goutiere et al., 2000; Coelho, 2002] ont réalisé une multitude d'études basées sur diverses configurations tant en matière de dimensions (parallélépipède pour [Coelho, 2002] et rectangulaire avec  $L_x/H = 2$  pour [Goutiere et al., 2000]) qu'en matière de composition ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$  et mélange  $\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$ ) pour des températures jusqu'à environ 1000 K. Ces études avaient pour but de comparer les méthodes existantes que sont les modèles (CK, SNB, WSGG, EWB, SLW) pour [Goutiere et al., 2000] et (CK, WSGG, SLW) pour [Coelho, 2002]. Ces études montrent que les modèles SNB et CK sont les plus précis mais sont également les plus coûteux à mettre en œuvre, rendant ainsi leur usage compliqué dans le cadre de calculs couplés à hauts nombres de Rayleigh. Le modèle EWB présente un bon accord avec les résultats de références (modèle CK) mais demande des temps de calculs importants dès lors que l'on considère un mélange de plusieurs espèces absorbantes. De plus, elles mettent en avant la faible précision du modèle WSGG, présentant au mieux un accord qualitatif mais dont l'erreur relative moyenne sur l'évaluation des flux pariétaux est de l'ordre de 30 à 50%. En revanche, le modèle SLW présente, selon les auteurs, un excellent compromis entre précision et temps de calcul faisant ainsi de ce modèle un excellent candidat pour les simulations couplées à hauts nombres de Rayleigh.

Fort de ces observations, [Colomer et al., 2007] ont réalisé une étude couplée en cavité carrée, dont les parois sont noires, remplie d'un mélange d'air et de diverses espèces absorbantes ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$  et  $\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$ ) et soumis à un écart de température de 150 K autour de 450 K. L'objectif de cette étude était de confronter différentes variantes du modèle SLW, dont une version à coefficients optimisés, ainsi que le modèle de gaz gris basé sur le coefficient d'absorption moyen de Planck. L'étude montre que le modèle de gaz gris donne de mauvais résultats en comparaison aux modèles de gaz non gris. De plus, de part son excellent accord avec les résultats issus du modèle SLW considérant un domaine de coefficient d'absorption à haute résolution, l'auteur recommande l'usage du modèle SLW incluant les coefficients optimisés (modèle de référence), permettant ainsi de diminuer les temps de calculs en diminuant le nombre de gaz  $N_g$ .

Plus récemment, une étude menée par [Soucasse et al., 2012] en cavité cubique ( $H = 1$  m) remplie d'un mélange air +  $\text{CO}_2$  +  $\text{H}_2\text{O}$ , s'est focalisé sur le problème couplé à température ambiante de 300 K. Cette étude considère aussi bien le rayonnement de paroi que le rayonnement volumique en faisant usage de la méthode de Ray-tracing combinée au modèle de gaz ADF développé initialement par [Pierrot et al., 1999]. L'étude menée pour trois valeurs de nombre de Rayleigh ( $Ra = \{10^5, 10^6 \text{ et } 3 \times 10^7\}$ ), montre une forte dépendance des champs cinétique et thermique au rayonnement volumique et surfacique dans le cas où l'écart de température  $\Delta T$  est faible ( $\Delta T = 0,327\text{K}$  pour  $Ra = 3 \times 10^7$ ). A l'instar des conclusions de [Fusegi and Farouk, 1989], les auteurs mettent en évidence l'impact du rayonnement de gaz sur la stratification centrale du fait de l'homogénéisation du champ de température par les échanges gaz-gaz et gaz-parois. Ils notent de plus une intensification de la circulation glo-

bale au sein de la cavité ainsi que la mise en mouvement du cœur de celle-ci, principalement due au rayonnement de gaz. Ils observent également que du fait des faibles différences de température, la symétrie de l'écoulement moyen est conservée.

Dans la même idée, [Ibrahim et al., 2013] ont réalisé une étude couplée en cavité carrée ( $H = 1m$ ) dans les mêmes conditions que le cas expérimental de [Salat et al., 2004] ( $T_{ref} = 293K$ , émissivité des parois actives de 0,1 et de 0,2 pour les parois passives) à un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ . Le milieu est considéré comme étant un mélange *air* –  $H_2O$  modélisé par le modèle SLW. Les résultats obtenus mettent en évidence l'impact du couplage convection-rayonnement de gaz et de surface sur les champs cinétiques et thermique. Le rayonnement tend ainsi à intensifier la circulation dans la cavité et à épaissir la couche limite en amont des parois actives. De plus, comme cela avait été noté par [Saury et al., 2011; Xin et al., 2012; Sergent et al., 2013a; Xin et al., 2013] dans le cas du rayonnement de surface et par [Soucasse et al., 2012] dans le cas du rayonnement de surface et de gaz, l'addition des phénomènes radiatifs tend à diminuer la stratification centrale de la cavité et présente un impact non négligeable sur les profils de température aux abords des parois haute et basse. Cependant, à la différence de [Soucasse et al., 2012], la centro-symétrie du champ de température n'est plus respectée dans le cas de cette étude, du fait de l'écart de température plus important. Néanmoins, l'introduction du rayonnement de gaz et de parois tends à intensifier la turbulence en accélérant l'écoulement dans les couches limites des parois haute et basse.

## 1.4 Objectifs de la thèse

La revue précédente a mis en évidence l'impact notoire du rayonnement, ne serait-ce que surfacique, sur l'écoulement et de fait, sur les transferts de chaleur au sein de la cavité. Les études considérant le couplage convection-rayonnement se sont cependant principalement focalisées sur des configurations non-adaptées au domaine de l'habitat ( $Ra < 10^7$ ,  $H \ll 1m$ ), qui présente une température moyenne de l'écoulement voisine de 300K, des écarts de température de 10 – 20K, ainsi que des dimensions de plusieurs mètres. Ces caractéristiques conduisent ainsi à des nombres de Rayleigh supérieurs à  $10^{10}$ , difficiles à résoudre ne serait-ce qu'en convection seule.

Ainsi, cette thèse a pour objectif de développer un outil de simulation performant pour permettre la réalisation de simulations numériques couplées convection-rayonnement à hauts nombres de Rayleigh ( $Ra > 10^{10}$ ) dans une configuration représentative d'espaces habitables. En outre, elle a pour objectif de déterminer l'impact du rayonnement sur les phénomènes en jeu au sein de telles cavités au travers d'une comparaison avec les résultats expérimentaux de [Saury et al., 2011] ainsi que ceux provenant de la thèse de Pierre Belleoud actuellement en cours à l'institut P' de Poitiers [Belleoud, 2015].

Le mémoire est organisé de la manière suivante : le chapitre 2 présente la configuration étudiée dans le cadre de la thèse ainsi que la mise en équation du problème traité. Le chapitre 3 traite des méthodes numériques employées tant pour la résolution du problème convectif que radiatif. Le chapitre 4 présente l'étude réalisée dans le cadre du développement de nouvelles méthodes de parallélisation hybride de la méthode des ordonnées discrètes, ainsi que la comparaison de celles-ci à la méthode de propagation de front d'onde qui est la plus couramment employée. Ensuite, le chapitre 5 traitera de la validation des méthodes numériques employées tandis que le chapitre 6 présente les résultats obtenus en couplage convection rayonnement (surfacique et volumique) dans différentes conditions (nombre de Rayleigh,

teneur en humidité de l'air). Une comparaison est menée avec les résultats expérimentaux de [Saury et al., 2011]. Enfin, des conclusion et des perspectives terminent ce mémoire.



# Chapitre 2

## Configuration d'étude et Mise en équations

*« La règle d'or de la conduite est la tolérance mutuelle, car nous ne penserons jamais tous de la même façon, nous ne verrons qu'une partie de la vérité et sous des angles différents. »*

Gandhi

### Sommaire

<b>2.1 Configuration d'étude</b>	<b>14</b>
<b>2.2 Modélisation de la convection naturelle</b>	<b>15</b>
2.2.1 Équations de conservation	15
2.2.2 Conservation de la masse	15
2.2.3 Conservation de la quantité de mouvement	16
2.2.4 Conservation de l'énergie	16
2.2.5 Hypothèses simplificatrices	17
2.2.6 Équations adimensionnées	17
2.2.7 Représentation des écoulements turbulents	19
<b>2.3 Modélisation du transfert radiatif</b>	<b>27</b>
2.3.1 Équation du transfert radiatif (ETR)	27
2.3.2 Forme adimensionnée du problème radiatif	29
2.3.3 Modèles de rayonnement de gaz	30
2.3.4 Mise en œuvre du modèle SLW	34
<b>2.4 Couplage convection-rayonnement</b>	<b>37</b>
2.4.1 Conditions aux limites	38
2.4.2 Définition des quantités caractéristiques	38

## 2.1 Configuration d'étude

La configuration étudiée est présentée en figure 2.1. Il s'agit d'une cavité différentiellement chauffée (DHC) parallélépipédique remplie d'air de 3,84 m de hauteur ( $H$ ), de 1 m de largeur ( $L_x$ ) et de 0,86 m de profondeur ( $L_y$ ) qui correspond à un montage expérimental de l'institut PPRIME. La configuration expérimentale, largement décrite dans les travaux de [Rouger, 2009; Francis, 2011; Saury et al., 2011; Belleoud et al., 2012], est constituée de deux parois verticales dont les normales sont orientées suivant l'axe  $x$ , dites *actives*, et de 4 parois dites *passives* dont les parois avant/arrière sont orientées suivant l'axe  $y$  et les parois basse/haute suivant l'axe  $z$ . Les parois actives sont constituées de duralumin (AU4G,  $\lambda = 134 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ;  $\epsilon = 0,15 \pm 0,03$ ) d'une épaisseur de 1 cm dont les températures sont régulées grâce à un cryothermostat assurant une précision à  $0,1^\circ\text{C}$  près. Celles-ci sont ainsi considérées isothermes à  $T_c$  à la paroi chaude ( $x = 0$ ) et  $T_f$  à la paroi froide ( $x = L_x$ ). L'écart de température  $\Delta T$  entre les parois chaude et froide ( $\Delta T = T_c - T_f$ ) est maintenu symétrique par rapport à la température ambiante  $T_{ref}$  ( $T_{ref} = [T_c + T_f]/2$ ) permettant ainsi d'assurer une symétrie des échanges thermiques avec l'ambiance, contrairement à d'autres expérimentations (par exemple [Cheesewright, 1986]).

Les 4 parois passives sont constituées de panneaux de 8 cm de polyuréthane ( $\lambda = 0.035 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ,  $\epsilon = 0.60 \pm 0.05$ ) dont l'émissivité peut être diminuée par l'adjonction d'un film d'aluminium de  $40 \mu\text{m}$  d'épaisseur ( $\epsilon = 0.10 \pm 0.05$ ). Les panneaux d'isolant permettent de limiter les phénomènes de conduction interne aux parois tandis que le film d'aluminium à faible émissivité tend à diminuer l'impact du rayonnement de paroi. Les expérimentations ont été menées sur une large plage de nombres de Rayleigh (basé sur la hauteur de la cavité)  $Ra_H$  allant de  $4 \times 10^{10}$  à  $1,2 \times 10^{11}$  qui, dans la configuration géométrique de la cavité, mène à un écart de température  $\Delta T$  allant de  $7^\circ\text{C}$  à  $20^\circ\text{C}$  autour de la température moyenne de référence  $T_{ref}$ . L'écart de température maximum entre les deux parois actives ( $\Delta T_{max} = 20^\circ\text{C}$ ) est inférieur à la borne supérieure de validité de l'hypothèse de Boussinesq ( $\Delta T_{max} = 28,6^\circ\text{C}$ ) proposée par [Gray and Giorgini, 1976] pour l'air à température ambiante, hypothèse que nous considérerons pour les simulations numériques.

D'un point de vue numérique, la cavité est remplie d'air supposé transparent dans un premier temps, puis considéré comme étant remplie d'un mélange homogène de gaz parfaits composé d'air sec et de vapeur d'eau. Le taux d'humidité relative ( $H_r$ ) du mélange n'étant pas connu (non déterminé expérimentalement), nous proposerons dans le cadre de l'étude, une valeur d'humidité relative de 100%  $H_r$  basée sur la température à la paroi froide. Ce choix est motivé par l'absence, expérimentalement, de condensation aux parois impliquant que le gaz soit, au maximum, à saturation aux abords de la paroi froide. A des fins de simplification, l'ensemble des grandeurs géométriques sont adimensionnées par la hauteur  $H$  de la cavité, définissant ainsi les rapports de forme  $A_x$  et  $A_y$  comme étant respectivement  $L_x/H$  et  $L_y/H$ . Dans la suite du manuscrit, l'ensemble des figures et quantités intégrées seront fonction de ces rapports de forme qui, dans le cas de notre configuration d'étude, sont égaux à  $A_x = 0,26$  et  $A_y = 0,224$ .



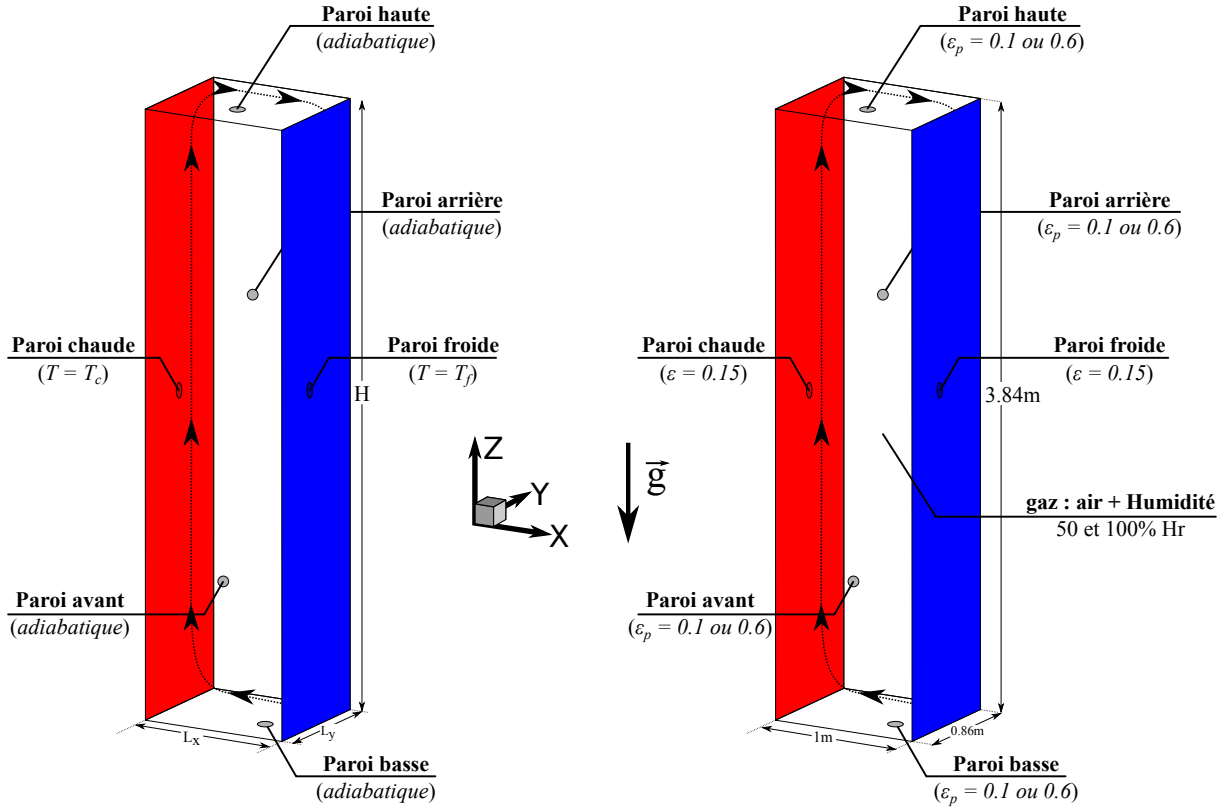


FIGURE 2.1 – Représentation de la cavité différentiellement chauffée et de ses diverses propriétés. (gauche) propriétés convectives et (droite) propriétés radiatives de la cavité.

## 2.2 Modélisation de la convection naturelle

Nous allons à présent décrire les différentes équations et hypothèses employées dans le cadre de la modélisation de la convection naturelle au sein de la cavité.

### 2.2.1 Équations de conservation

Afin de modéliser l'écoulement de convection naturelle dans la cavité, il est nécessaire de caractériser les propriétés massiques, cinétiques et thermique de l'écoulement au cours du temps, au travers des équations de conservation. Les principales quantités à conserver dans un volume de fluide  $\Omega$  restreint par la surface fermée  $\Gamma$  sont :

- la masse volumique  $\rho$
- la quantité de mouvement  $\rho \vec{V}$
- l'énergie totale du système  $\rho E$

Où  $\vec{V}$  est le vecteur vitesse et  $E$  est l'énergie totale par unité de masse.

### 2.2.2 Conservation de la masse

En l'absence de production de masse, l'équation régissant la conservation de la masse dans un volume de fluide  $\Omega$  au cours du temps s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_{\Gamma} (\rho \vec{V}) d\Gamma = 0 \quad (2.1)$$

pouvant se réécrire sous la forme locale suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial X_i} = 0 \quad (2.2)$$

### 2.2.3 Conservation de la quantité de mouvement

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un volume de fluide  $\Omega$ , on obtient la forme eulérienne de l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} (\rho \vec{V}) d\Omega + \oint_{\Gamma} (\rho \vec{V} \otimes \vec{V}) \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma = \int_{\Omega} \rho \cdot \vec{f}_e \cdot d\Omega + \oint_{\Gamma} \vec{\sigma} \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma \quad (2.3)$$

Où les termes de droites représentent la somme des forces extérieures exercées sur et dans le volume de fluide. Ceux-ci se décomposent comme suit :

- forces volumiques  $\vec{f}_e$  ( gravité et flottabilité ) exercées dans  $\Omega$
- forces surfaciques  $\vec{\sigma}$  ( forces de pressions et contraintes visqueuses ) exercées sur  $\Gamma$

Dans le cas où nous considérons l'air comme étant un fluide visqueux Newtonien, les forces de surface peuvent s'écrire sous la forme :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (2.4)$$

où  $p$  est la pression et  $\tau_{ij}$  est le tenseur des contraintes visqueuses qui, dans le cas d'un fluide Newtonien est défini comme :

$$\tau_{ij} = \mu(T) \left[ \left( \frac{\partial U_j}{\partial X_i} + \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial U_k}{\partial X_k} \right) \delta_{ij} \right] \quad (2.5)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide. Ainsi, l'équation de conservation de la quantité de mouvement peut se réécrire comme suit :

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial X_j} = -\frac{\partial p}{\partial X_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial X_j} + \rho g \delta_{iz} \quad (2.6)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur, agissant dans le sens opposé à l'axe vertical  $z$ .

### 2.2.4 Conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie est obtenue en appliquant le premier principe de la thermodynamique à un volume de fluide. Ce faisant, en considérant un écoulement de gaz parfait, on obtient la forme conservative suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} (\rho c_p T) d\Omega + \oint_{\Gamma} (\rho c_p T \cdot \vec{V}) \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma = \oint_{\Gamma} (\lambda_c(T, P) \vec{\nabla} \cdot T) \cdot \vec{n} \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} q_{ext} \cdot d\Omega \quad (2.7)$$

Où  $c_p$  est la chaleur spécifique massique à pression constante,  $\lambda_c$  est la conductivité thermique et  $q_{ext}$  est un terme source volumique extérieur (rayonnement, réactions chimiques, ...). Cette équation peut se réécrire sous la forme locale suivante :

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p T \cdot u_i)}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \lambda_c \cdot \frac{\partial T}{\partial X_i} \right) + q_{ext} \quad (2.8)$$

### 2.2.5 Hypothèses simplificatrices

Dans le cadre de notre étude, certaines hypothèses simplificatrices permettent de réduire la complexité du système d'équations à résoudre.

- Du fait des faibles amplitudes de vitesse présentes dans la cavité ( $V_{ref} \approx 2 m.s^{-1}$ ), le nombre de Mach caractéristique ( $M_{ref} = V_{ref}/c_{ref} \approx 2/340 \approx 5 \times 10^{-3}$ , pour  $T_{ref} = 20^\circ C$ ) est très inférieur à la "limite" d'apparition des phénomènes de compressibilité des écoulements en air ( $M \approx 0,1$ ). Aussi, l'écoulement de convection naturelle considéré dans le cas de la cavité différentiellement chauffée en air est considéré comme étant **incompressible**. Cette hypothèse implique que la masse volumique  $\rho$  est considérée constante dans l'ensemble de la cavité et définie telle que  $\rho = \rho_{ref}$ .
- De plus, au vu des faibles valeurs de température ( $T = T_{ref} \pm \Delta T/2 \approx 20^\circ C$ ) et de pression ( $p \approx p_{ref} = 1 atm$ ) du fluide dans la cavité autour des conditions ambiantes, l'air peut être considéré comme étant un **gaz parfait** défini autour des conditions de références de pression ( $p_{ref}$ ) et de température ( $T_{ref}$ ). En outre, les faibles variations de température et de pression permettent également de considérer que les propriétés du fluides ( $\lambda_c, \mu$  et  $c_p$ ) **sont constantes** et égales à celles de l'air à la température  $T_{ref}$ .
- Cependant, afin de considérer les effets de flottabilité (i.e. mouvement du fluide due aux variations de masse volumique), ceux-ci sont linéarisés par rapport à la masse volumique du fluide ( $\rho$ ) autour de la condition ambiante ( $p_{ref}, T_{ref}, \rho_{ref}$ ). Aussi, au vu de la valeur maximale de l'écart de température ( $\Delta T_{max} \approx 20^\circ C$ , cf. Configuration d'étude), on suppose que **l'hypothèse de Boussinesq est valide**. Ceci implique que le terme de flottabilité s'écrit :

$$\rho g \delta_{iz} \approx \rho_{ref} g [1 - \beta_T (T - T_{ref})] \delta_{iz} \quad (2.9)$$

où  $\beta_T$  est le coefficient d'expansion thermique ( $\beta_T = -1/\rho(\partial\rho/\partial T)_{T_{ref}, p_{ref}}$  égal à  $1/T_{ref}$  pour un gaz parfait). Le premier terme de cette expression, une fois associé à la pression thermodynamique  $p$ , permet de définir la pression motrice  $p_m = (p - \rho_{ref} g \delta_{iz})$  intervenant dans le gradient de pression.

### 2.2.6 Équations adimensionnées

Étant donné la nature des écoulements de convection naturelle considérés dans notre étude, les équations de conservations précédentes sont adimensionnées par rapport à la vitesse caractéristique de convection naturelle  $V_{ref} = U_{CN}$  basée sur une longueur de référence  $L_{ref} = H$  (dans notre cas, la hauteur de la cavité), et un écart de température caractéristique du problème (dans notre cas, l'écart de température entre les parois chaude et froide,  $\Delta T = T_c - T_f$ ). Ainsi :

$$U_{CN} = \sqrt{\frac{g \beta_T \Delta T H}{Pr}} = \frac{\kappa}{H} \sqrt{Ra} \quad (2.10)$$

où  $Pr = \nu/\kappa$  est le nombre de Prandtl,  $\nu = \mu/\rho$  est la viscosité cinématique du fluide,  $\kappa = \lambda_c/(\rho \cdot c_p)$  est la diffusivité thermique du fluide et  $Ra = g \beta_T \Delta T H^3/(\kappa \nu)$  est le nombre de Rayleigh basé sur la hauteur de la cavité.

On définit également une température adimensionnée  $\theta$  centrée sur la température de référence  $T_{ref}$  telle que :

$$\theta = \frac{T - T_{ref}}{\Delta T} \quad (2.11)$$

Dans le cadre des hypothèses énoncées précédemment, les équations de conservation adimensionnées associées sont les suivantes :

conservation de la masse :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.12)$$

conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_m}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + Pr\theta\delta_{iz} \quad (2.13)$$

conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u_j \theta}{\partial x_j} = \frac{1}{Ra^{1/2}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} + \frac{H^2}{\lambda_c \Delta T} q_{ext} \right] \quad (2.14)$$

où  $q_{ext}$  est ici le terme source extérieur dimensionné (en  $W/m^3$ ).

L'ensemble des quantités adimensionnées et des nombres caractéristiques du problème sont rappelées ci-dessous :

Rapports de forme	$A_x = \frac{L_x}{H}; A_y = \frac{L_y}{H}; A_z = \frac{H}{H} = 1$
Coordonnées adimensionnées	$x = \frac{X}{H}; y = \frac{Y}{H}; z = \frac{Z}{H}$
Température adimensionnée	$\theta = \frac{T - T_{ref}}{\Delta T}; \Delta T = T_c - T_f; T_{ref} = \frac{T_c + T_f}{2}$
Vitesses adimensionnées	$u = \frac{U}{V_{ref}}; v = \frac{V}{V_{ref}}; w = \frac{W}{V_{ref}}; V_{ref} = \frac{\kappa}{H} \sqrt{Ra}$
Temps adimensionné	$t = \frac{t_{dim}}{t_{ref}}; t_{ref} = \frac{H}{V_{ref}} = \frac{H^2}{\kappa \sqrt{Ra}}$
Nombre de Rayleigh	$Ra = \frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\nu \kappa}$
Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\nu}{\kappa}$
Nombre de Reynolds	$Re = \frac{\rho_{ref} V_{ref} H}{\mu} = \frac{V_{ref} H}{\nu} = \frac{\sqrt{Ra}}{Pr}$
Nombre de Péclet	$Pe = \frac{V_{ref} H}{\kappa} = \sqrt{Ra}$

TABLEAU 2.1 – Quantités adimensionnées caractéristiques du problème de convection.

Dans la suite du manuscrit, l'ensemble des simulations d'écoulement de convection naturelle en cavité sont basées sur la résolution de ce système d'équations adimensionnées pour la partie convective du problème.

### 2.2.7 Représentation des écoulements turbulents

A partir d'un nombre de Reynolds critique  $Re_c$  (ce qui se traduit également par un nombre de Rayleigh critique  $Ra_c$  en convection naturelle), l'ensemble des écoulements deviennent turbulents. Ces écoulements sont caractérisés par des fluctuations "chaotiques" des variables (vitesse, pression, température, ...) autour d'une valeur moyenne. De fait, ces écoulements deviennent intrinsèquement instationnaires et exhibent un caractère tridimensionnel sous la forme de structures cohérentes (tourbillons) qui s'échangent de l'énergie à différentes échelles spatiales (i.e. dimensions, longueurs d'ondes) et temporelles (i.e. temps de vie des tourbillons) [Chassaing, 2000; Lesieur, 2008]. La figure 2.2 montre une représentation schématique des différentes échelles spatiales présentes dans la cavité. La première échelle, l'échelle macroscopique  $l_m$ , correspond aux plus grands tourbillons pouvant être présents dans la cavité dont ils ont les dimensions (i.e.  $l_m \approx H$ ). A cette échelle, la dynamique est principalement dominée par la cinétique et les effets visqueux sont négligeables. La seconde échelle représentée, l'échelle inertielle  $l_I$ , correspond à une échelle intermédiaire où les tourbillons puisent de l'énergie dans les échelles macroscopiques et les redistribuent aux échelles plus petites, sans être affectés par les effets visqueux [Versteeg and Malalasekera, 2007]. Puis la dernière échelle, l'échelle de Kolmogorov  $l_K$ , correspond aux plus petites échelles présentes dans la cavité pour lesquels les effets cinétiques et visqueux sont de même ordre de grandeur, et caractérisé par un nombre de Reynolds caractéristique de l'ordre de l'unité (i.e.  $Re_K = u_K l_K / \nu = 1$ ).

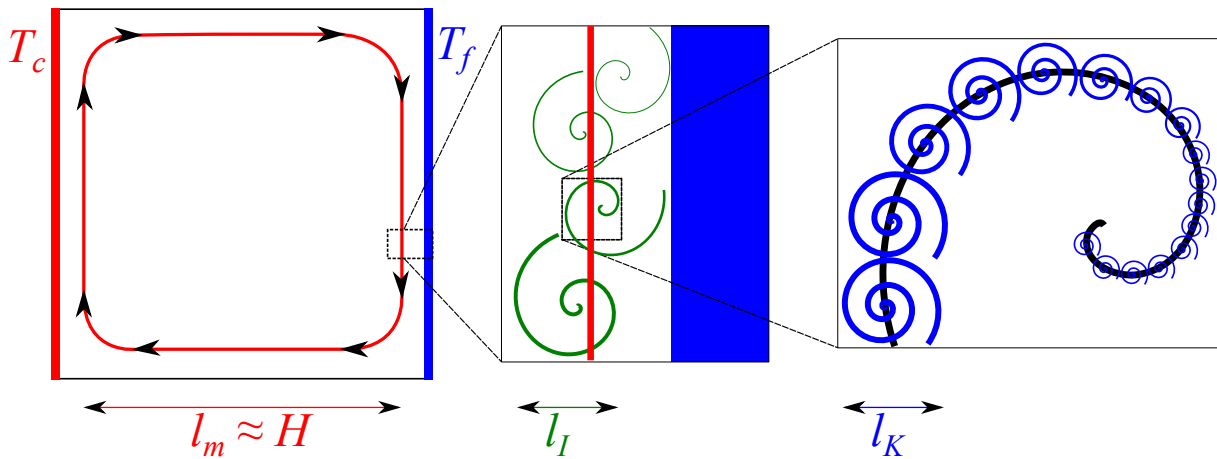


FIGURE 2.2 – Représentation schématique des différentes échelles spatiales présentes dans la cavité

Une représentation du spectre d'énergie turbulente  $E(k)$  en fonction du nombre d'onde  $k$ , est présentée en figure 2.3, dans le cas d'écoulement forcé (le spectre étant légèrement différent en convection naturelle, du fait de l'apport d'énergie à l'ensemble des échelles et non plus uniquement aux grandes échelles). On y observe la présence des 3 zones que sont :

- *La zone des grandes échelles* (zone énergétique) : Population de tourbillons responsables de la production d'énergie. Échelle associée à  $l_m$
- *La zone inertielle* : Population de tourbillons qui prélèvent de l'énergie aux grandes échelles pour la transférer aux petites échelles. Échelle associée à  $l_I$ .
- *La zone dissipative* : Population de tourbillons qui dissipent l'énergie issue des échelles supérieures. Échelle associée à  $l_K$ .

Le rapport entre les plus grandes échelles  $l_m$  et les plus petites échelles  $l_K$  selon [Tennekes and Lumley, 1972] est de l'ordre de  $Re^{3/4}$ . Aussi, afin de représenter numériquement

les grandes et les plus petites échelles de l'écoulement, il est nécessaire de discrétiser chaque direction du domaine en multiples de  $Re^{3/4}$ . Le problème étant tridimensionnel, l'effort de maillage est donc proportionnel à  $Re^{9/4}$ .

Ainsi, toute la difficulté de la simulation numérique d'écoulement turbulents est de représenter les phénomènes des grandes échelles, des échelles inertielles ainsi que de l'échelle dissipative de Kolmogorov  $l_K$ , avec un enjeu particulier pour les 2 dernières échelles, responsables du transfert et de la dissipation d'énergie.

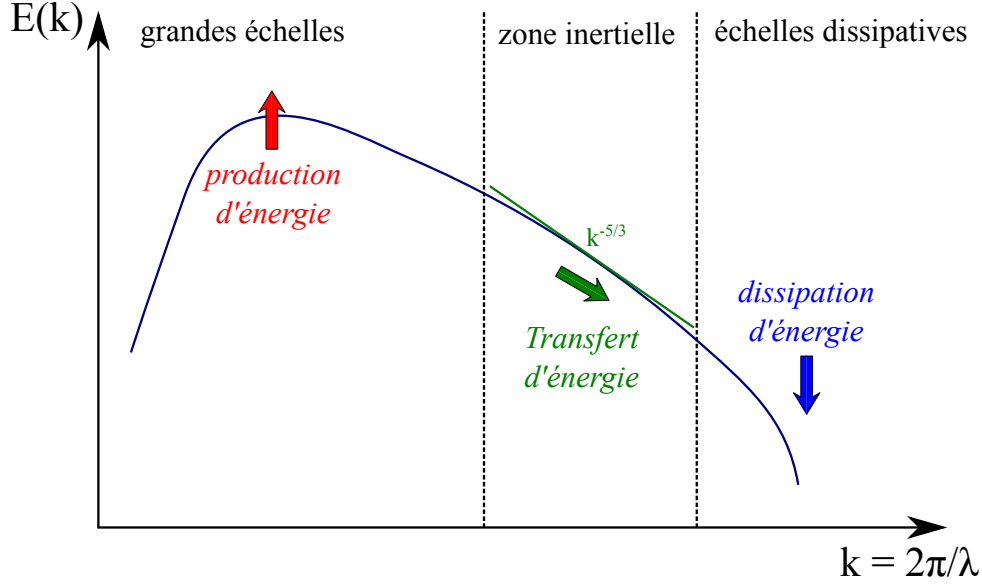


FIGURE 2.3 – Représentation schématique du spectre d'énergie turbulente en fonction du nombre d'onde  $k = 2\pi/\lambda$  dans le cas de la convection forcée. ( $\lambda$  est ici la longueur d'onde).

### Simulation numérique directe (DNS)

La simulation numérique directe (SND ou DNS en anglais) consiste à résoudre explicitement toutes les échelles caractéristiques de l'écoulement au travers des équations initiales de conservation (eqs. 2.12, 2.13, 2.14) avec une discrétisation suffisamment fine pour pouvoir toutes les représenter, tant d'un point de vue spatial que temporel. Cependant, si l'on considère un nombre de Rayleigh de  $1,2 \times 10^{11}$  et un nombre de Prandtl de 0,71 (air), le maillage nécessaire à la représentation de toutes les échelles spatiales suivant une distribution régulière, serait composé d'environ  $6 \times 10^{12}$  cellules.

Afin de limiter les besoins en ressources informatiques, les simulations numériques sont bien souvent réalisées sur des maillages plus grossiers (de l'ordre de la dizaine de million de cellules). Cette sous résolution se traduit par un filtrage implicite (agissant comme un passe bas) du spectre d'énergie turbulente (figure 2.3) par le maillage au nombre d'onde  $k_c = \pi/\bar{\Delta}$  dont la taille du filtre  $\bar{\Delta}$  est défini dans le cas d'un maillage cartésien par  $\bar{\Delta} = (\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)^{1/3}$ . Afin de permettre la représentation du spectre physique dans son ensemble, le comportement des échelles non-résolues par le maillage doit être modélisé, intégrant ainsi des termes supplémentaires aux équations de conservation, constituant ainsi le modèle de sous-maille.

Dans le cas où le spectre est tronqué dans sa zone inertielle, le modèle de sous-maille doit représenter les échelles dissipatives ainsi que la portion de la zone inertielle non résolue. Cette approche filtrée en espace des équations de conservation est appelée LES (Large Eddy Simulation) et est de plus en plus employée, tant dans le domaine de la recherche que dans l'industrie.

### Simulation des grandes échelles (LES)

La simulation des grandes échelles (SGE, ou LES en anglais ) a fait l'objet de nombreux développements dans les dernières décennies, principalement dans les configurations de convection forcé, car :

1. elle permet de représenter naturellement l'aspect instationnaire des écoulements, contrairement à l'approche RANS, grandement utilisée.
2. l'augmentation des moyens de calculs rend cette approche de plus en plus accessible. En effet, celle-ci nécessite des maillages plus importants que l'approche RANS.

Les développements théoriques de la LES ont été effectués initialement dans le cadre de la turbulence homogène isotrope par Kolmogorov en 1941, en se basant sur 2 hypothèses [Lesieur, 2008] :

- l'hypothèse d'équilibre universel, qui suppose d'une part que les petites structures dissipatives s'adaptent "instantanément" aux variations plus lentes imposées par les grosses structures, et d'autre part que cet équilibre est universel et ne dépend pas des conditions particulières de l'écoulement.
- l'hypothèse qu'il existe une zone dans laquelle le spectre d'énergie ne dépend plus de la viscosité. Dans cette zone, appelée zone inertielle, l'énergie est simplement transférée sans dissipation visqueuse, des grandes vers les petites échelles.

Ainsi, la première hypothèse (équilibre énergétique) impose l'égalité entre la production d'énergie cinétique de sous-maille et la dissipation visqueuse, tandis que la seconde hypothèse permet de déterminer que dans la zone inertielle, l'énergie décroît en  $k^{-5/3}$  (en convection forcé).

#### • Notions de filtrage

Comme explicité précédemment, la discrétisation du domaine de fluide au travers du maillage introduit un filtrage implicite du spectre d'énergie, et de fait, des équations de conservation. Aussi, toute variable dépendante de l'espace et du temps se décompose en une partie filtrée résolue et une partie fluctuante non résolue :

$$\chi(x, t) = \bar{\chi}(x, t) + \chi'(x, t) \quad (2.15)$$

Le terme filtré, spatialement et temporellement, est obtenu par le produit de convolution de la variable physique avec la fonction filtre  $G(x, t)$  caractérisée par l'échelle de coupure spatiale  $\bar{\Delta}$  et temporelle  $\bar{\tau}_c$ . La variable filtrée est ainsi obtenue par la convolution suivante en espace physique :

$$\bar{\chi}(x, t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \chi(y, t') G(x - y, t - t') dy' \cdot dt' \quad (2.16)$$

et par le produit de la fonction de transfert du filtre  $\hat{G}(k, w)$  en espace spectral :

$$\bar{\hat{\chi}}(k, w) = \hat{G}(k, w) \cdot \hat{\chi}(k, w) \quad (2.17)$$

• *Equations filtrées*

Après application du filtre sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, on obtient le système d'équations de conservation pour les quantités filtrées :

conservation de la masse :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.18)$$

conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}_m}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + Pr \bar{\theta} \delta_{iz} \quad (2.19)$$

conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{Ra^{1/2}} \left[ \left( \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} \right) + \frac{H^2}{\lambda_c \Delta T} \bar{q}_{ext} \right] \quad (2.20)$$

Les termes non linéaires  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  et  $\bar{u}_j \bar{\theta}$  issus du filtrage sont à décomposer en fonction des variables filtrées. On définit alors le tenseur des contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}$  et le flux de sous-maille  $\pi_{j\theta}$  tels que :

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j \quad (2.21)$$

$$\pi_{j\theta} = \bar{u}_j \bar{\theta} - \bar{u}_j \cdot \bar{\theta} \quad (2.22)$$

et qui devront être modélisés pour prendre en compte les échelles non résolues. Ainsi, après introduction des tenseurs de sous-maille dans les équations précédentes, les équations filtrées deviennent :

conservation de la masse :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.23)$$

conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}_m}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}^d}{\partial x_j} + Pr \bar{\theta} \delta_{iz} \quad (2.24)$$

conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{Ra^{1/2}} \left[ \left( \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} \right) + \frac{H^2}{\lambda_c \Delta T} \bar{q}_{ext} \right] - \frac{\partial \pi_{j\theta}}{\partial x_j} \quad (2.25)$$

Où :

- $\bar{p}_m = \bar{p} + \frac{1}{3} \tau_{ii}$  est la pression modifiée
- $\tau_{ij}^d = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij}$  est le déviateur du tenseur des contraintes de sous-maille



• **Modélisation de sous-maille**

La résolution des équations filtrées demande de relier les termes de sous-maille apparus après filtrage  $\tau_{ij}$  et  $\pi_{j\theta}$ , aux variables résolues du problème  $(u_i, p, \theta)$  grâce à un modèle de sous-maille. Celui-ci doit respecter deux types de contraintes [Sagaut, 1998] :

Contraintes physiques :

- Respecter les propriétés des équations initiales (invariance galiléenne ...).
- S'annuler dans les zones bien résolues de l'écoulement et le long des parois.
- Introduire dans les équations un effet similaire aux termes modélisés.
- Ne pas modifier les mécanismes des échelles résolues en provoquant par exemple une re-laminarisation des couches limites turbulentes.

Contraintes numériques :

- Le coût additionnel de l'algorithme doit rester raisonnable.
- Il ne doit pas déstabiliser la solution.
- La discrétisation du modèle doit préserver les effets physiques attendus du modèle.

Certaines approches considèrent une représentation explicite complète ou partielle des termes de sous-mailles  $\tau_{ij}$  et  $\pi_{j\theta}$  au travers d'une décomposition de ceux-ci comme le modèle de tenseur de Reynolds en approche RANS, tandis qu'une autre approche, plus répandue, approxime ces termes par une viscosité équivalente.

L'objectif de la thèse n'étant pas centré sur le développement de modèles de sous-mailles, la présentation se limitera aux modèles employés. Pour plus d'informations, le lecteur est invité à parcourir l'ouvrage de [Sagaut, 1998].

**Approximation des tenseurs  $\tau_{ij}$  et  $\pi_{j\theta}$**  Dans le cadre de la thèse, nous considérons une représentation explicite du tenseur des contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}$  basée sur une viscosité de sous-maille  $\nu_{sm}$  associée au tenseur des taux de déformation résolus  $\overline{S}_{ij}$  :

$$\tau_{ij}^d = -2\nu_{sm}\overline{S}_{ij} \quad \text{avec} \quad \overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.26)$$

Une approche similaire est effectuée pour le flux de chaleur de sous-maille  $\pi_{j\theta}$  basé ici sur une diffusivité de sous-maille  $\kappa_{sm}$ . Au même titre que le flux de chaleur moléculaire,  $\pi_{j\theta}$  est basé sur une analogie à la loi de Fourier reliant la diffusivité de sous-maille au gradient de température résolue :

$$\pi_{j\theta} = -\kappa_{sm} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \quad (2.27)$$

Le système d'équations de conservation résultant s'écrit ainsi :

conservation de la masse :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.28)$$

conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u}_i \cdot \overline{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}_m}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left( 1 + \frac{\nu_{sm}}{\nu} \right) \cdot \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + Pr\overline{\theta}\delta_{iz} \quad (2.29)$$

conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \bar{\theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{Ra^{1/2}} \left[ \left( 1 + \frac{\kappa_{sm}}{\kappa} \right) \cdot \left( \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} \right) + \frac{H^2}{\lambda_c \Delta T} \overline{q_{ext}} \right] \quad (2.30)$$

**Modélisation de la viscosité de sous-maille  $\nu_{sm}$**  Dans le processus de définition de la viscosité de sous-maille  $\nu_{sm}$ , l'analyse dimensionnelle permet de mettre en évidence la dépendance à une échelle de longueur  $l_0$  et de temps  $t_0$  (ou de vitesse  $v_0$ ) caractéristiques des échelles à modéliser :

$$\nu_{sm} \propto \frac{l_0^2}{t_0} = l_0 \cdot v_0 \quad (2.31)$$

L'échelle de longueur caractéristique  $l_0$  qui apparaît naturellement étant la taille de la maille  $\bar{\Delta}$ , toute la difficulté réside dans la caractérisation de l'échelle de temps  $t_0$  (ou de vitesse  $v_0$ ).

**Le modèle de Smagorinsky** Le modèle de Smagorinsky est basé sur l'estimation de la viscosité à partir des quantités filtrées uniquement. Ainsi, l'échelle de temps  $t_0$  caractéristique est dérivée de l'échelle de temps visqueuse résolue telle que  $\mathcal{T} \propto |\bar{S}|^{-1}$ . Ainsi  $\nu_{sm}$  est définie comme suit :

$$\nu_{sm} = \left( C_s \bar{\Delta}^2 \right) |\bar{S}| \quad \text{Où} \quad |\bar{S}| = \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \cdot \bar{S}_{ij}} \quad (2.32)$$

La valeur théorique de la constante associée aux hypothèses de base (turbulence homogène isotrope), en supposant l'existence d'un spectre inertiel infini est de 0,18 [Lilly, 1962]. Cependant, ce modèle présente l'inconvénient de ne pas s'annuler aux parois car il fait intervenir la partie symétrique du tenseur des contraintes  $\bar{S}_{ij}$ .

**Le modèle de Bardina**

Afin d'assurer que le modèle s'annule à la paroi, une autre approche consiste à construire un modèle basé sur l'estimation de la viscosité de sous-maille à partir de l'énergie cinétique de sous-maille  $q_{sm}$ . Les modèle de ce type, dits TKE (Turbulent-Kinetic-Energy) s'écrivent sous la forme :

$$\nu_{sm} = C_{TKE} \bar{\Delta} \sqrt{q_{sm}} \quad (2.33)$$

$q_{sm}$  peut être évaluée soit à partir d'une forme théorique du spectre énergétique, soit explicitement, à partir des quantités résolues. Bardina, Ferziger et Reynolds [Bardina et al., 1980] ont proposé la notion de similarité d'échelles, qui suppose que la structure des échelles spatiales de l'écoulement est identique de part et d'autre de la coupure imposée par le filtrage implicite et que les échelles de sous-maille les plus énergétiques sont celles qui se trouvent au voisinage de la coupure (Figure 2.4).

Aussi les plus grandes échelles de sous-maille, en  $k_c + \epsilon_k$  dont la vitesse est notée  $\bar{u}'_i$ , sont identiques aux plus petites échelles résolues localisées en  $k_c - \epsilon_k$  dont la vitesse est notée  $(\bar{u}_i)'$ . L'estimation de  $(\bar{u}_i)'$  peut être alors obtenue en appliquant un filtrage explicite des échelles résolues à l'aide d'un filtre test, de taille  $\tilde{\Delta}$  généralement supérieure à  $\bar{\Delta}$  [Liu et al., 1994], comme  $(\bar{u}_i)' = \bar{u}_i - \tilde{u}_i$ .

Ainsi, en posant  $\bar{u}'_i = (\bar{u}_i)'$  on obtient une estimation de l'énergie cinétique de sous-maille :

$$q_{sm} = \frac{1}{2} (\bar{u}_i)' (\bar{u}_i)' \quad (2.34)$$

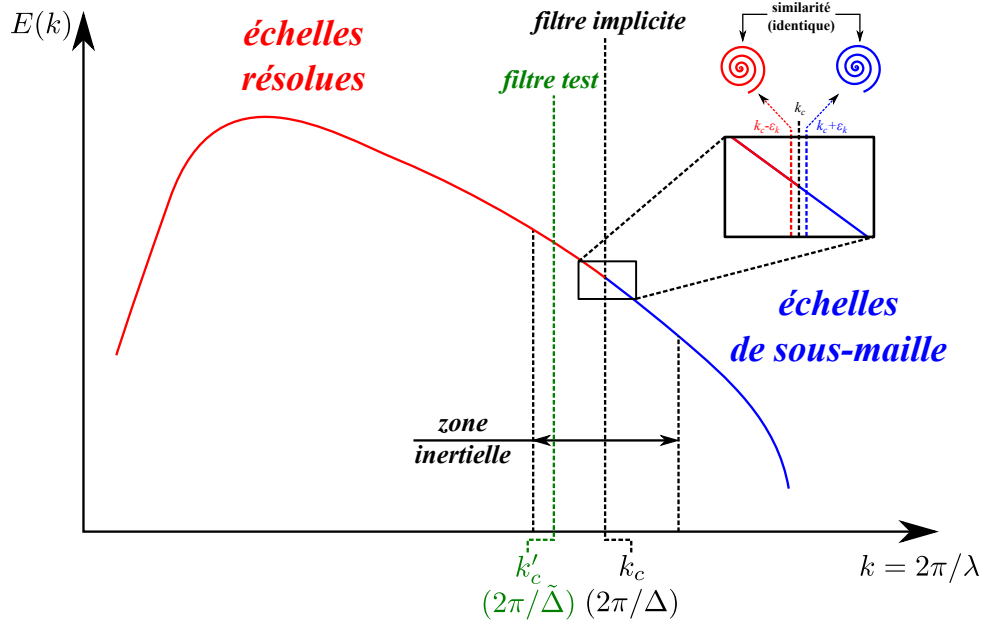


FIGURE 2.4 – Illustration de la similarité des échelles spatiales associées au filtre implicite. Description des filtres spatiaux implicite (i.e. maillage) et explicite.

### Le modèle d'échelles mixtes

L'idée de base du modèle à échelles mixtes, proposée par [Ta Phuoc, 1994] et [Sagaut, 1998], est de pondérer le modèle de Smagorinsky par un terme basé sur l'énergie des échelles proches de la coupure (modèle TKE). Cette double dépendance permet ainsi au modèle de s'annuler aux parois (partie basée sur le modèle TKE) et de s'annuler lorsque l'écoulement est entièrement résolu (i.e. lorsque l'énergie cinétique de sous-maille est nulle). Le modèle d'échelles mixtes s'écrit sous la forme générale :

$$\nu_{sm} = \left[ (C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \right]^\alpha \left[ C_{TKE} \bar{\Delta} \sqrt{q_c} \right]^{(1-\alpha)} \quad (2.35)$$

En considérant l'hypothèse de similarité des échelles, l'énergie cinétique à la coupure peut être obtenue de la même façon que pour le modèle de [Bardina et al., 1980], impliquant ainsi que  $q_{sm} = q_c$ . Ce modèle possède un coefficient de pondération  $\alpha$  compris entre 0 et 1. En général, on considère  $\alpha = 1/2$  et la valeur théorique de  $C_{TKE}$  est définie égale à 0,126 selon [Bardina et al., 1980] et 0,2 selon [Sagaut, 1998]. En outre, ce modèle peut également être interprété comme une extension du modèle de Smagorinsky, dont la constante serait transformée en une fonction de pondération "dynamique" dépendante des variables à la coupure. Cette fonction permet de lutter contre l'effet trop diffusif du modèle fonctionnel, et de mieux prendre en compte les caractéristiques locales de l'écoulement grâce à une extrapolation des informations contenues dans les échelles résolues.

**Modélisation de la diffusivité de sous-maille  $\kappa_{sm}$**  Dans la grande majorité des cas, les efforts de modélisation du flux de chaleur de sous-maille ont plutôt porté sur des situations où la dynamique de l'écoulement est dominante (i.e. pour des écoulements anisothermes en convection forcée), mais peu de travaux ont été réalisés en situation de convection naturelle, c'est à dire lorsque ce sont les gradients de température qui génèrent l'écoulement. Aussi, la plupart des modèles sont basés sur l'analogie de Reynolds.

### Analogie de Reynolds

Ce modèle consiste à relier la diffusivité de sous-maille  $\kappa_{sm}$  à la viscosité de sous-maille  $\nu_{sm}$  à l'aide de l'analogie de Reynolds en faisant intervenir un nombre de Prandtl de sous-maille  $Pr_{sm}$  constant :

$$\kappa_{sm} = \frac{\nu_{sm}}{Pr_{sm}} \quad (2.36)$$

Ce nombre de Prandtl de sous-maille est généralement compris dans la gamme  $[0,3 ; 0,6]$ .

### Modèle d'échelles mixtes local

Le modèle d'échelles mixtes pour la diffusivité de sous-maille proposé par [Sergent et al., 2000] et [Sergent et al., 2003] est basé sur une analogie avec le modèle d'échelles mixte de [Ta Phuoc, 1994] et [Sagaut, 1998] appliqué à la diffusivité de sous-maille, afin de pouvoir déterminer celle-ci indépendamment de la viscosité. La forme générale en est la suivante :

$$\kappa_{sm} = \kappa_{smag}^\alpha \kappa_{TKE}^{(1-\alpha)} \quad (2.37)$$

Le terme  $\kappa_{TKE}$  fait intervenir l'énergie thermique lié au flux de chaleur  $\phi_i = \overline{u_i} \overline{T}$  à la coupure, que l'on peut estimer à l'aide de l'hypothèse de similarité des échelles, comme :

$$\Phi_{sm} = \frac{1}{2} \phi'_i \phi'_i \quad (2.38)$$

Avec :

$$\phi'_i = (\overline{u_i})' (\overline{T})' = (\tilde{u}_i - \overline{u}_i) \cdot (\tilde{T} - \overline{T}) \quad (2.39)$$

Une analyse dimensionnelle permet de définir que le terme  $\kappa_{TKE}$  s'écrit sous la forme :

$$\kappa_{TKE} = C_{TKE} \frac{\overline{\Delta}}{\Delta T} |\Phi_{sm}|^{1/2} \quad (2.40)$$

Le terme lié au modèle de Smagorinsky,  $\kappa_{smag}$ , est obtenu par analyse dimensionnelle ( $\kappa_{smag} \propto l^2/\tau$ ). La longueur de référence étant prise égale à celle de la taille du filtre  $\overline{\Delta}$ , l'échelle de temps de référence  $\tau_0$  est déduite de l'équation de transport de l'énergie thermique de sous-maille [Sergent et al., 2000] :

$$\frac{1}{\tau_0} = C \frac{\overline{\Delta}}{\Delta T} |\overline{T}| \quad (2.41)$$

en considérant :

$$|\overline{T}| = \sqrt{2 \overline{T_{ij}} \cdot \overline{T_{ij}}} \quad \text{avec} \quad \overline{T_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) S_{kl} \quad (2.42)$$

Ainsi, le terme  $\kappa_{smag}$  est défini comme :

$$\kappa_{smag} = C_{smag} \frac{\overline{\Delta}^3}{\Delta T} |\overline{T}| \quad (2.43)$$

L'expression globale du modèle d'échelles mixtes devient alors [Sergent et al., 2003] :

$$\kappa_{sm} = C_d \left( \frac{\overline{\Delta}^3}{\Delta T} |\overline{T}| \right)^\alpha \left( \frac{\overline{\Delta}}{\Delta T} |\Phi_{sm}|^{1/2} \right)^{(1-\alpha)} \quad (2.44)$$

Où la constante  $C_d$  est égale à  $C_s^\alpha \cdot C_{TKE}^{(1-\alpha)}$ .

## 2.3 Modélisation du transfert radiatif

A présent, nous allons décrire les différentes équations et modèles employés dans le cadre de la modélisation du transfert radiatif au sein de la cavité, dans le cas d'écoulements de convection naturelle.

### 2.3.1 Équation du transfert radiatif (ETR)

L'équation de transfert radiatif (ETR) traduit la conservation de la luminance monochromatique  $I_\nu(r, \vec{s})$  de fréquence  $\nu^*$  dans un angle solide  $d\Omega$ , le long d'une direction  $\vec{s}$ . Cette luminance correspond à la puissance monochromatique  $dQ_\nu$  rayonnée par unité de surface apparente  $dS'$  dans un angle solide  $d\Omega$  autour de la direction  $\vec{s}$  (figure 2.5) définie par :

$$I_\nu(r, \vec{s}) = \frac{dQ_\nu}{d\Omega \cdot dS'} = \frac{dQ_\nu}{d\Omega \cdot dS \cdot \cos\theta} \quad (2.45)$$

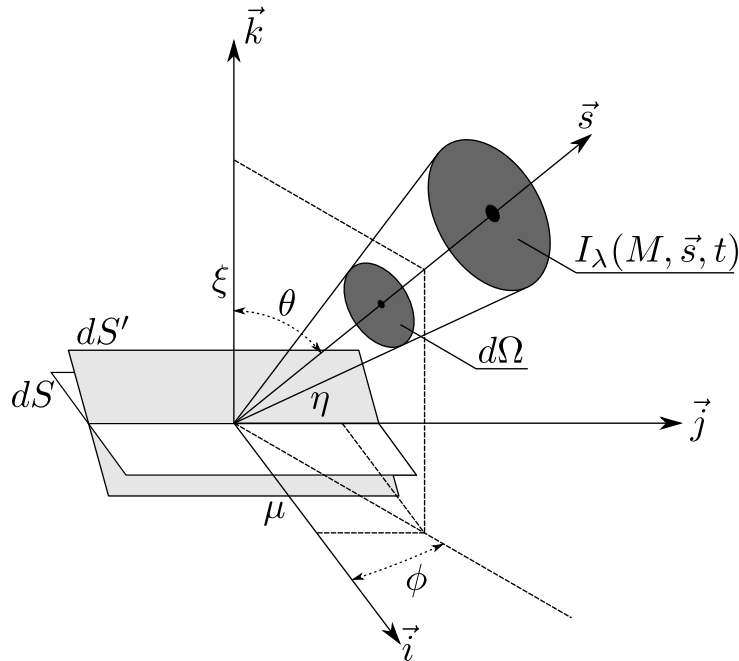


FIGURE 2.5 – Illustration de la définition de la luminance radiative monochromatique  $I_\nu(r, \vec{s})$  issue de la surface  $dS$ , de surface apparente  $dS'$  ( $\vec{s}$  est normale à  $dS'$ ), le long de la direction  $\vec{s}$  de cosinus directeurs  $(\mu, \eta, \xi)$  dans un angle solide  $d\Omega$ .

L'équation de transfert radiatif traduit les pertes d'énergie au travers de l'absorption et de la diffusion du milieu ainsi que les gains d'énergie au travers de l'émission et de la diffusion du gaz le long d'une direction  $\vec{s}$ . L'application du bilan radiatif sur un volume élémentaire du milieu, considéré comme absorbant-émettant-diffusant, pour une fréquence  $\nu$  dans la direction  $\vec{s}$  permet d'établir l'ETR comme suit :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu(r, \vec{s}, t)}{\partial t} + \vec{s} \cdot \vec{\nabla} I_\nu(r, \vec{s}, t) = \kappa_\nu I_\nu^b(T(r)) - \beta_\nu I_\nu(r, \vec{s}, t) + \frac{\sigma_\nu}{4\pi} \int_{4\pi} I_\nu(r, \vec{s}', t) \Phi_\nu(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega' \quad (2.46)$$

où  $c$  est la célérité de la lumière,  $\kappa_\nu$  et  $\sigma_\nu$  sont respectivement le coefficient d'absorption et le coefficient de diffusion monochromatique du milieu, et  $\beta_\nu$  son coefficient d'extinction

\*. Le problème radiatif peut être formulé tant en fréquence  $\nu$  qu'en longueur d'onde  $\lambda$  ou encore en nombre d'onde  $k$ .

$(\beta_v = \kappa_v + \sigma_v)$ .  $I_v^b$  est l'intensité monochromatique du rayonnement du corps noir à la fréquence  $v$  et à la température locale  $T(r)$ . En outre,  $\Phi_v(\vec{s}', \vec{s})$  correspond à la fonction de phase monochromatique qui représente soit la proportion de luminance monochromatique de la direction  $\vec{s}'$  contribuant à la direction  $\vec{s}$  (in-scattering) soit la proportion de luminance monochromatique de la direction  $\vec{s}$  contribuant à la direction  $\vec{s}'$  (out-scattering).

La célérité de la lumière étant très importante ( $c \approx 3 \times 10^8 m.s^{-1}$ ), le terme transitoire est négligeable devant le terme spatial pour notre domaine d'application, ce qui conduit à considérer l'instantanéité des phénomènes de transfert radiatif. De fait, la forme stationnaire de l'ETR monochromatique s'écrit sous la forme :

$$\vec{s} \cdot \vec{\nabla} I_v(r, \vec{s}) = \kappa_v I_v^b(T(r)) - \beta_v I_v(r, \vec{s}) + \frac{\sigma_v}{4\pi} \int_{4\pi} I_v(r, \vec{s}') \Phi_v(\vec{s}', \vec{s}) d\Omega' \quad (2.47)$$

De plus, en considérant que le milieu est non-diffusant ( $\sigma_v = 0$ ) et que la géométrie est cartésienne, l'ETR se réduit à :

$$\mu \frac{\partial I_v(r, \vec{s})}{\partial X} + \eta \frac{\partial I_v(r, \vec{s})}{\partial Y} + \xi \frac{\partial I_v(r, \vec{s})}{\partial Z} = \kappa_v [I_v^b(T(r)) - I_v(r, \vec{s})] \quad (2.48)$$

où  $(\mu, \eta, \xi)$  sont les cosinus directeurs suivant les axes  $(x, y, z)$  de la direction de propagation du rayonnement  $\vec{s}$ .

### Conditions aux limites de l'ETR

Dans le cas de notre étude, les parois qui englobent le milieu sont susceptibles d'absorber et d'émettre le rayonnement thermique. En considérant ces parois grises et opaques, la luminance radiative partant de chaque point  $r_w$  d'une paroi lambertienne et diffuse est formulée comme suit :

$$I_v(r_w) = \epsilon_w I_v^b(T(r_w)) + \frac{\rho_w}{\pi} \cdot q_v^{inc}(r_w, \vec{n}) \quad (2.49)$$

où  $\epsilon_w$  est l'émissivité de la paroi,  $\rho_w$  sa réflectivité ( $\rho_w = 1 - \epsilon_w$ ),  $\vec{n}$  la normale à la paroi orientée vers le milieu et  $q_v^{inc}$  la densité de flux radiatif incident à la paroi au point  $r_w$ . Ce dernier est défini comme suit :

$$q_v^{inc}(r_w, \vec{n}) = \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} I_v(r_w, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| d\Omega' \quad (2.50)$$

### Grandeurs intégrées

Une fois la luminance radiative monochromatique obtenue en chaque point du milieu et des parois, les grandeurs radiatives monochromatiques et globales intégrées peuvent être obtenues afin de déterminer le terme source radiatif  $S_r(r)$  ainsi que le flux net radiatif aux parois  $q^{net}$ . Ceux-ci sont définis comme suit :

- le rayonnement incident :

$$G_v(r) = \int_{4\pi} I_v(r, \vec{s}) d\Omega \quad (2.51)$$

$$G(r) = \int_0^{+\infty} G_v(r) dv \quad (2.52)$$

- le vecteur densité de flux radiatif:

$$\vec{q}_r^v(r) = \int_{4\pi} I_v(r, \vec{s}) \cdot \vec{s} d\Omega \quad (2.53)$$

$$\vec{q}_r(r) = \int_0^{+\infty} \vec{q}_r^v(r) dv \quad (2.54)$$

- le terme source radiatif:

$$S_r(r) = -\nabla \cdot \vec{q}_r(r) \quad (2.55)$$

$$S_r(r) = \int_0^{+\infty} \kappa_v \left[ G_v(r) - 4\pi I_v^b(T(r)) \right] dv \quad (2.56)$$

- le flux radiatif net à la paroi:

$$q_r^{net}(r_w) = \pi \int_0^{+\infty} \epsilon_w I_v^b(T(r_w)) dv - \int_0^{+\infty} \epsilon_w \cdot q_v^{inc}(r_w, \vec{n}) dv \quad (2.57)$$

### 2.3.2 Forme adimensionnée du problème radiatif

Afin de permettre le couplage du problème radiatif avec la forme sans-dimension du problème convectif décrit précédemment, deux stratégies sont possibles :

- la résolution dimensionnelle du problème radiatif puis l'adimensionnement des termes radiatifs couplées ( $S_r$ ,  $q^{net}$ )
- la résolution adimensionnée du problème radiatif

Dans le cadre de notre étude, le choix de l'adimensionnement du problème radiatif a été adopté afin de rester cohérent avec la philosophie sans-dimension du problème convectif ainsi que pour permettre l'intégration du module radiatif créé dans l'un des solveurs numériques maintenu au laboratoire LIMSIS, permettant ainsi la réalisation de simulation couplées tant en convection naturelle à température ambiante que pour des problèmes de combustion ou autres.

Afin d'être compatible avec l'adimensionnement du problème convectif, l'échelle de longueur de référence est prise identique à ce dernier (soit  $L_{ref} = H$ ). Cependant, le problème radiatif faisant intervenir les températures absolues, le problème couplé perd son caractère centré autour d'une température de référence  $T_{ref}$  et il est nécessaire de définir une autre température adimensionnée notée  $\phi$ . La luminance monochromatique est adimensionnée par la luminance de corps noir  $\sigma_B T_{ref}^4$  où  $\sigma_B$  est la constante de Stefan-Boltzmann. En résumé, les règles d'adimensionnement sont :

Positions	$r^+ = r/H$	Rapport des températures	$\Theta_0 = \frac{T_{ref}}{\Delta T} = \frac{T_{ref}}{T_c - T_f}$
Gradients	$\nabla^+ = H\nabla$	Température radiative adimensionnée	$\phi(r) = \frac{T(r)}{T_{ref}} = \frac{\theta(r)}{\Theta_0} + 1$
Luminances	$I_v^+(r^+, \vec{s}) = \frac{1}{\sigma_B T_{ref}^4} I_v(r, \vec{s})$	Epaisseur optique	$\tau_v = \kappa_v H$

TABLEAU 2.2 – Quantités adimensionnées caractéristiques du problème radiatif.

### Équation de transfert radiatif adimensionnée (ETR)

Au vu des règles d'adimensionnement citées précédemment, l'ETR monochromatique pour un milieu non-diffusant s'écrit sous sa forme adimensionnelle :

$$\vec{s} \cdot \nabla^+ I_v^+(r^+, \vec{s}) = \tau_v I_v^{b,+}(\phi(r^+)) - \tau_v I_v^+(r^+, \vec{s}) \quad (2.58)$$

et sous sa forme cartésienne :

$$\mu \frac{\partial I_v^+(r^+, \vec{s})}{\partial x} + \eta \frac{\partial I_v^+(r^+, \vec{s})}{\partial y} + \xi \frac{\partial I_v^+(r^+, \vec{s})}{\partial z} = \tau_v I_v^{b,+}(\phi(r^+)) - \tau_v I_v^+(r^+, \vec{s}) \quad (2.59)$$

où  $x = X/H$ ,  $y = Y/H$  et  $z = Z/H$  sont les coordonnées adimensionnées. La forme sans dimension de la luminance de paroi est définie par :

$$I_v^+(r_w^+) = \epsilon_w I_v^{b,+}(\phi(r_w^+)) + \frac{\rho_w}{\pi} \cdot q_v^{inc,+}(r_w^+, \vec{n}) \quad (2.60)$$

où la densité de flux radiative incidente adimensionnée s'écrit :

$$q_v^{inc,+}(r_w^+, \vec{n}) = \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} I_v^+(r_w^+, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| d\Omega' \quad (2.61)$$

### Grandeurs intégrées sans dimension

Les grandeurs intégrées adimensionnées qui découlent des choix précédents sont :

- le rayonnement incident :

$$G_v^+(r^+) = \int_{4\pi} I_v^+(r^+, \vec{s}) d\Omega \quad (2.62)$$

$$G^+(r^+) = \int_0^{+\infty} G_v^+(r^+) dv \quad (2.63)$$

- le terme source radiatif :

$$S_r^+(r^+) = -\frac{H}{\sigma_B T_{ref}^4} \nabla \cdot \vec{q}_r(r) \quad (2.64)$$

$$S_r^+(r^+) = \int_0^{+\infty} \tau_v \left[ G_v^+(r^+) - 4\pi I_v^{b,+}(\phi(r^+)) \right] dv \quad (2.65)$$

- le flux radiatif net à la paroi :

$$q_r^{net,+}(r_w^+) = \pi \int_0^{+\infty} \epsilon_w I_v^{b,+}(\phi(r_w^+)) dv - \int_0^{+\infty} \epsilon_w \cdot q_v^{inc,+}(r_w^+, \vec{n}) dv \quad (2.66)$$

### 2.3.3 Modèles de rayonnement de gaz

Jusqu'à présent, le problème radiatif a été formulé en fréquence  $\nu^\dagger$ , autrement dit, pour une raie du spectre d'absorption du gaz considéré. De fait, afin de modéliser le comportement spectral du gaz, il est nécessaire de résoudre l'ETR monochromatique pour chaque direction  $\vec{s}$  et chaque fréquence  $\nu$  du spectre d'absorption. Considérant le très grand nombre

<sup>†</sup>. Il est également courant de formuler le problème radiatif en longueur d'onde  $\lambda$  dont la relation longueur d'onde / fréquence est  $\lambda = c/\nu$  où  $c$  est la célérité de la lumière.



de fréquences à considérer (figure 2.6), une modélisation plus compacte du spectre et de ses spécificités doit être réalisée afin de permettre la résolution du problème complet en un temps acceptable.

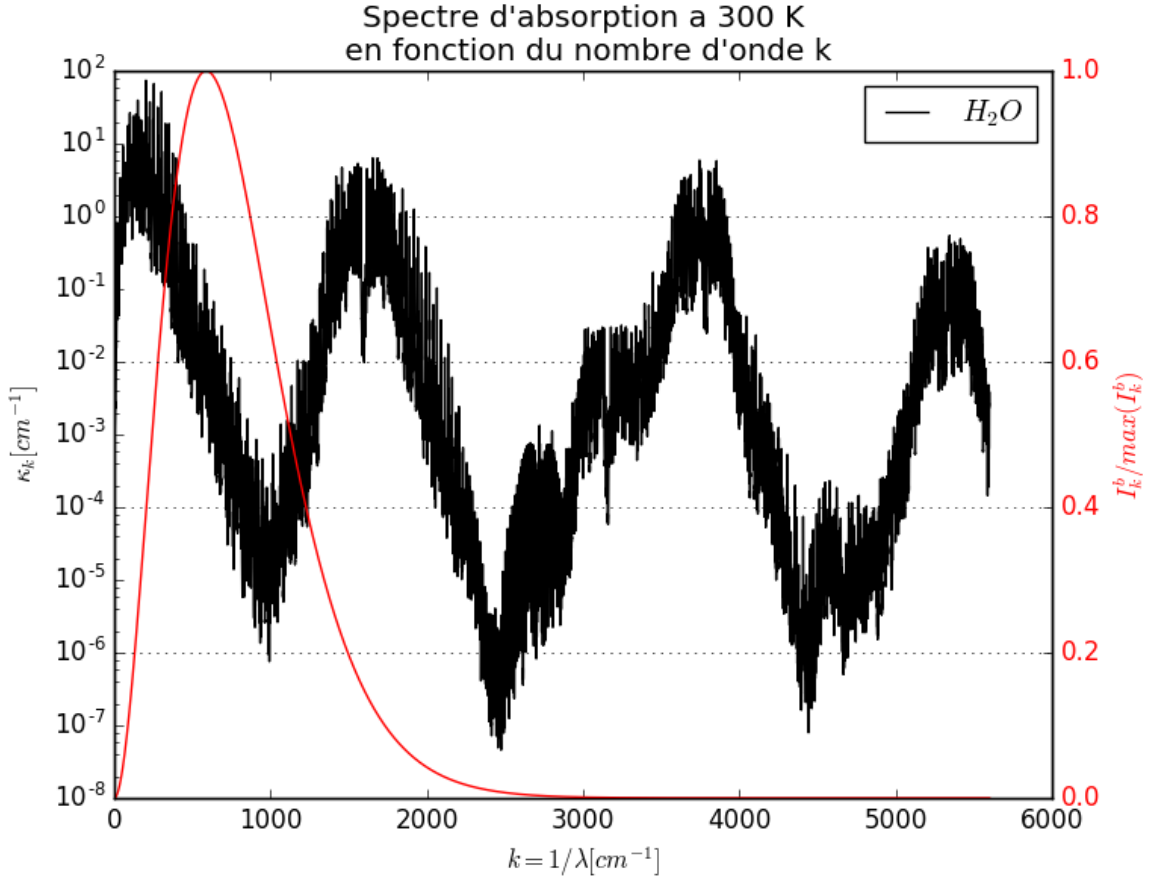


FIGURE 2.6 – Spectre d'absorption de l'eau  $\kappa_k$  et fonction de Planck normalisée à 300 K en fonction du nombre d'onde  $k = 1/\lambda$  (données issues de la base de donnée HITRAN [Rothman et al., 2009]).

### Modèle de gaz gris

Le premier modèle employé dans le cadre de la modélisation du comportement radiatif d'un milieu est le modèle de gaz gris. Cette approche émet l'hypothèse que le coefficient d'absorption  $\kappa_\nu$  est indépendant de la longueur d'onde  $\lambda = c/\nu$  (i.e.  $\kappa_\lambda(T) = \kappa(T)$ ) et que dans les gammes de températures modérées ( $T \approx 300\text{K}$ ), l'effet de la température est négligeable. Ainsi  $\kappa(T) = \kappa_0$ .

En intégrant l'ETR monochromatique sur l'ensemble des fréquences  $\nu$ , on obtient l'équation de transfert radiatif pour un milieu absorbant-émettant gris :

$$\mu \frac{\partial I(r, \vec{s})}{\partial X} + \eta \frac{\partial I(r, \vec{s})}{\partial Y} + \xi \frac{\partial I(r, \vec{s})}{\partial Z} = \kappa_0 \left[ \frac{\sigma_B T^4(r)}{\pi} - I(r, \vec{s}) \right] \quad (2.67)$$

où la luminance totale  $I(r, \vec{s})$  et la luminance de corps noir totale sont définies par :

$$\begin{array}{l} \text{Luminance} \\ \text{totale} \end{array} \quad I(r, \vec{s}) = \int_0^{+\infty} I_\nu(r, \vec{s}) d\nu \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Luminance de corps} \\ \text{noir totale} \end{array} \quad \int_0^{+\infty} I_\nu^b d\nu = \frac{\sigma_B T^4}{\pi}$$

Ainsi, les grandeurs totale que sont le terme source radiatif  $S_r$  et le flux net radiatif s'expriment de la façon suivante :

$$S_r(r) = \kappa_0 [G(r) - 4\sigma_B T^4(r)] \quad (2.68)$$

Et :

$$q_r^{net}(r_w) = \epsilon_w \sigma_B T^4(r_w) - \epsilon_w \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} I(r_w, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| d\Omega' \quad (2.69)$$

Dans le cadre de notre étude, la formulation de l'ETR adimensionnée pour un gaz gris s'exprime ainsi :

$$\mu \frac{\partial I^+(r^+, \vec{s})}{\partial x} + \eta \frac{\partial I^+(r^+, \vec{s})}{\partial y} + \xi \frac{\partial I^+(r^+, \vec{s})}{\partial z} = \tau_0 \left[ \frac{\phi^4(r^+)}{\pi} - I^+(r^+, \vec{s}) \right] \quad (2.70)$$

Où  $\tau_0 = \kappa_0 H$  est l'épaisseur optique du gaz gris.

Enfin, les grandeurs intégrées prennent la forme suivante :

$$S_r^+(r^+) = \tau_0 [G^+(r^+) - 4\phi^4(r^+)] \quad (2.71)$$

Et :

$$q_r^{net,+}(r_w^+) = \epsilon_w \phi^4(r_w^+) - \epsilon_w \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} I^+(r_w^+, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| d\Omega' \quad (2.72)$$

Cette modélisation, qui a l'avantage d'être rapide à résoudre, permet en outre de réaliser tant des simulations en rayonnement de gaz ( $\tau_0 \neq 0$ ) qu'en rayonnement surfacique seul, en imposant dans ce cas un milieu transparent ( $\tau_0 = 0$ ). Cette approche a été utilisée avec succès par [Lauriat, 1982a; Yucel et al., 1989; Tan and Howell, 1991; Draoui et al., 1991; Colomer et al., 2004; Han and Baek, 2000; Borjini et al., 2008; Kumar and Eswaran, 2009; Lari et al., 2011] afin de considérer aussi bien des milieux transparents que des milieux absorbant gris.

Aussi, dans la suite de ces travaux de thèse, toutes les simulations faisant référence à un cas de rayonnement surfacique considéreront la résolution de l'ETR en gaz gris transparent.

Cependant, dans le cadre de l'étude du rayonnement de gaz, cette approche présente l'inconvénient de devoir définir une épaisseur optique  $\tau_0$  représentatif du spectre d'absorption. Cette approche est intéressante lorsque l'on considère un milieu optiquement épais (i.e.  $\tau_0 \gg 1$ ) ou optiquement mince (i.e.  $\tau_0 \ll 1$ , milieu quasi-transparent). Malheureusement, le spectre d'absorption des gaz réels que nous considérons (mélange air-humidité ou *air* –  $\text{CO}_2$ ) étant très étendus, la représentation de l'ensemble du spectre ne peut se faire au travers d'une unique épaisseur optique, ce qui impose de considérer des modèles plus complexes.

### Modèles de gaz réel

La résolution du problème radiatif en prenant en compte l'ensemble du spectre d'absorption raie par raie, est particulièrement dispendieuse dans le cadre de calculs radiatifs couplés avec d'autres phénomènes physiques. Aussi, cette approche lourde est principalement employée lors de calculs radiatifs purs ou faiblement couplés dans le but de résoudre des problèmes fortement sensibles au rayonnement sur de larges gammes de fréquences et de températures (exemple de l'astrophysique) ou plus simplement comme solution de référence pour la construction de modèles de gaz réels plus grossiers.

Nous allons examiner dans ce qui suit quelques modèles de gaz réels.

### • *Modèle de bandes*

Ces modèles sont basés sur la discrétisation du domaine spectral en intervalles  $\Delta\nu$  (bandes spectrales) au sein desquels on postule une certaine séparation statistique des positions des raies et de leur forme. Cette approche, basée sur la décomposition par bandes du spectre, revient à filtrer celui-ci tout en conservant la formulation spectrale de l'équation de transfert radiatif. En fonction de la largeur de ces intervalles, le modèle est dit à *bandes étroites* ou à *bandes larges*.

**Bandes étroites** Les modèles à bandes étroites [Hartmann et al., 1984; Soufiani and Taine, 1987; Kim et al., 1991; Soufiani and Taine, 1997; Liu et al., 1998; Coelho, 2002] considèrent des intervalles de nombres d'ondes  $\Delta k$  compris entre 5 et 50  $cm^{-1}$  dans lesquels la luminance du corps noir (fonction de Planck) est considérée constante. Ces modèles sont formulés soit en transmittivité moyenne (modèle SNB), soit en coefficient d'absorption moyen (modèles statistiques à bandes étroites et modèle CK [Goody and Yung, 1989; Lacis and Oinas, 1991]).

**Bandes larges** Les modèles à bandes larges [Edwards and Balakrishnan, 1973; Edwards, 1976a,b; Kim et al., 1991] considèrent des intervalles de nombres d'ondes  $\Delta k$  plus importants pouvant aller jusqu'à plusieurs centaines de  $cm^{-1}$ . Moins précis que les modèles à bandes étroites, ils sont cependant plus rapides du fait de la diminution du nombre de bandes. Le modèle le plus connu est le modèle exponentiel à bandes larges d'Edwards (EWB).

### • *Modèles globaux*

Les modèles globaux sont basés sur une approche globale du comportement spectral du gaz. Ces modèles sont le plus souvent basés sur une discrétisation directe des coefficients d'absorption  $\kappa$  en une somme  $N_g$  de gaz gris fictifs ( $\kappa_k, k = 1, N_g$ ) pondérés, dont le comportement global est représentatif du spectre réel complet. La forme la plus simple de ce modèle est le modèle de gaz gris présenté précédemment qui s'obtient en ne considérant qu'un unique gaz. Bien qu'extrêmement rapide à résoudre, ce problème est bien souvent peu réaliste comme explicité précédemment, ce qui conduit à faire appel à un plus grand nombre de gaz dont les contributions sont pondérées par différentes approches.

**Modèle de somme pondérée de gaz gris (WSGG)** Le modèle de somme pondérée de gaz gris (Weighted Sum of Gray Gases; WSGG) [Hottel and Sarofim, 1967; Modest, 1991; Coelho, 2002; Trivic, 2004] développé initialement par [Hottel and Sarofim, 1967] considère une décomposition du gaz en une somme de  $N_g$  gaz gris dont les coefficients ( $\kappa_k, k = 1, N_g$ ) d'absorption sont supposés fixes dans l'ensemble du domaine (aucune dépendance spatiale, temporelle ou vis à vis de la température locale) et dont les pondérations ( $a_k, k = 1, N_g$ ) sont fonction de la température locale. Les propriétés des différents gaz gris ( $\{a_k, \kappa_k\}, k = 1, N_g$ ) sont obtenues par une méthode d'optimisation par rapport à un modèle de référence (ex : modèle de bandes étroites). Ce modèle présente l'avantage de diminuer les temps de calculs et offre une assez bonne représentation du comportement du gaz dans des milieux homogènes isothermes.

**Modèle SLW (Spectral-Line-based-Weighted-sum-of-gray-gases)** Le modèle SLW [Denison and Webb, 1993b, 1995b,a; Solovjov and Webb, 2000; Goutiere et al., 2000; Coelho,

2002; Colomer et al., 2007; Selçuk and Doner, 2009; Ibrahim, 2010; Laouar-Meftah et al., 2014; Solovjov et al., 2014] développé par [Denison and Webb, 1993b, 1995b,a] est une version améliorée du modèle de somme pondérée de gaz gris. Celui-ci considère que les coefficients de pondération sont déterminés à partir de la fonction de distribution  $F(\kappa)$  du coefficient d'absorption, pondérée par la fonction de Planck. De plus, les coefficients d'absorption varient en fonction de la concentration locale de l'espèce absorbante ( $C_a$ ) et de la température en considérant un spectre de gaz idéal (sous l'hypothèse que les variations de  $C$  et  $T$  n'affectent que les amplitudes des raies et non leurs positions). De très bons résultats ont été obtenus avec ce modèle par comparaison au calcul raie-par-raie, pour le  $\text{CO}_2$  et la vapeur d'eau avec des variations de températures de  $\pm 750\text{K}$  autour de  $1250\text{K}$ . Une étude comparative très complète entre différents modèles de gaz (SNW, WSGG, CK, SLW, EWB) menée par [Goutiere et al., 2000] dans une cavité rectangulaire remplie de  $\text{CO}_2$  et de  $\text{H}_2\text{O}$  a montré que le modèle SLW offre un excellent compromis entre précision et temps de calcul. C'est de fait le modèle que nous mettrons en œuvre par la suite dans cette étude.

### 2.3.4 Mise en œuvre du modèle SLW

Une rapide description du modèle SLW est présentée dans la sous-section qui suit. Pour plus de détails sur le développement et la mise en œuvre complète du modèle, le lecteur pourra se référer aux travaux de [Denison and Webb, 1993b; Solovjov and Webb, 2000; Solovjov et al., 2014].

On considère pour simplifier, un mélange de deux gaz parfaits dont l'un est transparent et l'autre absorbe et émet le rayonnement. On note  $x_a$  la fraction molaire de l'espèce absorbante et on suppose que le mélange est homogène en pression et en composition ( $P = P_{ref}$  et  $x_a = x_{ref}$  ne varient pas).

La méthode SLW est basée sur une somme pondérée de  $(N_g + 1)$  gaz gris de coefficients d'absorption  $\{\kappa_l; l = 0, \dots, N_g\}$  dont le premier gaz est considéré comme transparent (i.e.  $\kappa_0 = 0$ ) et les  $N_g$  gaz suivant sont répartis entre les bornes minimum  $\kappa_{min}$  et maximum  $\kappa_{max}$  définies par l'utilisateur. Pour chaque gaz gris  $l$  et pour toute direction  $\vec{s}$ , l'ETR modifiée 2.73, soumise aux conditions limites 2.74, est résolue en tout point  $r$  du domaine.

$$\mu \frac{\partial \tilde{I}_l(r, \vec{s})}{\partial X} + \eta \frac{\partial \tilde{I}_l(r, \vec{s})}{\partial Y} + \xi \frac{\partial \tilde{I}_l(r, \vec{s})}{\partial Z} = \kappa_l(r) \left[ a_l(r) \frac{\sigma_B T^4(r)}{\pi} - \tilde{I}_l(r, \vec{s}) \right] \quad (2.73)$$

$$\tilde{I}_l(r_w, \vec{s}) = \epsilon_w a_l(r_w) \frac{\sigma_B T^4(r_w)}{\pi} + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} \tilde{I}_l(r_w, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| \cdot d\Omega' \quad (2.74)$$

où  $\kappa_l$  et  $a_l$  sont respectivement le coefficient d'absorption et le coefficient de pondération du  $l$ -ième gaz gris et  $\tilde{I}_l$  est la luminance du gaz-gris considéré. Une fois la luminance de chacun des gaz gris obtenue, les grandeurs intégrées sont obtenues, en considérant des parois grises, comme suit :

$$\tilde{G}_l(r) = \int_{4\pi} \tilde{I}_l(r, \vec{s}) d\Omega \quad (2.75)$$

$$S_r(r) = \sum_{l=0}^{N_g} \kappa_l(r) [\tilde{G}_l(r) - 4a_l(r)\sigma_B T^4(r)] \quad (2.76)$$

$$q_r^{net}(r_w) = \epsilon_w \sigma_B T^4(r_w) - \epsilon_w \sum_{l=0}^{N_g} \int_{\vec{s} \cdot \vec{n} < 0} \tilde{I}_l(r_w, \vec{s}) \cdot |\vec{s} \cdot \vec{n}| \cdot d\Omega \quad (2.77)$$

Dans leurs travaux originaux, [Denison and Webb, 1993b] ont proposé de formuler le problème en section efficace d'absorption  $C_k$  [ $m^2 \cdot mol^{-1}$ ] plutôt qu'en coefficient d'absorption  $\kappa$  [ $m^{-1}$ ], la relation entre les 2 grandeurs étant :

$$\kappa_k(r, T) = N(r, T) \times C_k(x_a, T) \quad (2.78)$$

où  $N$  [ $mol \cdot m^{-3}$ ] est la densité volumique molaire du gaz absorbant. Pour un gaz parfait, elle est définie comme :

$$N = \frac{x_a P_{ref}}{R \cdot T} \quad (2.79)$$

où  $R = 8,3145$  [ $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ ] est la constante universelle des gaz. Ainsi, les  $(N_g + 1)$  coefficients d'absorption  $\{\kappa_0, \dots, \kappa_{N_g}\}$  deviennent un jeu de sections efficaces d'absorption  $\{C_0, C_1, \dots, C_{N_g}\}$ .

A présent, il est nécessaire de définir les coefficients de pondération  $a_l$  ainsi que les coefficients d'absorption  $\kappa_l$  de chacun des gaz virtuels.

### Construction de la fonction de distribution normalisée F

Le cœur de la méthode SLW réside dans l'évaluation des coefficients de pondération  $a_l$  de chacun des gaz gris. Celle-ci est basée sur l'évaluation de la fonction de distribution normalisée  $F(C, T_g, T_b)$ . Cette fonction dépend de la température du gaz  $T_g$  et pour une valeur courante  $F(C_A, T_g, T_b)$ , elle correspond à la fraction d'émission du corps noir  $E_b(T_b) = \sigma_B T_b^4$  émise à la température  $T_b$  pour laquelle la section efficace d'absorption  $C(k, T_g)$  du gaz à température  $T_g$  se situe en dessous de la valeur  $C_A$ , soit :

$$F(C_A, T_g, T_b) = \int_{\{k: C_k < C_A\}} E_b(k, T_b) / E_b(T_b) \cdot dk \quad (2.80)$$

Une illustration de la méthode d'obtention de la fonction F est faite sur la figure 2.7.

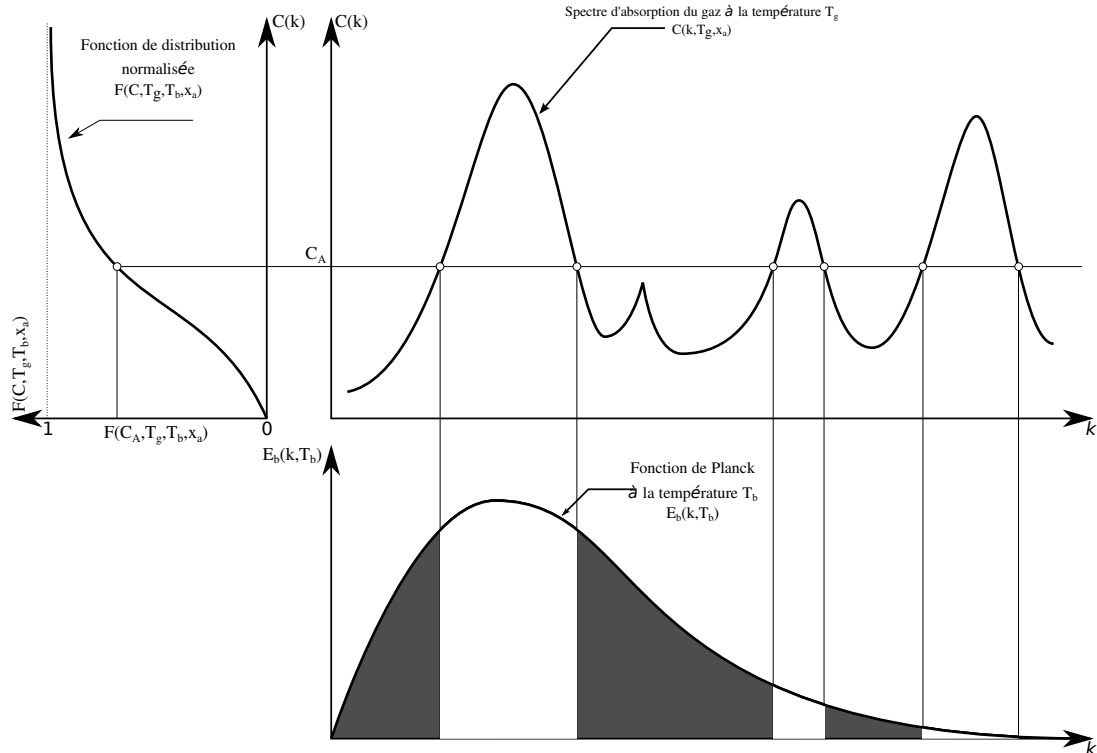


FIGURE 2.7 – Construction de la fonction de distribution  $F(C, T_g, T_b)$  (Cf. [Solovjov et al., 2014] pour plus de détails).

Dans les faits, la fonction de distribution  $F$  n'est pas évaluée explicitement à chaque application du modèle SLW. Des corrélations de la fonction de distribution proposées par Denison et Webb, dépendant de la nature du gaz absorbant, sont employées afin d'accélérer les calculs. Ainsi, dans le cas de la vapeur d'eau, Denison et Webb ont proposé une corrélation en tangente hyperbolique [Denison and Webb, 1993a], établie pour des températures  $T > 400\text{K}$  mais valable pour les température ambiantes ( $T_{amb} \approx 300\text{K}$ ), que nous emploierons dans le cadre de cette thèse.

### Évaluation des coefficients $a_l$ et $\kappa_l$

Une fois la fonction  $F$  obtenue, l'espace des sections d'absorption  $C$  est découpé en  $N_g$  valeurs discrètes  $\{\tilde{C}_l; l = 1, \dots, N_g\}$  réparties uniformément sur une échelle logarithmique entre les valeurs  $\tilde{C}_{min} = \kappa_{min}/N$  et  $\tilde{C}_{max} = \kappa_{max}/N$ , formant ainsi  $(N_g + 1)$  intervalles  $\Delta C$ , dont une illustration est faite sur la figure 2.8.

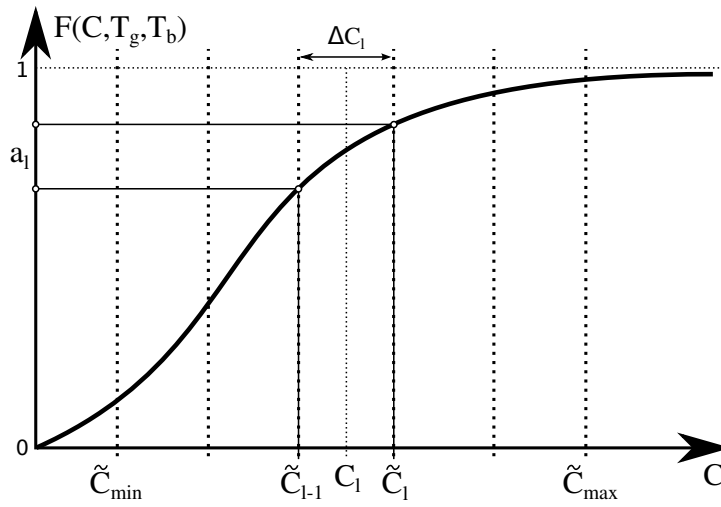


FIGURE 2.8 – Évaluation des coefficients de pondération  $a_l$ .

En considérant que le milieu est faiblement anisotherme ( $\pm 10\text{K}$  autour de  $300\text{K}$  dans notre cas) et homogène en concentration ( $x_{loc} = x_{ref}$ ), on peut considérer que les sections efficaces d'absorption sont constantes d'un point à l'autre de la cavité et donc  $C(k, T_{loc}, x_{loc}) = C(k, T_{ref}, x_{ref})$  (Cf. travaux de thèse de [Laouar-Meftah, 2010]). Ainsi, les coefficients de pondération  $a_l$  et d'absorption  $\kappa_l$  du gaz gris  $l$  sont définis comme suit :

$$\begin{aligned}
 a_l &= F(\tilde{C}_l, T_g, T_b) - F(\tilde{C}_{l-1}, T_g, T_b) & T_g &= T_{ref} \\
 a_0 &= F(\tilde{C}_{min}, T_g, T_b) & T_b &= T_{loc} \\
 \kappa_l &= N \cdot C_l = N \cdot \sqrt{\tilde{C}_l \tilde{C}_{l-1}} & x_{loc} &= x_{ref} \\
 \kappa_0 &= 0
 \end{aligned}$$

où  $C_l$  est la section efficace d'absorption du gaz  $l$  permettant ainsi la définition du coefficient d'absorption  $\kappa_l$ .

### Forme adimensionnée du modèle SLW

Afin d'être compatible avec les équations sans dimension du problème radiatif présentées précédemment, le problème modifié suite à l'introduction du modèle de gaz doit lui aussi être adimensionné. Celui-ci est ainsi donné comme suit :

$$\mu \frac{\partial \tilde{I}_l^+(r^+, \vec{s})}{\partial x} + \eta \frac{\partial \tilde{I}_l^+(r^+, \vec{s})}{\partial y} + \xi \frac{\partial \tilde{I}_l^+(r^+, \vec{s})}{\partial z} = \tau_l(r^+) \left[ a_l(r^+) \frac{\phi^4(r^+)}{\pi} - \tilde{I}_l^+(r^+, \vec{s}) \right] \quad (2.81)$$

$$\tilde{I}_l^+(r_w^+, \vec{s}) = \epsilon_w \frac{a_l(r_w^+) \cdot \phi^4(r_w^+)}{\pi} + \frac{1 - \epsilon_w}{\pi} \int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} \tilde{I}_l^+(r_w^+, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| \cdot d\Omega' \quad (2.82)$$

où  $\tau_l$  ( $\tau_l = \kappa_l H$ ) est l'épaisseur optique du  $l$ -ième gaz gris. Les grandeurs intégrées deviennent :

$$\tilde{G}_l^+(r) = \int_{4\pi} \tilde{I}_l^+(r^+, \vec{s}) d\Omega \quad (2.83)$$

$$S_r^+(r^+) = \sum_{l=0}^{N_g} \tau_l(r^+) [\tilde{G}_l^+(r^+) - 4a_l(r^+) \phi^4(r)] \quad (2.84)$$

$$q_r^{net,*}(r_w^+) = \epsilon_w \phi^4(r_w^+) - \epsilon_w \sum_{l=0}^{N_g} \int_{\vec{s} \cdot \vec{n} < 0} \tilde{I}_l^+(r_w^+, \vec{s}) \cdot |\vec{s} \cdot \vec{n}| \cdot d\Omega \quad (2.85)$$

Cependant, à l'inverse du modèle de gaz gris présenté précédemment, il n'est plus possible de définir le problème uniquement avec des grandeurs sans dimension. Le spectre du gaz n'étant pas uniquement dépendant de la concentration locale  $x_a$  de l'espèce absorbante, il est nécessaire de définir, en plus des bornes de discrétisation de l'épaisseur optique  $[\tau_{min}; \tau_{max}]$  et du nombre de gaz gris  $N_g$ , les conditions de référence que sont : la pression de référence  $p_{ref}$ , la température de référence  $T_{ref}$  et la concentration de référence  $x_{ref}$ . De plus, le processus d'adimensionnement fait intervenir la longueur de référence  $H$  dans l'expression de l'épaisseur optique du  $l$ -ième gaz gris.

Aussi, ce sont 7 paramètres supplémentaires, intrinsèques au modèle SLW, qu'il est nécessaire de renseigner afin de réaliser une simulation de gaz réel avec ce modèle.

## 2.4 Couplage convection-rayonnement

L'introduction du couplage convection-rayonnement dans les équations de convection adimensionnées fait apparaître le nombre de Planck,  $Pl$ , qui caractérise le rapport entre la conduction thermique et le rayonnement. Ce nombre est défini comme suit :

$$Pl = \frac{\lambda_c \Delta T}{\sigma_B \cdot H \cdot T_{ref}^4} \quad (2.86)$$

Le rayonnement n'affectant que la répartition d'énergie dans le milieu et aux parois, seuls l'équation de conservation de l'énergie et l'équilibre thermique aux parois sont modifiées. Ainsi, l'équation de conservation de l'énergie (présentée ici filtrée pour l'approche LES) s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \cdot \bar{\theta}}{\partial x_j} = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left[ \left( 1 + \frac{\kappa_{sm}}{\kappa} \right) \cdot \left( \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_j^2} \right) + \frac{1}{Pl} \bar{S}_r^+ \right] \quad (2.87)$$

où  $\bar{S}_r^+$  dépend de la température adimensionnée filtrée  $\bar{\theta}$  transformée au préalable en température radiative adimensionnée  $\phi$ .

Vu les faibles écarts de température auxquels nous aurons à faire dans le cadre de nos études, nous supposons que les effets du filtrage sur le terme source radiatif n'engendrent pas d'effets de sous maille significatifs, et nous supposons donc qu'il ne dépend que des grandeurs filtrées.

### 2.4.1 Conditions aux limites

Dans le cadre des écoulements en milieu confiné dont les parois sont immobiles ( $\vec{V}(r_w) = 0$ ), les conditions limites sont les suivantes :

- Condition cinétique d'adhérence aux parois :

- $u = v = w = 0$  sur toutes les parois

- Condition aux limites thermiques :

- Conditions de température imposée :

$$\text{Paroi chaude : } \theta(x=0) = +0,5 \quad \forall(y, z) \quad (2.88)$$

$$\text{Paroi chaude : } \theta(x=A_x) = -0,5 \quad \forall(y, z) \quad (2.89)$$

$$(2.90)$$

- Conditions d'adiabaticité par équilibre des flux convecto-radiatifs pariétaux :

$$\text{Paroi haute : } \left[ \nabla\theta \cdot \vec{n} + \frac{1}{Pl} q_r^{net,+} \right]_{z=1} = 0 \quad \forall(x, y) \quad (2.91)$$

$$\text{Paroi basse : } \left[ \nabla\theta \cdot \vec{n} + \frac{1}{Pl} q_r^{net,+} \right]_{z=0} = 0 \quad \forall(x, y) \quad (2.92)$$

$$\text{Paroi avant : } \left[ \nabla\theta \cdot \vec{n} + \frac{1}{Pl} q_r^{net,+} \right]_{y=0} = 0 \quad \forall(x, z) \quad (2.93)$$

$$\text{Paroi arrière : } \left[ \nabla\theta \cdot \vec{n} + \frac{1}{Pl} q_r^{net,+} \right]_{y=A_y} = 0 \quad \forall(x, z) \quad (2.94)$$

Où  $\vec{n}$  est ici le vecteur normal à la paroi dirigé *vers l'extérieur du domaine*.

### 2.4.2 Définition des quantités caractéristiques

Afin de permettre la caractérisation thermique et cinétique de la cavité, des grandeurs sans dimension sont utilisées dans le but de permettre les comparaisons entre les différentes configurations.

Dans un premier temps, définissons les grandeurs nécessaires à la définition d'un cas. Dans le cas de la convection naturelle pure, ceux-ci sont caractérisés uniquement par les rapports de formes ( $A_x, A_y, A_z$ ), le nombre de Prandtl  $Pr$  du fluide ainsi que le nombre de Rayleigh,  $Ra$ . Ces grandeurs et nombres caractéristiques permettent ainsi de traiter différentes configurations avec un jeu de grandeurs identiques (hauteurs ou écarts de température différents ...).

Cependant dès lors que l'on introduit le rayonnement, une caractérisation basée uniquement sur des grandeurs convectives sans-dimension n'est plus possible. En effet, le rayonnement faisant intervenir les valeurs absolues de la température locale (en kelvins), le problème global n'est donc plus centré sur une température de référence  $T_{ref}$  comme c'est le cas pour le problème convectif pur. Aussi, l'introduction du rayonnement fait intervenir des grandeurs sans-dimension que sont le nombre de Planck  $Pl$ , le rapport des températures  $\Theta_0$  ainsi que l'épaisseur optique  $\tau$ . Dans le cas où l'on considère que le spectre d'absorption



du milieu considéré (ex : H<sub>2</sub>O ou CO<sub>2</sub>) varie fortement avec la longueur d'onde  $\lambda$ , des grandeurs dimensionnelles supplémentaires telles que la température de référence  $T_{ref}$ , la longueur de référence  $H$  et la pression de référence  $P_{ref}$  ainsi que divers autres paramètres sans-dimension sont nécessaires. Dès lors, chaque cas se rapporte à une configuration unique.

L'ensemble des grandeurs nécessaires à la caractérisation d'un cas de couplage convection radiation est donné dans le tableau ci-dessous, qui passe de 5 dans le cas purement convectif à 15 dans le cas du couplage convection-rayonnement de surface et de gaz :

Convection	Rayonnement	
$(A_x, A_y, A_z)$ [-] $Pr$ [-] $Ra$ [-]	$Pl$ [-] $\Theta_0$ [-] $\epsilon_w$ [-]	
	Gaz gris	Gaz réel (SLW)
	$\tau$ [-]	$H$ $T_{ref}$ [K] $x_{ref}$ [-] $\tau_{min}$ [ $m^{-1}$ ] $\tau_{max}$ [ $m^{-1}$ ] $N_{gaz}$ [-] $P_{ref}$ [Pa]

TABLEAU 2.3 – Quantités adimensionnées caractéristiques du problème convecto-radiatif.

On notera de plus qu'il n'est plus possible, dès lors que l'on considère le rayonnement de gaz réel, de s'affranchir de grandeurs caractéristiques dimensionnelles.

### Quantités caractéristiques thermiques

Afin de caractériser thermiquement le comportement de la cavité, un ensemble de grandeurs caractéristiques seront employées. Par convention, nous définissons comme **positif le flux convectif apporté au fluide** et négatif le flux sortant. Ce faisant, nous obtenons les définitions suivantes :

- *Nombre de Nusselt convectif et radiatif moyens sur la paroi chaude et froide :*

$$Nu_{c,hot}^{2D} = -\frac{1}{A_y} \int_{y=0}^{A_y} \int_{z=0}^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0} dy \cdot dz \quad (2.95)$$

$$Nu_{c,cold}^{2D} = \frac{1}{A_y} \int_{y=0}^{A_y} \int_{z=0}^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=A_x} dy \cdot dz \quad (2.96)$$

$$Nu_{c,hot}^{1D} = - \int_{z=0}^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{y=A_y/2; x=0} dz \quad (2.97)$$

$$Nu_{c,cold}^{1D} = \int_{z=0}^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{y=A_y/2; x=A_x} dz \quad (2.98)$$

$$Nu_{r,hot/cold}^{2D} = \frac{1}{A_y \cdot Pl} \int_{y=0}^{A_y} \int_{z=0}^1 (q_r^{net,+})_{x=0/A_x} dy \cdot dz \quad (2.99)$$

- Nombres de Nusselt convectif et radiatif moyens sur la paroi avant et arrière :

$$Nu_{c,front}^{2D} = -\frac{1}{A_x} \int_{x=0}^{A_x} \int_{z=0}^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} dx \cdot dz \quad (2.100)$$

$$Nu_{c,back}^{2D} = \frac{1}{A_x} \int_{x=0}^{A_x} \int_{z=0}^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=A_y} dx \cdot dz \quad (2.101)$$

$$Nu_{r,front/back}^{2D} = \frac{1}{A_x \cdot Pl} \int_{x=0}^{A_x} \int_{z=0}^1 (q_r^{net,+})_{y=0/A_y} dx \cdot dz \quad (2.102)$$

- Nombres de Nusselt convectif et radiatif moyens sur la paroi haute et basse :

$$Nu_{c,top}^{2D} = \frac{1}{A_x A_y} \int_{x=0}^{A_x} \int_{y=0}^{A_y} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=1} dx \cdot dy \quad (2.103)$$

$$Nu_{c,bottom}^{2D} = -\frac{1}{A_x A_y} \int_{x=0}^{A_x} \int_{y=0}^{A_y} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=0} dx \cdot dy \quad (2.104)$$

$$Nu_{c,top}^{1D} = \frac{1}{A_x} \int_{x=0}^{A_x} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{y=A_y/2; z=1} dx \quad (2.105)$$

$$Nu_{c,bottom}^{1D} = -\frac{1}{A_x} \int_{x=0}^{A_x} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{y=A_y/2; z=0} dx \quad (2.106)$$

$$Nu_{r,top/bottom}^{2D} = \frac{1}{A_x A_y \cdot Pl} \int_{x=0}^{A_x} \int_{y=0}^{A_y} (q_r^{net,+})_{z=0/1} dx \cdot dy \quad (2.107)$$

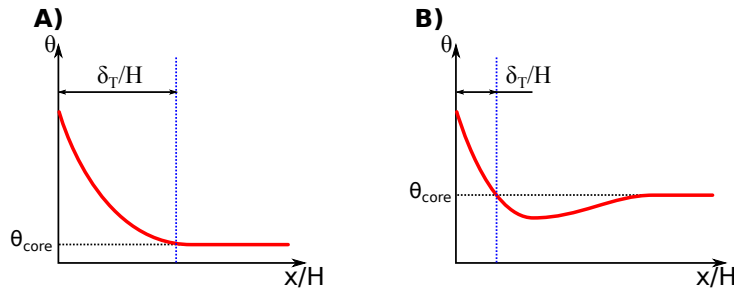
- Coefficient de stratification centrale  $S_c$  :

$$S_c = \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{x=A_x/2; y=A_y/2; z=A_z/2} \quad (2.108)$$

- Coefficient de stratification frontal  $S_f$  :

$$S_f = \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{x=A_x/2; y=0; z=A_z/2} \quad (2.109)$$

- Épaisseur de la couche limite thermique  $\delta_T/H$  sans dimension, définie de la manière suivante :


 FIGURE 2.9 – Définition de l'épaisseur de couche limite thermique  $\delta_T$ .

## Quantités caractéristiques cinétiques

Afin d'étudier et de comparer les différentes quantités cinétiques, l'opérateur de moyenne temporelle sur une durée d'accumulation  $T_{acc}$  est défini comme suit :

$$\langle \chi \rangle = \frac{1}{T_{acc}} \int_0^{T_{acc}} \chi \cdot dt \quad (2.110)$$

Ainsi, les grandeurs sans dimension suivantes seront employées :

- *Maximums de vitesses adimensionnées au sein de la cavité :*

$$\langle u_{i,max} \rangle = \max(\langle u_i \rangle)_\Omega \quad (2.111)$$

- *L'énergie cinétique de l'écoulement, définie comme étant :*

$$\langle k \rangle = \frac{1}{2} \langle u_j \rangle \langle u_j \rangle \quad (2.112)$$

- *L'énergie cinétique turbulente, définie comme étant :*

$$\langle k' \rangle = \frac{1}{2} \langle u'_j \rangle \langle u'_j \rangle = \frac{1}{2} (\langle u_j - \langle u_j \rangle \rangle) \cdot (\langle u_j - \langle u_j \rangle \rangle) \quad (2.113)$$

- *L'intensité turbulente cinétique, définie comme étant :*

$$I_k = \frac{\langle k' \rangle}{\langle k \rangle} \quad (2.114)$$

- *Le nombre de Reynolds dynamique défini par :*

$$Re_H = \frac{\langle w_{max} \rangle H}{\nu} = \frac{\sqrt{Ra}}{Pr} \cdot \langle w_{max} \rangle \quad (2.115)$$

- *L'épaisseur de la couche limite cinétique  $\delta_c/H$  sans dimension, définie de la manière suivante :*

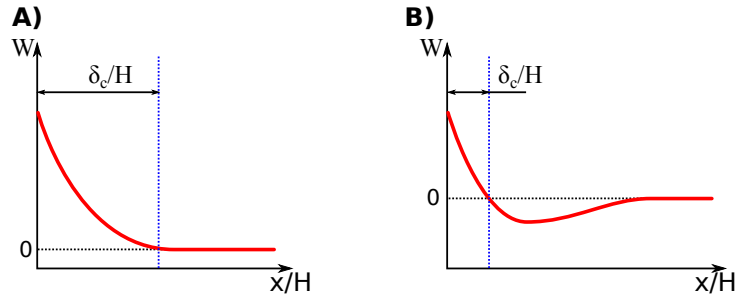


FIGURE 2.10 – Définition de l'épaisseur de couche limite cinétique  $\delta_c$ .



# Chapitre 3

## Méthodes Numériques

*« La vie est un mystère qu'il faut vivre, et non un problème à résoudre. »*

---

Gandhi

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Discrétisation du problème convectif</b>	<b>44</b>
3.1.1	Problème continu	44
3.1.2	Discrétisation spatiale	45
3.1.3	Discrétisation temporelle	47
3.1.4	Traitement du couplage pression-vitesse	49
3.1.5	Résolution du problème de Poisson	51
3.1.6	Localisation des variables	52
3.1.7	Equations discrétisées	54
<b>3.2</b>	<b>Discrétisation du problème radiatif</b>	<b>56</b>
3.2.1	Méthodes numériques de résolution de l'ETR	56
3.2.2	Mise en œuvre de la MOD – $S_N$	58
3.2.3	Algorithme de résolution séquentiel	62

---

### 3.1 Discrétisation du problème convectif

#### 3.1.1 Problème continu

Afin de permettre la résolution numérique du problème convectif pur, considérons le système d'équations adimensionné suivant :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i \cdot u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \cdot \theta)}{\partial x_j} = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} \right] \quad (3.3)$$

Dans le but de procéder à la résolution numérique du problème adimensionné, il est nécessaire de procéder à la discrétisation spatiale et temporelle de celui-ci. Dans le cadre de la résolution des problèmes convectifs, de nombreuses méthodes sont généralement employées. Parmi elles, citons :

- **la méthode des différences finies** (Finite-Difference-Method, FDM)  
Cette méthode consiste en la discrétisation des opérateurs différentiels aux nœuds du maillage. Cette approche simple et très répandue permet la résolution rapide des équations mais reste cependant restreinte à des maillages structurés (cartésiens ou curvilignes). Cette approche fût employée par exemple par [de Vahl Davis, 1968; De Vahl Davis and Jones, 1983; Fusegi et al., 1993] dans des configurations qui nous concernent.
- **la méthode des volumes finis** (Finite-Volume-Method, FVM)  
Cette méthode consiste en l'intégration des équations (en espace et en temps) sur un volume de contrôle. Cette approche permet la résolution des équations sur des maillages structurés et non-structurés, tout en conservant une excellente représentation des phénomènes bi-dimensionnels et tri-dimensionnels. Cette approche est à présent la plus utilisée, et fût employée par exemple par [Balaji and Venkateshan, 1993; Trias et al., 2010a,c; Sergent et al., 2013a].
- **la méthode des éléments finis** (Finite-Element-Method, FEM)  
Cette méthode proche de la FVM considère la variabilité spatiale des quantités et des propriétés physiques au sein du volume de contrôle. Les valeurs  $\chi(x, y)$  en tout point de la cellule considérée sont représentées par des valeurs aux coins de la cellule  $\chi(x_i, y_i)$  associé à des fonctions de bases  $\mathcal{N}_i(x, y)$  permettant l'évaluation de  $\chi(x, y)$ . Cette approche est bien plus complexe et coûteuse à mettre en œuvre.
- **les méthodes spectrales** (Spectral-Method, SM)  
Cette méthode consiste à résoudre tout ou partiellement le problème physique défini par les quantités  $\chi(x, y)$  dans l'espace spectral où les quantités  $\hat{\chi}(x, y) = \mathbb{P}(\chi(x, y))$  correspondent à la projection dans cet espace (ex : espace de Fourier) des variables physiques. Ces méthodes autorisent une précision très élevée par rapport aux méthodes précédentes mais leur résolution est très coûteuses. Une revue de ces méthodes est présentée par [Canuto et al., 2006]. Ces méthodes ont également été employées par [Le Quéré, 1991; Xin and Le Quéré, 1995; Tric et al., 2000; Sergent et al., 2013b; Xin et al., 2013] dans le cadre d'études d'écoulements en cavité.

Néanmoins, bien que très précises, les méthodes spectrales présentent des difficultés à rester stable à mesure que le nombre de Rayleigh augmente [Xin et al., 2012].

Ainsi, de part sa simplicité de mise en œuvre et de parallélisation, nous avons opté, dans le cadre du développement du code de simulation couplée développé par l'auteur, pour la méthode des volumes finis (FVM).

### 3.1.2 Discrétisation spatiale

#### terme convectif

Définissons le problème d'advection scalaire non-linéaire suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{F}) = 0 \quad (3.4)$$

Où  $\vec{F}$  est le flux d'advection défini comme suit :

$$\vec{F} = \vec{u} \cdot f \quad (3.5)$$

Avec  $\vec{u}$ , le champ de vitesse advectant et  $f$  la quantité scalaire advectée. En appliquant la méthode des volumes finis sur un maillage cartésien 2D, ce problème peut être représenté comme suit :

$$\Omega \frac{\partial f}{\partial t} + (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) \cdot S_x + (F_{j+1/2} - F_{j-1/2}) \cdot S_y = 0 \quad (3.6)$$

où  $\Omega$  est le volume de la cellule,  $F_{i+1/2}$  (resp.  $F_{j+1/2}$ ) est le flux normal à la face droite,  $\vec{F}(f, \vec{u}, \vec{x}) \cdot \vec{n}$  est évalué au centre de la face droite (resp. haute) et  $S_x$  est la surface de la face droite.

#### • Schéma Centré Simple

Dans l'approche de discrétisation du flux convectif 3.6 par un schéma centré simple \*, on approche le flux advectif à la face  $i + 1/2$  par la moyenne des valeurs de ses voisins. Ainsi les flux  $F_{i+1/2}$  et  $F_{i-1/2}$  deviennent :

$$F_{i+1/2} = u_x|_{i+1/2} \frac{f_i + f_{i+1}}{2} \quad (3.7)$$

$$F_{i-1/2} = u_x|_{i-1/2} \frac{f_i + f_{i-1}}{2} \quad (3.8)$$

#### • Schéma Décentré QUICK

Dans le cas d'une discrétisation de l'équation 3.6 par un schéma QUICK<sup>†</sup>, on approche le flux advectif à la face  $i + 1/2$  par un polynôme d'ordre 3 décentré vers l'amont dont la forme est (pour  $u_x > 0$ ) :

\*. Ce schéma est très simple à implémenter, cependant, celui-ci est **inconditionnellement instable**. Afin de le stabiliser il est nécessaire d'y associer un terme diffusif (artificiel ou physique).

†. Ce schéma est dit **stable sous-condition** de CFL. Afin d'en assurer la stabilité, il est nécessaire de restreindre le pas de temps à partir de la formule  $CFL = \frac{a \cdot \delta t}{\Delta x} \leq 1$  avec  $a = \max(u_x, u_y)$  est le rayon spectral de la Jacobienne et  $\Delta x$  la dimension caractéristique de la plus petite maille.

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{16} u_x|_{i+1/2} (3f_{i+1} + 3f_i - 7f_{i-1} + f_{i-2}) + \frac{1}{16} \| u_x|_{i+1/2} \| (3f_{i+1} + 9f_i + 5f_{i-1} - f_{i-2}) \quad (3.9)$$

Ce schéma peut se réécrire sous la forme générale suivante :

$$F_{i+1/2} = u_x|_{i+1/2} \left[ \overbrace{\frac{f_i + f_{i+1}}{2}}^{\text{schéma centré}} - \underbrace{\frac{1}{8} (\alpha \cdot \partial^2 f|_i + (1-\alpha) \cdot \partial^2 f|_{i+1})}_{\text{viscosité artificielle}} \right] \quad (3.10)$$

$$\alpha = \max \left[ 0, \left( \frac{u_x}{|u_x|} \right)_{i+1/2} \right] \quad (3.11)$$

$$\partial^2 f|_i = f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1} \quad (3.12)$$

Où  $\partial^2 f|_i$  est la courbure locale et  $\alpha$  est un limiteur permettant de décentrer le polynôme à gauche ( $u_x > 0$ ) ou à droite ( $u_x < 0$ ). Ainsi, on peut observer qu'approximer la valeur à la face par un polynôme d'ordre 3 revient à introduire une "*viscosité artificielle*" au système dont la valeur est proportionnelle à l'amplitude du jacobien dans la direction considérée.

### terme diffusif

Soit le problème de diffusion suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{D}) = 0 \quad (3.13)$$

Où  $\vec{D}$  est le flux diffusif défini comme suit :

$$\vec{D} = -v \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(f) \quad (3.14)$$

et  $v$  est le coefficient de diffusivité du problème.

De la même manière que le problème convectif, en appliquant la méthode des volumes finis sur un maillage cartésien 2D, ce problème peut être représenté comme suit :

$$\Omega \frac{\partial f}{\partial t} + (D_{i+1/2} - D_{i-1/2}) \cdot S_x + (D_{j+1/2} - D_{j-1/2}) \cdot S_y = 0 \quad (3.15)$$

où  $D_{i+1/2}$  (resp.  $D_{j+1/2}$ ) est le flux normal à la face  $\vec{D}(f, \vec{x}) \cdot \vec{n}$  évalué au centre de la face droite (resp. haute).

Si nous exprimons le gradient normal à la face comme étant une évaluation centrée<sup>‡</sup> de la dérivée normale, nous obtenons :

$$D_{i+1/2} = -v|_{i+1/2} \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x_c} \quad (3.16)$$

‡. Ce schéma est dit **stable sous-condition** de Von-Neumann (VNN). Afin d'en assurer la stabilité, il est nécessaire de restreindre le pas de temps à partir de la formule VNN =  $\frac{v \cdot \delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2}$  avec  $v$  le coefficient de diffusion du problème et  $\Delta x$  la dimension caractéristique de la plus petite maille.



où  $\Delta x_c$  correspond à la distance entre les centres des cellules adjacentes à la face. De plus, si nous considérons un maillage cartésien régulier, nous pouvons simplifier le problème 3.15 par le problème de diffusion bien connu suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial t} - v \left[ \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{\Delta x^2} + \frac{f_{j-1} - 2f_j + f_{j+1}}{\Delta y^2} \right] = 0 \quad (3.17)$$

### 3.1.3 Discrétisation temporelle

Dans le cadre de cette section, considérons la forme suivante d'une équation de conservation pour la quantité  $f$  :

$$\frac{\partial f}{\partial t} = R(f) \quad (3.18)$$

$$R(f) = - \underbrace{\frac{\partial(u_j \cdot f)}{\partial x_j}}_{NL} + \mu \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} + S_f(f) \quad (3.19)$$

Où  $R(f)$  est le résidu temporelle,  $\mu$  est le coefficient de diffusion de  $f$ ,  $S_f(f)$  est un terme source associé à  $f$  et NL est le terme non-linéaire associé à l'advection.

#### traitement du terme transitoire

Dans les cas où l'ordre de discrétisation spatial du résidu  $R(f)$  est supérieur à l'unité, l'erreur globale sera du même ordre que l'ordre minimum de discrétisation en temps et en espace. Ainsi, pour piloter l'erreur d'approximation de la méthode, il est préférable d'utiliser un schéma en temps dont l'ordre est au moins égal à l'ordre en espace. Ainsi, divers schémas ont été développés afin d'améliorer la précision des calculs. Nous présenterons dans ce paragraphe, un schéma décentré arrière du second ordre (BDF2) en temps défini comme suit :

$$\frac{\partial f^{n \rightarrow n+1}}{\partial t} = \frac{3f^{n+1} - 4f^n + f^{n-1}}{2\delta t} = R^{n+1}(f) \quad (3.20)$$

Dans le cas d'une discrétisation temporelle non uniforme (i.e. pas de temps variable), le schéma prend la forme suivante :

$$\frac{\partial f^{n \rightarrow n+1}}{\partial t} = \frac{(\frac{1+2\rho}{1+\rho})f^{n+1} - (1+\rho)f^n + (\frac{\rho^2}{1+\rho})f^{n-1}}{\delta t_n} = R^{n+1}(f) \quad (3.21)$$

$$\rho = \frac{\delta t_n}{\delta t_{n-1}} = \frac{t^{n+1} - t^n}{t^n - t^{n-1}} \quad (3.22)$$

Cette méthode a l'intérêt d'être rapide à mettre en œuvre et à résoudre, mais présente l'inconvénient de devoir conserver en mémoire l'intégralité des champs aux instants  $(t)$  et  $(t - \delta t)$ .

#### traitement des termes convectifs, diffusifs et sources

Afin d'assurer l'ordre global de la discrétisation, il est nécessaire d'évaluer l'ensemble des termes de l'équation 3.19 à l'instant  $(t + \delta t)$ . Afin de permettre l'évaluation des termes

convectifs, diffusifs et sources à l'instant  $t + \delta t$ , plusieurs approches sont disponibles :

- **résolution explicite** : consiste à évaluer l'ensemble des termes en  $t + \delta t$  à partir d'informations connues aux instants précédents par extrapolation temporelle ( $t - n\delta t, \forall n \in \mathbb{N}$ ). Cette approche est la plus simple à mettre en oeuvre et la plus rapide à résoudre.
- **résolution semi-implicite** : consiste à évaluer le terme diffusif à l'instant  $t + \delta t$  et les autres par extrapolation temporelle explicite. Cette approche impliquant la résolution d'un **système linéaire**, permet de s'affranchir du critère de stabilité explicite associé à la diffusion.
- **résolution implicite** : consiste à évaluer l'ensemble des termes à l'instant  $t + \delta t$ , impliquant la résolution d'un **système non-linéaire**. Cependant, cette approche permet de s'affranchir des critères de stabilité explicite associé à la convection et la diffusion, permettant ainsi l'usage de pas de temps arbitraires.

Le critère de sélection entre ces différentes méthodes est principalement basé sur la condition de stabilité des schémas numériques. Les deux critères de stabilités les plus importants sont le critère associé au nombre de Courant-Friedrich-Levy (CFL) et le nombre de Von-Neumann (VNN). Dans la plupart des cas, les critères de stabilités associés à la discrétisation explicite des équations sont :

$$\text{convectif} \rightarrow \text{CFL} = \frac{a \cdot \delta t}{\Delta} \leq 1 \quad (3.23)$$

$$\text{diffusif} \rightarrow \text{VNN} = \frac{\mu \cdot \delta t}{\Delta^2} \leq 1/2 \quad (3.24)$$

Où  $a = \max_i |u_i|$  est le rayon spectral de la jacobienne de la partie convective (i.e. terme non-linéaire) et  $\Delta = \min_i (\Delta x_i)$  est le pas de discrétisation caractéristique du problème.

Dans la plupart des cas en convection naturelle étudiés ( $Ra \leq 10^9$ ), les phénomènes diffusifs (ou visqueux) sont prédominant dans les zones où le maillage est le plus fin (i.e. cellules proches des parois). Ainsi, le critère de stabilité associé au terme diffusif (ou visqueux) est bien souvent le plus restrictif. De ce fait, afin de permettre d'utiliser des pas de temps plus important, l'approche **semi-implicite** est employée dans ce travail.

En revanche, dès lors que le nombre de Rayleigh augmente ( $Ra \gtrsim 10^9$ ), les phénomènes convectifs imposent une restriction numérique plus forte sur le pas de temps que le terme diffusif (ou visqueux). Ainsi, seules les approches **implicite** et **explicite** sont intéressantes. La première approche nécessitant la résolution d'un problème non-linéaire n'est bien souvent pas la plus appropriée car elle induit souvent une grande diffusion numérique. Aussi, dans le cadre du développement du code FISSION-RAD, nous avons opté pour une résolution **explicite** du second terme 3.19.

### résolution explicite du résidu

Afin d'évaluer le résidu 3.19 à l'instant  $t + \delta t$ , nous avons opté pour une extrapolation d'ordre deux appliquée au terme convectif et au champ d'inconnues associé au terme diffusif :

$$\mathbf{R}^{n+1} \approx -\mathbf{NL}^{n+1}(\mathbf{f}) + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\mathbf{f}^{n+1}) + \mathbf{S}_f(\mathbf{f}^{n+1}) \quad (3.25)$$

$$\mathbf{NL}^{n+1}(\mathbf{f}) = 2 \text{div}(\vec{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{f})^n - \text{div}(\vec{\mathbf{V}} \cdot \mathbf{f})^{n-1} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{f}^{n+1} = 2\mathbf{f}^n - \mathbf{f}^{n-1} \quad (3.27)$$

En combinant la discrétisation du terme transitoire 3.20 et 3.25, on obtient la discrétisation explicite temporelle d'ordre 2 suivante :

$$\frac{3f^{n+1} - 4f^n + f^{n-1}}{2\delta t} = -\mathring{\text{NL}}^{n+1}(f) + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\mathring{f}^{n+1}) + S_f(\mathring{f}^{n+1}) \quad (3.28)$$

Ou encore, dans le cas d'un pas de temps variable :

$$\frac{(\frac{1+2\rho}{1+\rho})f^{n+1} - (1+\rho)f^n + (\frac{\rho^2}{1+\rho})f^{n-1}}{\delta t_n} = -\check{\text{NL}}^{n+1}(f) + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\check{f}^{n+1}) + S_f(\check{f}^{n+1}) \quad (3.29)$$

$$\check{\text{NL}}^{n+1}(f) = (1+\rho) \cdot \text{div}(\vec{V} \cdot f)^n - \rho \cdot \text{div}(\vec{V} \cdot f)^{n-1} \quad (3.30)$$

$$\check{f}^{n+1} = (1+\rho) \cdot f^n - \rho \cdot f^{n-1} \quad (3.31)$$

$$\rho = \min\left(\frac{\delta t_n}{\delta t_{n-1}}, 1 + \frac{1}{10}\right) \quad (3.32)$$

où le limiteur sur  $\rho$  permet de rester dans le domaine de stabilité linéaire de la méthode. Ainsi, l'implémentation 3.28 permet la résolution en considérant un pas de temps  $\delta t$  fixe, tandis que l'implémentation 3.29 permet la résolution du problème en considérant un pas de temps variable dont l'estimation est basée sur le critère de stabilité numérique des schémas convectifs et diffusifs :

$$\begin{aligned} \tilde{\delta t}_n &= \min\left(\frac{\Delta \cdot \text{CFL}}{\max(u_i^n)}, \frac{\Delta^2}{2\mu}\right) \\ \delta t_n &= \min\left(\tilde{\delta t}_n, \left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \delta t_{n-1}\right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

où le nombre de CFL, donné par l'utilisateur, permet de réaliser le calcul en optant pour le pas de temps optimal au vu de la contrainte de stabilité convective imposée.

### 3.1.4 Traitement du couplage pression-vitesse

La consistance des équations de conservation [3.1, 3.2, 3.3] impose l'évaluation de l'ensemble des termes au même instant. Ainsi, afin de permettre l'évolution en temps, nous évaluons le système d'équation à l'instant  $n+1$  au temps  $t^{n+1} = (n+1)\delta t$  :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}^{n+1} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}^{n \rightarrow n+1} + \frac{\partial (u_i \cdot u_j)}{\partial x_j}^{n+1} = -\frac{\partial p}{\partial x_i}^{n+1} + \frac{P_r}{\sqrt{Ra}} \cdot \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right]^{n+1} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}^{n \rightarrow n+1} + \frac{\partial (u_j \cdot \theta)}{\partial x_j}^{n+1} = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} \right]^{n+1} \quad (3.36)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement 3.35 fait apparaitre un couplage entre les deux inconnues que sont la vitesse et la pression à l'instant  $n+1$ . Afin de permettre la résolution de ce système couplé, nous employons une méthode à pas fractionné décrite de manière complète par [Peyret and Taylor, 1983]. En exprimant la pression de manière explicite dans l'étape dite de **prédiction** (consistant à remplacer  $p^{n+1}$  par  $p^n$  dans 3.35), on

obtient alors une équation de conservation (équation 3.37) dont la solution est un champ de vitesse  $\vec{V}^*$ , ne répondant pas à la condition d'incompressibilité.

$$\frac{\partial u_i^{n \rightarrow *}}{\partial t} + \frac{\overbrace{\partial(u_i \cdot u_j)^*}^{\text{NL}^*}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{P_r}{\sqrt{Ra}} \cdot \left[ \frac{\overbrace{\partial^2 u_i^*}^{\text{L}^*}}{\partial x_j^2} \right] \quad (3.37)$$

Cette projection dérive de la décomposition d'Helmholtz-Hodge qui stipule qu'un champ vectoriel  $\vec{V}^*$  peut être décomposé en un champ solénoïdal  $\vec{V}^{n+1}$  (i.e.  $\nabla \cdot \vec{V}^{n+1} = 0$ ) et un champ irrotationnel représenté par le gradient d'un champ potentiel scalaire  $\Phi$ . L'expression générale de la décomposition (étape de projection) est donnée dans l'équation suivante :

$$\vec{V}^* = \vec{V}^{n+1} + \alpha \nabla \Phi \quad (3.38)$$

Puis on procède à l'étape de correction, en considérant que les termes convectifs  $\text{NL}^*$  et diffusifs  $\text{L}^*$  à l'instant  $*$  sont issus d'une extrapolation à l'instant  $n+1$  selon 3.30 et 3.31 (i.e.  $\text{NL}^* = \check{\text{NL}}^{n+1}$  et  $\text{L}^* = \text{L}(\check{u}^{n+1})$ ). En déterminant l'erreur de prédiction commise (i.e.  $u_i^{n+1} - u_i^*$ ) et en considérant le champs  $\vec{V}^{n+1}$  comme solénoïdal, on obtient :

$$(3.35) - (3.37) \rightarrow \frac{\chi(u_i^{n+1} - u_i^*)}{\delta t} + \left[ \underbrace{\text{NL}^{n+1} - \check{\text{NL}}^{n+1}}_{=0} \right] = -\frac{\partial}{\partial x_i} (p^{n+1} - p^n) + \sigma \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \left[ \underbrace{u_i^{n+1} - \check{u}_i^{n+1}}_{=0} \right] \quad (3.39)$$

$$\nabla \cdot (3.39) \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \underbrace{p^{n+1} - p^n}_{\Phi} \right) \right] = \frac{\chi}{\delta t} \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i^*) \quad (3.40)$$

Où  $\chi$  est le premier coefficient temporel associé au schéma numérique d'intégration (Cf. section 3.1.3, ex :  $\chi = 3/2$  pour le schéma BDF2 à pas de temps constant),  $\sigma = \frac{P_r}{\sqrt{Ra}}$  et  $\text{NL}$  représente le terme advectif non-linéaire. Ce développement nous amène à une équation de poisson pour le potentiel  $\Phi$  (Cf. équation 3.41) associée à la vitesse au travers de sa divergence.

$$\Delta \Phi = \frac{\chi}{\delta t} \cdot \text{div}(\vec{V}^*) \quad (3.41)$$

Cette équation de Poisson 3.41 est associée à des conditions de Neumann sur le potentiel  $\Phi$  sur le pourtour du domaine [Calmet, 1995], ce qui entraîne un mauvais conditionnement du système (i.e. présence d'une valeur propre nulle).

Par la suite, dès lors que le problème 3.41 a été résolu, il est possible de corriger le champ prédit  $u_i^*$  par l'équation de correction suivante (issue de la décomposition de l'équation 3.38) :

$$\vec{V}^{n+1} = \vec{V}^* - \frac{\delta t}{\chi} \cdot \nabla \Phi \quad (3.42)$$

et la pression est corrigée par l'expression du potentiel  $\Phi$  :

$$p^{n+1} = p^n + \Phi \quad (3.43)$$

### 3.1.5 Résolution du problème de Poisson

Dans le but d'imposer la contrainte d'incompressibilité par la méthode de projection présentée précédemment, il est nécessaire de résoudre un problème de Poisson de la forme :

$$\Delta\Phi = b \quad (3.44)$$

où  $\Phi$  est le potentiel à obtenir et  $b = \frac{\chi}{\delta t} \cdot \text{div}(\vec{V}^*)$  est la contrainte appliquée à la solution.

Le problème associé à la résolution d'écoulement en cavité introduit une condition de Neumann sur les bords du domaine ( [Calmet, 1995], 3.45) impliquant la présence d'une singularité dans l'opérateur de Poisson.

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial\vec{n}} \right|_{\Gamma} = 0 \quad (3.45)$$

Cette singularité rend donc la matrice non-inversible.

#### Résolution du système linéaire

Du fait de la non-inversibilité du système de Poisson obtenu, il est nécessaire d'ôter une inconnue au problème associé au potentiel  $\Phi$ .

Néanmoins, le système obtenu est très mal-conditionné. La raideur de celui-ci rend très difficile et très coûteuse la résolution directe de ce système. Afin d'outre-passer ces problèmes, il est d'usage de faire appel à des méthodes itératives (ex : Jacobi, Gauss-Seidel, Gradient Conjugué [CG], GMRES, ...) associées à un pré-conditionneur (ex : Jacobi, Gauss-Seidel-SOR, ...) afin d'accélérer la convergence. En revanche, ces méthodes, bien adaptées à des problèmes stationnaires, montrent leurs limites dans la résolution de problèmes instationnaires (stratégie coûteuse en temps de calcul).

Afin de résoudre le problème par une approche directe plus rapide, nous allons faire usage d'une des propriétés intrinsèque au problème : la décomposition de l'opérateur laplacien en multiples problèmes mono-dimensionnels simples et tridiagonaux. Examinons tout d'abord le cas 2D. Nous obtenons dans ce cas :

$$\Delta\Phi = (\Delta_x + \Delta_y) \cdot \Phi = b \quad (3.46)$$

où  $\Delta_x = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  est le laplacien 1D suivant la direction  $x$ .

Afin de résoudre 3.46, nous allons diagonaliser l'opérateur  $\Delta_y$  et conserver l'opérateur 1D  $\Delta_x$  :

$$\Delta_y = Q_y \Lambda_y Q_y^{-1} \quad (3.47)$$

où  $\Lambda_y$  représente les valeurs propres de l'opérateur  $\Delta_y$  et  $Q_y$  les vecteurs propres associés. En réinjectant 3.47 dans 3.46 et en multipliant par  $Q_y^{-1}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} & (\Delta_x + Q_y \Lambda_y Q_y^{-1}) \cdot \Phi = b \\ Q_y^{-1} \cdot \rightarrow & \quad Q_y^{-1} (\Delta_x + Q_y \Lambda_y Q_y^{-1}) \cdot \Phi = Q_y^{-1} b \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$(Q_y^{-1} \Delta_x + \Lambda_y Q_y^{-1}) \cdot \Phi = Q_y^{-1} b \quad (3.49)$$

$$\text{or } \rightarrow \quad \Lambda_y Q_y^{-1} = Q_y^{-1} \Lambda_y \quad (3.50)$$

$$\rightarrow \quad (\Delta_x + \Lambda_y) \cdot Q_y^{-1} \Phi = Q_y^{-1} b \quad (3.51)$$

Ainsi, nous obtenons le système tridiagonal suivant :

$$(\Delta_x + \Lambda_y) \cdot \tilde{\Phi} = \tilde{b} \quad (3.52)$$

où  $\tilde{\Phi} = Q_y^{-1} \Phi$ ,  $\tilde{b} = Q_y^{-1} b$  et  $\Lambda_y$  est la matrice diagonale contenant les valeurs propres de l'opérateur  $\Delta_y$ .

Afin de lever l'ambiguïté sur la pression, on impose au potentiel  $\tilde{\Phi}$  une valeur fixe (ici  $\tilde{\Phi} = 0$ ) au point où se situe la valeur propre nulle. Ceci revient à imposer la valeur de la pression en un point du domaine physique.

### 3.1.6 Localisation des variables

Dans la grande majorité des codes de simulations d'écoulements compressibles, les variables scalaires et vectorielles sont situées au même endroit. Cette approche dite **collocalisée** (ou maillage collocatif), permet d'évaluer les termes des équations de conservations aux mêmes endroits, assurant ainsi la compatibilité des équations. Cependant, la discrétisation du problème de Poisson 3.44 à l'aide des schémas centré présentés en section 3.1.2 peut poser certains problèmes. En effet, dans le cas où les variables scalaires ( $T, p$ ) et vectorielles ( $\vec{V}$ ) se trouvent définies au même endroit, comme illustré sur la figure 3.1, des oscillations de pression et de vitesses apparaissent.

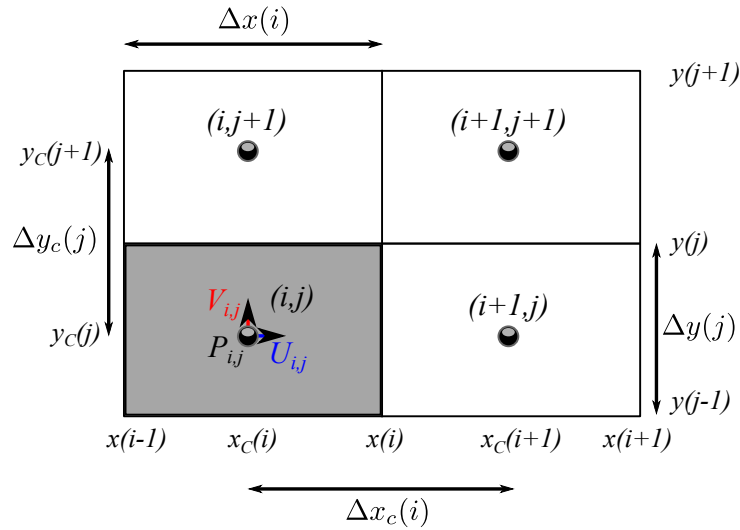


FIGURE 3.1 – Localisation des variables scalaires ( $p, T$ ) et vectorielles ( $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ) sur le maillage collocatif.

Ainsi, en procédant à la discrétisation du terme de divergence de 3.44 par des schémas centrés simple en 2D (eq. 3.53), nous observons que l'évaluation du potentiel  $\Phi$  en  $(i, j)$  dépend uniquement des valeurs de vitesses aux cellules voisines (i.e.  $\{U_{i+1,j}, U_{i-1,j}\}$  et  $\{V_{i,j+1}, V_{i,j-1}\}$ ) et non de la vitesse locale. Cette délocalisation implique que le champs du potentiel  $\Phi$  au point  $(i, j)$  n'est plus compatible avec la vitesse au même point. Ainsi, on note la **présence d'oscillations** de vitesses et de pression dont la période est d'un point sur deux.

$$\text{div}(\vec{V})|_{(x,y)_{i,j}} = \underbrace{\frac{U_{i+1,j} - U_{i-1,j}}{2(x_i - x_{i-1})}}_{x_p = x_i^c} + \underbrace{\frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2(y_j - y_{j-1})}}_{y_p = y_j^c} \quad (3.53)$$

Ainsi, [Welch et al., 1965] développèrent la méthode MAC (Marker-And-Cell) qui consiste à décentrer les composantes du vecteur vitesse ( $u, v, w$ ) d'une demi-maille et ce, dans leurs directions respectives. Une illustration de la méthode est présentée en figure 3.2 dans le cas 2D.

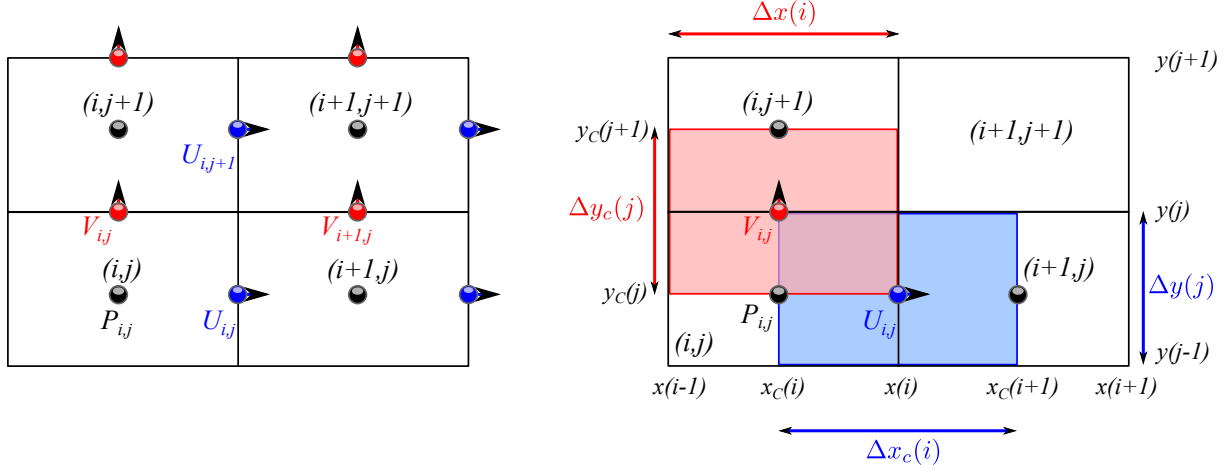


FIGURE 3.2 – (gauche) Localisation des variables scalaire ( $p, T$ ) et vectorielles ( $u, v$ ) en maillage décalé (MAC). (droite) Représentation des volumes de contrôle associés aux variables scalaire et vectorielles.

Ainsi, la discrétisation en 2D de l'opérateur divergence dans l'équation 3.44 par un schéma centré conduit à :

$$\text{div}(\vec{V})|_{(x^c, y^c)_{i,j}} = \underbrace{\frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{x_i - x_{i-1}}}_{x_p = x_i^c} + \underbrace{\frac{V_{i,j} - V_{i,j-1}}{y_j - y_{j-1}}}_{y_p = y_j^c} \quad (3.54)$$

Cette formulation présente l'avantage d'assurer la concordance des opérateurs gradient, divergence et laplacien discrétisés à l'ordre 2 et de respecter ainsi les relations vectorielles qui les relient. Ainsi, comme illustré sur la figure 3.2 (droite), nous pouvons caractériser, pour chaque composante de vitesse et pression, un maillage spécifique dont les propriétés sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_u & \begin{cases} \text{Coordonnées de } U_{i,j} : & (x_i, y_j^c) \\ \text{Dimensions de la cellule :} & \Delta x_i^c = x_{i+1}^c - x_i^c \\ & \Delta y_j = y_j - y_{j-1} \\ \text{Volume de contrôle de } U_{i,j} : & \Omega_{i,j}^u = \Delta x_i^c \times \Delta y_j \end{cases} \\ \mathcal{M}_v & \begin{cases} \text{Coordonnées de } V_{i,j} : & (x_i^c, y_j) \\ \text{Dimensions de la cellule :} & \Delta x_i = x_i - x_{i-1} \\ & \Delta y_j^c = y_{j+1}^c - y_j^c \\ \text{Volume de contrôle de } V_{i,j} : & \Omega_{i,j}^v = \Delta x_i \times \Delta y_j^c \end{cases} \\ \mathcal{M}_s & \begin{cases} \text{Coordonnées des champs scalaires } (P, T)_{i,j} : & (x_i^c, y_j^c) \\ \text{Dimensions de la cellule scalaire :} & \Delta x_i = x_i - x_{i-1} \\ & \Delta y_j = y_j - y_{j-1} \\ \text{Volume de contrôle scalaire :} & \Omega_{i,j} = \Delta x_i \times \Delta y_j \end{cases} \end{aligned}$$

Ce faisant, les équations de conservation de la quantité de mouvement doivent être résolues sur les maillages  $\mathcal{M}_u$  et  $\mathcal{M}_v$  tandis que l'équation de conservation de l'énergie sera résolue sur le maillage scalaire  $\mathcal{M}_s$ .

### 3.1.7 Equations discrétisées

Ainsi, au vu des éléments présentés précédemment, la forme discrétisée des équations de **conservation de quantité de mouvement** 3.2 pour les variables  $u$  et  $v$ , en présence d'effets de flottabilité, sont définis comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{formulation FVM} \\ \Omega^u \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_f^{faces} (\vec{V} \cdot u) \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f = - \sum_f^{faces} p \cdot \vec{I} \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f \\ \quad + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \cdot \sum_f^{faces} \nabla u \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f \\ \Omega^v \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \sum_f^{faces} (\vec{V} \cdot v) \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f = - \sum_f^{faces} p \cdot \vec{I} \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f \\ \quad + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \cdot \sum_f^{faces} \nabla v \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f \\ \quad + \Omega^v \cdot Pr \cdot \theta \end{array} \right. \quad (3.55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{formes semi-discrétisées} \\ \Omega_{i,j}^u \cdot \frac{(\frac{1+2\rho}{1+\rho})u_{i,j}^{n+1} - (1+\rho)u_{i,j}^n + (\frac{\rho^2}{1+\rho})u_{i,j}^{n-1}}{\delta t_n} = - (p_{i+1,j} - p_{i,j})^n \cdot \Delta y_j \\ \quad - \check{NL}_u^{n+1} + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \cdot D_u(\check{u}^{n+1}) \\ \Omega_{i,j}^v \cdot \frac{(\frac{1+2\rho}{1+\rho})v_{i,j}^{n+1} - (1+\rho)v_{i,j}^n + (\frac{\rho^2}{1+\rho})v_{i,j}^{n-1}}{\delta t_n} = - (p_{i,j+1} - p_{i,j})^n \cdot \Delta x_i \\ \quad - \check{NL}_v^{n+1} + \frac{Pr}{\sqrt{Ra}} \cdot D_v(\check{v}^{n+1}) \\ \quad + \Omega_{i,j}^v \cdot Pr \cdot (\theta_{i,j} + \theta_{i,j+1})^{n+1} \end{array} \right. \quad (3.56)$$

Et, en considérant ici un schéma centré simple :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{terme convectif} \\ \check{NL}_u^{n+1} = (1+\rho) \cdot NL_u^n - (\rho) \cdot NL_u^{n-1} \\ NL_u^n = \left[ \frac{u_{i+1,j} + u_{i,j}}{2} \cdot \frac{u_{i+1,j} + u_{i,j}}{2} - \frac{u_{i-1,j} + u_{i,j}}{2} \cdot \frac{u_{i-1,j} + u_{i,j}}{2} \right]^n \cdot \Delta y_j \\ \quad + \left[ \frac{u_{i,j+1} + u_{i,j}}{2} \cdot \frac{v_{i+1,j} + v_{i,j}}{2} - \frac{u_{i,j-1} + u_{i,j}}{2} \cdot \frac{v_{i+1,j-1} + v_{i,j-1}}{2} \right]^n \cdot \Delta x_i^c \end{array} \right. \quad (3.57)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{terme convectif} \\ \check{NL}_v^{n+1} = (1+\rho) \cdot NL_v^n - (\rho) \cdot NL_v^{n-1} \\ NL_v^n = \left[ \frac{u_{i,j} + u_{i,j+1}}{2} \cdot \frac{v_{i+1,j} + v_{i,j}}{2} - \frac{u_{i-1,j} + u_{i,j+1}}{2} \cdot \frac{v_{i-1,j} + v_{i,j}}{2} \right]^n \cdot \Delta y_j^c \\ \quad + \left[ \frac{v_{i,j+1} + v_{i,j}}{2} \cdot \frac{v_{i+1,j} + v_{i,j}}{2} - \frac{v_{i,j-1} + v_{i,j}}{2} \cdot \frac{v_{i,j-1} + v_{i,j}}{2} \right]^n \cdot \Delta x_i \end{array} \right. \quad (3.58)$$



et :

$$\left. \begin{array}{l} \text{termes diffusifs} \\ \left\{ \begin{array}{l} D_u(\tilde{u}^{n+1}) = D_u((1+\rho) \cdot u^n - (\rho) \cdot u^{n-1}) \\ D_u(u^*) = \left[ \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x_{i+1}} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x_i} \right]^* \cdot \Delta y_j \\ \quad + \left[ \frac{u_{i,j+1} + u_{i,j}}{\Delta y_j^c} - \frac{u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y_{j-1}^c} \right]^* \cdot \Delta x_i^c \\ D_v(\tilde{v}^{n+1}) = D_v((1+\rho) \cdot v^n - (\rho) \cdot v^{n-1}) \\ D_v(v^*) = \left[ \frac{v_{i+1,j} - v_{i,j}}{\Delta x_i^c} - \frac{v_{i,j} - v_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1}^c} \right]^* \cdot \Delta y_j^c \\ \quad + \left[ \frac{v_{i,j+1} + v_{i,j}}{\Delta y_{j+1}} - \frac{v_{i,j} + v_{i,j-1}}{\Delta y_j} \right]^* \cdot \Delta x_i \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (3.59)$$

tandis que l'équation de **conservation de l'énergie** 3.3, en présence de rayonnement de gaz, se transforme en :

$$\Omega \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} + \sum_f^{faces} (\vec{V} \cdot \theta) \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f = \frac{1}{\sqrt{Ra}} \cdot \left[ \sum_f^{faces} \nabla \theta \cdot \vec{n}_f \cdot \Gamma_f + \frac{\Omega}{Pl} S_r^* \right] \quad (3.60)$$

$$\Omega_{i,j} \cdot \frac{(\frac{1+2\rho}{1+\rho})\theta_{i,j}^{n+1} - (1+\rho)\theta_{i,j}^n + (\frac{\rho^2}{1+\rho})\theta_{i,j}^{n-1}}{\delta t_n} = -\check{N}L_\theta^{n+1} + \frac{1}{\sqrt{Ra}} \cdot \left[ D_\theta(\check{\theta}^{n+1}) + \frac{\Omega_{i,j}}{Pl} S_r^*(\check{\theta}^{n+1}) \right] \quad (3.61)$$

Et, en considérant ici un schéma centré simple :

$$\left. \begin{array}{l} \text{terme convectif} \\ \left\{ \begin{array}{l} \check{N}L_\theta^{n+1} = (1+\rho) \cdot NL_\theta^n - (\rho) \cdot NL_\theta^{n-1} \\ NL_\theta^n = \left[ u_{i,j} \cdot \frac{\theta_{i+1,j} + \theta_{i,j}}{2} - u_{i-1,j} \cdot \frac{\theta_{i-1,j} + \theta_{i,j}}{2} \right]^n \cdot \Delta y_j \\ \quad + \left[ v_{i,j} \cdot \frac{\theta_{i,j+1} + \theta_{i,j}}{2} - v_{i,j-1} \cdot \frac{\theta_{i,j-1} + \theta_{i,j}}{2} \right]^n \cdot \Delta x_i \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (3.62)$$

et :

$$\left. \begin{array}{l} \text{termes diffusifs} \\ \left\{ \begin{array}{l} \check{\theta}^{n+1} = (1+\rho) \cdot \theta^n - (\rho) \cdot \theta^{n-1} \\ D_\theta(\theta^*) = \left[ \frac{\theta_{i+1,j} - \theta_{i,j}}{\Delta x_i^c} - \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta x_{i-1}^c} \right]^* \cdot \Delta y_j \\ \quad + \left[ \frac{\theta_{i,j+1} + \theta_{i,j}}{\Delta y_j^c} - \frac{\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{\Delta y_{j-1}^c} \right]^* \cdot \Delta x_i \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (3.63)$$

De façon analogue au cas 2D, l'extension au cas 3D introduit une troisième équation de conservation de quantité de mouvement (analogue aux équations 3.55) définie sur le maillage vectoriel  $\mathcal{M}_w$  dont la cellule est centrée en  $(x_i^c, y_j^c, z_k)$ , ainsi que l'extension des termes convectifs et diffusifs suivant cette troisième dimension.

## 3.2 Discrétisation du problème radiatif

### 3.2.1 Méthodes numériques de résolution de l'ETR

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre l'ETR sous sa forme différentielle 3.64 (ici, la formulation en gaz-gris, où  $\beta = \kappa$  est le coefficient d'extinction et  $I^b = \sigma_B T^4 / \pi$ ). Leur principe général est d'adopter un traitement séparé pour la dépendance directionnelle et spatiale de l'intensité du rayonnement permettant de transformer l'ETR en un ensemble d'équations aux dérivées partielles.

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial I(r, \vec{s})}{\partial x} + \eta \frac{\partial I(r, \vec{s})}{\partial y} + \xi \frac{\partial I(r, \vec{s})}{\partial z} + \beta \cdot I(r, \vec{s}) = \kappa \cdot I^b(T(r)) \\ I(r_w) = \epsilon_w I^b(T(r_w)) + \frac{\rho_w}{\pi} \cdot \underbrace{\int_{\vec{s}' \cdot \vec{n} < 0} I(r_w, \vec{s}') \cdot |\vec{s}' \cdot \vec{n}| d\Omega'}_{q^{inc}(r_w)} \end{cases} \quad (3.64)$$

#### Méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo est une méthode statistique de résolution de l'équation de transfert radiatif. Elle consiste à simuler l'émission de paquets d'énergie et à suivre leur propagation dans le domaine. Ainsi, le suivi lagrangien de chaque paquet permet de caractériser la quantité d'énergie absorbée localement par le milieu et par les parois. De plus, dans le cas où ces paquets atteignent une paroi, la réflexion peut être traitée, augmentant ainsi la durée du suivi. Le processus de suivi permet d'estimer un champ de puissance absorbée qui converge statistiquement vers le champ exact pour un grand nombre de tirs. Une description détaillée de la méthode est faite dans les ouvrages de [Modest, 2013c; Howell, 1969]. Cette méthode, très précise demande néanmoins beaucoup de ressources du fait du nombre important de réalisations nécessaires à la convergence statistique de la solution. Pour exemple, [Soucassee et al., 2013] ont réalisé une simulation de rayonnement de gaz réel en cavité à température imposée, avec un maillage de  $40^3$  cellules et l'émission de  $6 \times 10^9$  paquets, résultant en un temps de convergence statistique d'environ 10 minutes sur 256 processeurs. Ceci montre bien que l'usage de cette méthode n'est pas adaptée aux simulations instationnaires couplées.

#### Méthode de lancer de rayons

La méthode de lancer de rayons (Ray-Tracing) consiste à discrétiser l'espace angulaire autour de chaque point  $r$  et à résoudre l'ETR pour chaque chemin optique considéré  $r' = r_w + s'\Omega$ , allant du point  $r_w$  situé à la paroi ( $s' = 0$ ) jusqu'au point  $r$  ( $s' = s$ ). La précision de la méthode dépend du nombre de rayons ( $N - r$ ) émis de chaque point  $r$  du domaine ( $N_r$  en volume et  $N_r/2$  aux parois), ainsi que de la discrétisation du chemin optique  $\Delta s$  sur lequel l'ETR est intégrée. Cette approche, bien moins coûteuse que la méthode de Monte-Carlo, a été utilisée avec succès par [Goutiere et al., 2000] dans le cadre d'une étude comparative de modèles de gaz réels, par [Soucassee et al., 2012, 2014] dans le cadre du couplage convection-rayonnement de gaz réel en cavité. Cependant, bien que plus rapide que l'approche de Monte-Carlo, elle reste cependant très coûteuse en temps de calcul, rendant son utilisation très difficile pour des nombres de Rayleigh supérieurs à  $10^8$ . Pour exemple, le cas B issu des simulations couplées de [Soucassee et al., 2012] considérant le couplage convection-rayonnement de surface et de gaz réel (modèle ADF) dans une cavité cubique à un nombre de Rayleigh de  $10^6$  s'est déroulé sur une durée de 170h (temps écoulé) avec 94 processeurs et une discrétisation angulaire de  $60 \times 60$  directions en volume.

### Méthode des harmoniques Sphériques (P<sub>N</sub>)

Proposée la première fois en 1917 par [Jeans, 1917], la méthode consiste à développer l'intensité du rayonnement en une série d'harmoniques sphériques tronquée arbitrairement à N termes. Les approximations les plus utilisées sont P1 [Lauriat, 1982a,b; Fusegi and Farouk, 1989; Fusegi et al., 1991; Modest, 2013b] pour des milieux optiquement épais et P3. Au-delà ( $N \geq 5$ ) le gain en précision est relativement faible comparée à l'augmentation de la difficulté analytique et du temps de calcul.

### Méthode des Ordonnées Discrètes (MOD)

La méthode des ordonnées discrètes (Discrete-Ordinates-Method, DOM) a été appliquée initialement par [Chandrasekhar, 1960] dans le domaine de l'astrophysique avant d'être popularisée dans le domaine du transfert radiatif par [Lathrop, 1966; Khalil and Truelove, 1977] et [Fiveland, 1982]. Cette méthode a été utilisée pour des cas de problèmes purement radiatifs ou couplés en géométrie cartésienne 2D et 3D ([Fiveland, 1984; Jamaluddin and Smith, 1988]) dans un milieu gris absorbant-émettant non diffusant. L'idée originelle de cette méthode est de remplacer les intégrales angulaires par une formule de quadrature :

$$\int_{4\pi} f(\vec{s}) d\Omega = \sum_{m=1}^M \omega_m \cdot f(\vec{s}_m) \quad (3.65)$$

Ainsi, l'espace angulaire défini sur  $4\pi$  stéradians est discrétisé en M directions  $\vec{s}_m$  dont les cosinus directeurs sont  $\{\mu_m, \eta_m, \xi_m\}$ , auxquels on affecte des poids  $\omega_m$ . La méthode des ordonnées discrètes permet ainsi de passer de l'équation de transfert radiatif 3.64 à un système d'équations algébriques obtenues en remplaçant la représentation directionnelle par un ensemble discret de M directions. Cette méthode fournit ainsi M équations différentielles qui sont de la forme :

$$\mu_m \frac{\partial I_m}{\partial x} + \eta_m \frac{\partial I_m}{\partial y} + \xi_m \frac{\partial I_m}{\partial z} + \beta I_m = \kappa I^b \quad m = 1, \dots, M \quad (3.66)$$

dont les conditions aux limites associées sont :

$$I(r_w) = \epsilon_w I^b(T(r_w)) + \frac{\rho_w}{\pi} \cdot \underbrace{\sum_{\vec{s}_m \cdot \vec{n} < 0} \omega_m \cdot |\vec{s}_m \cdot \vec{n}| \cdot I_m}_{q^{inc}(r_w)} \quad (3.67)$$

La résolution du système d'équations indépendantes 3.66 en tout point  $r$  du domaine, permet d'obtenir les différentes intensités radiatives  $I_m$  dont la somme pondérée permet de déterminer le rayonnement incident  $G$ , le flux radiatif net pariétal  $q_r^{net}$  et le terme source radiatif  $S_r$ .

$$\begin{cases} \mathbf{G}(r) = \sum_{m=1}^M \omega_m I_m(r) \\ q_r^{net}(r_w) = \pi \epsilon_w I^b(T(r_w)) - \epsilon_w q^{inc}(r_w) \\ S_r(r) = \kappa [\mathbf{G}(r) - 4\pi I^b(T(r))] \end{cases} \quad (3.68)$$

La précision de la solution obtenue pour un maillage donné dépend du type de quadrature utilisée. Les quadratures les plus courantes sont de type  $S_N$  (on retrouve aussi dans la littérature d'autres quadratures, telle que la quadrature  $T_N$  développée par [Thurgood,

1992]). La méthode des ordonnées discrètes offre un très bon compromis entre précision et coût en temps de calcul, et c'est la raison pour laquelle elle a été largement utilisée ces dernières années pour résoudre différents problèmes de rayonnement thermique : citons par exemple, [Selçuk and Doner, 2009] pour les fours verriers, [Lemonnier and Le Dez, 2002] pour l'étude du transfert radiatif à travers des couches d'indices optiques variables, [Kim et al., 1991; Coelho, 2002] pour l'étude de modèles de rayonnement de gaz non-gris, [Yucel et al., 1989; Colomer et al., 2004, 2007; Lari et al., 2011; Ibrahim et al., 2013] ainsi que [Mezrhab et al., 2008; Laouar-Meftah et al., 2014] pour le couplage rayonnement-convection naturelle dans une cavité et [Collin et al., 2005] sur l'étude des sprays. Plus de détails sur la méthode et ses différentes applications peuvent être trouvés dans l'ouvrage de [Modest, 2013a].

Bien que la résolution des harmoniques sphériques avec une approximation P1 soit plus rapide, la méthode des ordonnées discrètes lui sera préférée de par son excellent rapport précision-temps de calcul.

### 3.2.2 Mise en œuvre de la MOD – $S_N$

Dans le but de résoudre le problème radiatif 3.64 à l'aide de la méthode des ordonnées discrètes, l'ensemble des intégrales angulaires a été remplacé par une somme pondérée de  $M$  directions discrètes  $s_m$  ( $m = 1, \dots, M$ ; cf. relation 3.65 et figure 3.3-a) dont les cosinus directeurs et les coefficients de pondérations forment un set de quadratures  $\{Q_m\} = \{(\mu_m, \eta_m, \xi_m, \omega_m), m = 1, \dots, M\}$ . L'application de cette méthode conduit ainsi au problème semi-discret [3.66, 3.67, 3.68].

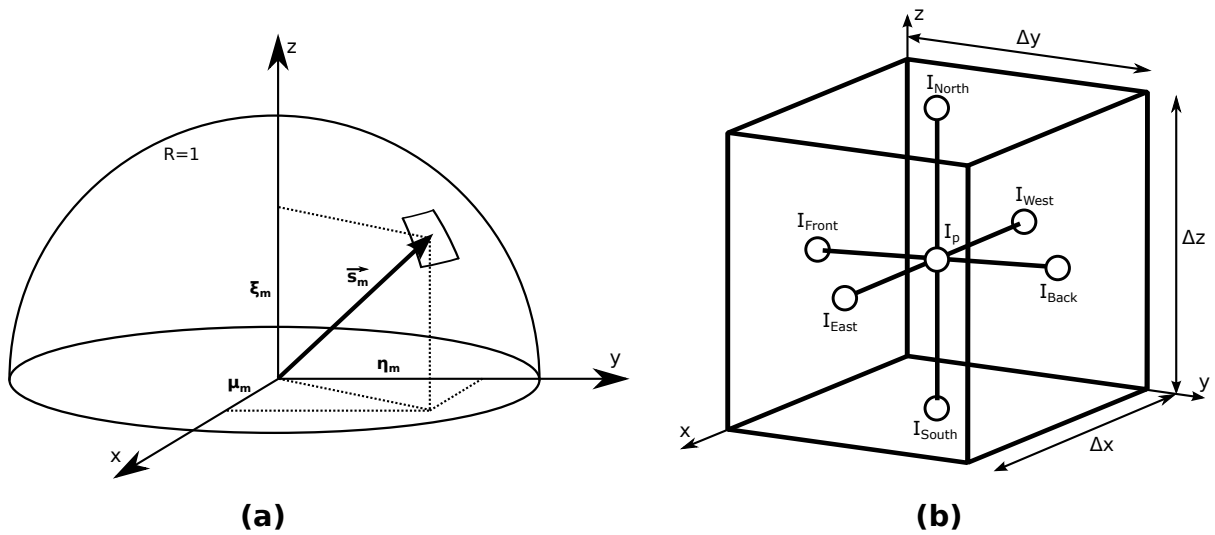


FIGURE 3.3 – Discretisation de l'ETR. Définition de la direction  $\vec{s}_m$  (a), définition du volume de contrôle, des luminances et de leurs localisations (b).

Afin d'obtenir le set de quadratures  $Q_m$ , nous optons pour la famille des quadratures symétriques  $S_N$  d'ordre  $N$  dont le nombre total de directions  $M$  est défini par  $M = N(N + 2)$ . Les quadratures doivent satisfaire : (i) une norme unitaire, (ii) la propriété de centro-symétrie et (iii) les pondérations  $\omega_m$  doivent donner la meilleure représentation de l'intégrale angulaire sur les  $4\pi$  stéradians en volume et  $2\pi$  stéradians aux parois. Ces contraintes s'expriment sous la forme ci-dessous :

$$(ii) \sum_{m=1}^M \mu_m \omega_m = 0$$

$$(iii) \sum_{m=1}^M \omega_m = 4\pi$$

$$(i) \mu_m^2 + \eta_m^2 + \xi_m^2 = 1$$

$$(iii) \sum_{m.tq.\mu_m < 0}^M |\mu_m| \omega_m = \pi$$

Dans le but de résoudre numériquement le problème formé par les équations [3.66, 3.67, 3.68], la méthode des volumes finis est appliquée au volume de contrôle présenté en figure 3.3-b dans lequel les propriétés radiatives du milieu considéré sont considérées constantes et homogènes (i.e.  $\beta, \kappa, \epsilon, \rho, I^b$ ). Ainsi, lorsque l'on considère une direction  $\vec{s}$ , l'équation 3.66 et ses conditions aux limites 3.67 s'écrivent :

$$\mu_m \int_{\Delta V} \frac{\partial I_m}{\partial x} dV + \eta_m \int_{\Delta V} \frac{\partial I_m}{\partial y} dV + \xi_m \int_{\Delta V} \frac{\partial I_m}{\partial z} dV + \beta \int_{\Delta V} I_m dV = \kappa I_m^b \int_{\Delta V} dV \quad (3.69)$$

$$\int_{\Delta S} I_w d\Gamma = \epsilon_w I_w^b \int_{\Delta S} d\Gamma + \frac{\rho_w}{\pi} \sum_{\vec{s}_m \cdot \vec{n}_w < 0} \omega_m |\vec{s}_m \cdot \vec{n}_w| \int_{\Delta S} I_m d\Gamma \quad (3.70)$$

Puis, en associant le volume de contrôle à une cellule du maillage volumique centrée en  $(i, j, k)$  de coordonnée  $(x_i^c, y_j^c, z_k^c)$ , le système d'équations devient :

$$|\mu_m| (I_{E/W}^m - I_{W/E}^m) A_x + |\eta_m| (I_{B/F}^m - I_{F/B}^m) A_y + |\xi_m| (I_{N/S}^m - I_{S/N}^m) A_z + \beta I_p^m \Delta V = \kappa I_p^b \Delta V \quad (3.71)$$

$$I_w = \epsilon_w I_w^b + \frac{\rho_w}{\pi} \sum_{\vec{s}_m \cdot \vec{n}_w < 0} \omega_m |\vec{s}_m \cdot \vec{n}_w| I_m \quad (3.72)$$

où  $(A_x, A_y, A_z)$  sont les surfaces de la cellule de contrôle normales aux directions  $(x, y, z)$ ,  $I_p^m$  est la luminance moyenne au centre de la cellule,  $I_w$  est la luminance incidente à la paroi et  $(I_N, I_E, I_S, I_W, I_F, I_B)$  sont les luminances moyennes au centre des faces du volume de contrôle définie sur la figure 3.3-b. Le choix de l'indice de luminance (ex : 'E' de  $I_E$ ) dépend de l'alignement de la direction  $s_m$  avec l'axe considéré. Par exemple, si l'on considère la direction  $x$ , la relation  $(I_E^m - I_W^m)$  est utilisée lorsque  $\mu_m > 0$  et la seconde relation  $(I_W^m - I_E^m)$  lorsque  $\mu_m < 0$ . Dans le but d'évaluer la luminance moyenne  $I_p^m$  au centre de la cellule, les luminances aux faces de celle-ci doivent être déterminées par des lois d'interpolations. Du fait que la direction de propagation  $s_m$  soit fixe, les luminances moyennes issues des faces amonts sont connues. Par exemple, si  $\mu_m > 0$  alors  $I_W^m$  de la cellule  $(i, j, k)$  est connue et égale à la valeur de  $I_E^m$  de la cellule  $(i-1, j, k)$ . Afin d'obtenir les relations entre les luminances aux faces et celles aux centres des cellules, nous utilisons les relations d'interpolations suivantes :

$$I_p = I_W + a(I_E - I_W) \quad (3.73)$$

$$= I_S + b(I_N - I_S) \quad (3.74)$$

$$= I_F + c(I_B - I_F) \quad (3.75)$$

Où  $(a, b, c)$  sont des coefficients d'interpolation. Ainsi, en fonction de la valeur de ces coefficients, l'ordre et la stabilité de la méthode diffèrent. Notons ainsi les combinaisons suivantes :

$(a, b, c)$	schéma	Ordre	description
(1, 1, 1)	<b>STEP</b>	1	Schéma stable mais diffusif
(1/2, 1/2, 1/2)	<b>DIAMANT</b>	2	Schéma instable
$(a_L, b_L, c_L)$	<b>Lathrop</b>	1-2	Schéma d'ordre deux avec limiteur

TABLEAU 3.1 – Schémas numériques de discrétisation spatiale de l'ETR.

Le schéma de *Lathrop* [Lathrop, 1969] permet au travers d'un limiteur, de supprimer les oscillations de luminances introduites par le schéma *DIAMANT* en abaissant localement le schéma à l'ordre 1 (plus stable mais diffusif) et en autorisant l'ordre 2 où cela est possible ; et ce, tout en assurant la positivité de la luminance. Dans le cas tri-dimensionnel le schéma de *Lathrop* s'écrit :

$$a_L = \max\left(\frac{1}{2}, 1 - \frac{|\mu_m|A_x}{\beta\Delta V + 2|\eta_m|A_y + 2|\xi_m|A_z}\right) \quad (3.76)$$

$$b_L = \max\left(\frac{1}{2}, 1 - \frac{|\eta_m|A_y}{\beta\Delta V + 2|\mu_m|A_x + 2|\xi_m|A_z}\right) \quad (3.77)$$

$$c_L = \max\left(\frac{1}{2}, 1 - \frac{|\xi_m|A_z}{\beta\Delta V + 2|\mu_m|A_x + 2|\eta_m|A_y}\right) \quad (3.78)$$

Ainsi, en considérant  $(\mu_m, \eta_m, \xi_m) > 0$ , la discrétisation de l'ETR se traduit par :

$$|\mu_m|(I_E^m - I_W^m)A_x + |\eta_m|(I_B^m - I_F^m)A_y + |\xi_m|(I_N^m - I_S^m)A_z + \beta I_p^m \Delta V = S_p \Delta V \quad (3.79)$$

$$S_p = \kappa I_p^b \quad (3.80)$$

Puis, en introduisant les relations d'interpolations [3.73,3.74,3.75], nous obtenons la valeur de la luminance moyenne  $I_p^m$  au centre de la cellule :

$$I_p^m = \frac{\lambda_x I_W^m + \lambda_y I_F^m + \lambda_z I_S^m + \Delta V \cdot S_p}{\lambda_x + \lambda_y + \lambda_z + \lambda_0} \quad (3.81)$$

Où :

$$\begin{aligned} \lambda_x &= \frac{|\mu_m|A_x}{a} & \lambda_y &= \frac{|\eta_m|A_y}{b} \\ \lambda_z &= \frac{|\xi_m|A_z}{c} & \lambda_0 &= \beta\Delta V \end{aligned}$$

Dès lors que l'on considère un découplage en longueur d'onde (les longueurs d'ondes n'interagissent pas les unes avec les autres) et en direction (pas d'effets de diffusion ou '*scattering*'), une méthode de résolution explicite basée sur le balayage du domaine spatiale peut être employée pour résoudre les différentes directions indépendamment les unes des autres. La procédure dans le cas où  $(\mu_m, \eta_m, \xi_m) > 0$ , est la suivante :

1. On débute de la cellule  $(i, j, k) = (1, 1, 1)$
2. On évalue les luminances aux faces amonts ( $I_W, I_S, I_F$ ) à partir de 3.72
3. On évalue  $I_p^m$  à partir de 3.81
4. On extrapole les luminances aux faces avals ( $I_E, I_N, I_B$ ) à partir de [3.73,3.74,3.75]
5. On transmet les valeurs de ( $I_E, I_N, I_B$ ) aux cellules voisines :

$$\begin{aligned} I_W(i+1, j, k) &= I_E(i, j, k) \\ I_S(i, j+1, k) &= I_N(i, j, k) \\ I_F(i, j, k+1) &= I_B(i, j, k) \end{aligned}$$

6. On passe à la cellule suivante  $(i+1, j, k)$
7. Retour à l'étape 3

Une illustration de ce processus de balayage est donnée sur la figure 3.4.

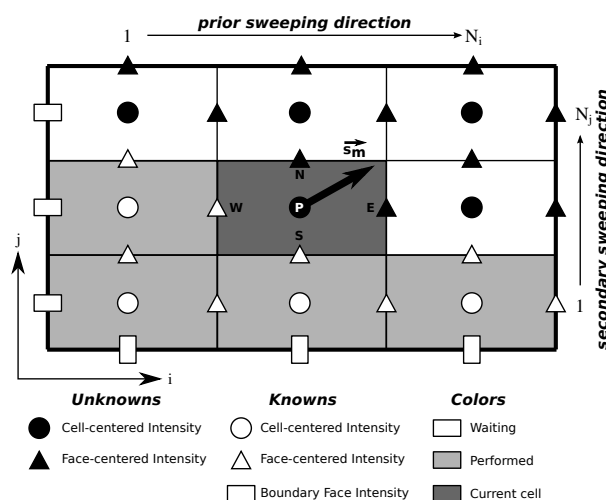


FIGURE 3.4 – Méthode de résolution directe de l’ETR par balayage du domaine dans le cas 2D, pour une direction  $s_m$  telle que  $(\mu_m, \eta_m) > 0$ .

Afin de permettre la résolution de l'ETR suivant toutes les directions, tout en conservant les notations et relations présentées dans la configuration  $(\mu_m, \eta_m, \xi_m) > 0$  présentée précédemment, une technique simple consiste à changer la localisation des luminances moyennes amonts ( $I_W, I_S, I_F$ ) en fonction du quadrant (octant en 3D) auquel la direction  $\mathfrak{f}_m$  appartient. Une illustration de la méthode est présentée en figure 3.5 dans le cas bidimensionnel.

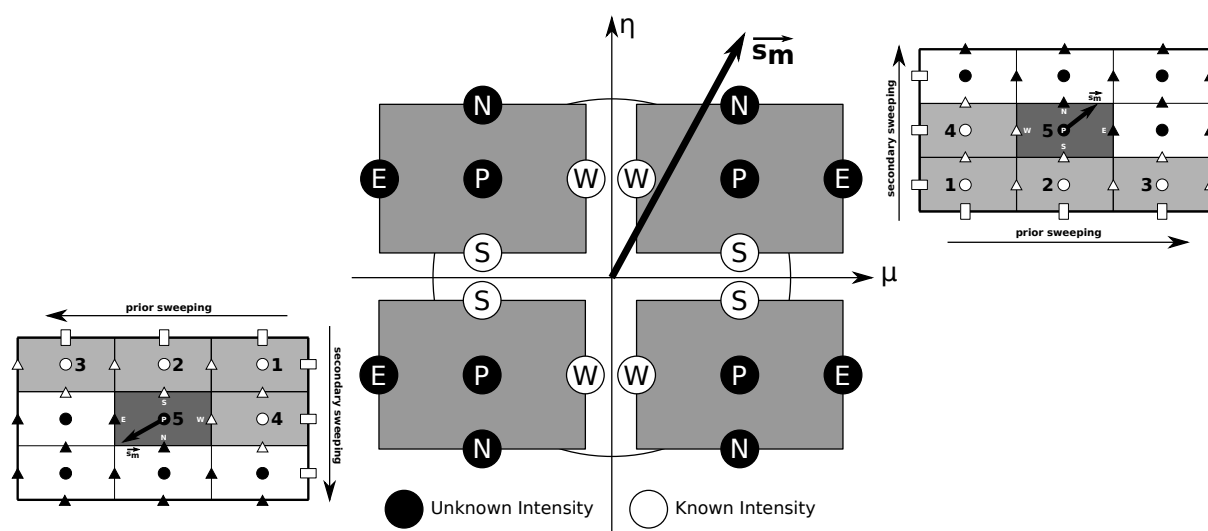


FIGURE 3.5 – Illustration de la méthode de balayage de domaine dans le cas 2D pour la résolution de l'équation 3.81 pour toute direction  $\vec{s}_m$ .

Afin de s'assurer que le balayage du domaine s'effectue toujours dans la même direction de propagation que le vecteur  $\vec{s}_m$ , les indices de balayages adaptés sont définis dans le tableau 3.2.

	$i_{min}$	$i_{max}$	$i_{step}$		$j_{min}$	$j_{max}$	$j_{step}$		$k_{min}$	$k_{max}$	$k_{step}$
$\mu_m > 0$	1	$N_i$	1	$\eta_m > 0$	1	$N_j$	1	$\xi_m > 0$	1	$N_k$	1
$\mu_m < 0$	$N_i$	1	-1	$\eta_m < 0$	$N_j$	1	-1	$\xi_m < 0$	$N_k$	1	-1

TABLEAU 3.2 – Dépendance des indices de la méthode de balayage dans le cas 3D pour toutes directions  $\vec{s}_m$ .

### 3.2.3 Algorithme de résolution séquentiel

Afin de permettre la résolution numérique du problème discret présenté ci-dessus à l'aide de la méthode de balayage de domaine, nous présentons ci-dessous un algorithme de résolution séquentiel du problème radiatif 3D considérant un gaz gris d'absorption  $\kappa$ , dans un milieu à température  $T$  et dont une estimation des flux incidents aux parois  $\mathbf{q}_{r,w,inc}^{in}$  sont connus. Dans le cas où les flux  $\mathbf{q}_{r,w,inc}^{in}$  sont inconnus, ceux-ci sont initialisés à zéro puis l'algorithme 1 est répété jusqu'à convergence des flux pariétaux  $\mathbf{q}_{r,w,inc}^{in}$  et du flux volumique incident  $G$ .



**Algorithm 1:** résolution DOM de l'ETR mono gaz-gris

---

**Input:**  $\kappa$  : coefficient d'absorption du gaz gris

**Input:**  $T, T_{wall}^{x^\pm}, T_{wall}^{y^\pm}, T_{wall}^{z^\pm}$  : température

**Input:**  $\mathbf{q}_{w,inc}^{in,x^\pm}, \mathbf{q}_{w,inc}^{in,y^\pm}, \mathbf{q}_{w,inc}^{in,z^\pm}$  : flux pariétaux incident

**Output:**  $\mathbf{q}_{w,inc}^{out,x^\pm}, \mathbf{q}_{w,inc}^{out,y^\pm}, \mathbf{q}_{w,inc}^{out,z^\pm}$  : nouveaux flux pariétaux incident

**Output:**  $\mathbf{G}$  : flux volumique incident

*/\* Début du calcul \*/*

$\mathbf{q}_{w,inc}^{*,out,(x,y,z)^\pm} \leftarrow \mathbf{0}$

*/\* Boucle sur les directions \*/*

**for**  $m \leftarrow 1$  **to**  $M = N(N+2)$  **do**

$(\mu_m, \eta_m, \xi_m, \omega_m) \leftarrow \mathbf{Q}(m)$

$(i, j, k)_{min,max,step} \leftarrow$  **From** [tableau 3.2](#) */\* ordre de balayage \*/*

    initialisation de  $(I_W^m, I_F^m, I_S^m)$  aux parois **From** [3.72](#) et  $\mathbf{q}_{w,inc}^{*,in,(x,y,z)^\pm}$

*/\* balayage du maillage \*/*

**for**  $i \leftarrow i_{min}$  **to**  $i_{max}$  **Step**  $i_{step}$  **do**

**for**  $j \leftarrow j_{min}$  **to**  $j_{max}$  **Step**  $j_{step}$  **do**

**for**  $k \leftarrow k_{min}$  **to**  $k_{max}$  **Step**  $k_{step}$  **do**

                évaluation de  $(\Delta V, A_{x,y,z})$  **From**  $(\Delta x(i), \Delta y(j), \Delta z(k))$

$(a, b, c)$  **From** schéma STEP, DIAMANT ou Lathrop

                calcul de  $S_p(T, \kappa)$  **From** [équation 3.80](#)

                calcul de  $I_p^m$  **From** [équation 3.81](#)

                accumuler  $\mathbf{G} \leftarrow \mathbf{G} + \omega_m \kappa I_p^m$

                évaluer  $(I_E^m, I_B^m, I_N^m)$  **From** [relations 3.73, 3.74, 3.75](#)

*/\* Transfert des luminances aux voisins \*/*

$I_W^m(i + i_{step}, j, k) \leftarrow I_E^m$

$I_F^m(i, j + j_{step}, k) \leftarrow I_B^m$

$I_S^m(i, j, k + k_{step}) \leftarrow I_N^m$

*/\* accumulation du flux incident aux parois \*/*

**if**  $i = i_{max}$  **then**

$\mathbf{q}_{w,inc}^{out,x^{imax}}(j, k) \leftarrow \mathbf{q}_{w,inc}^{out,x^{imax}}(j, k) + |\mu_m| \omega_m I_E^m$

**if**  $j = j_{max}$  **then**

$\mathbf{q}_{w,inc}^{out,y^{jmax}}(i, k) \leftarrow \mathbf{q}_{w,inc}^{out,y^{jmax}}(i, k) + |\eta_m| \omega_m I_B^m$

*/\* accumulation du flux incident aux parois horizontales \*/*

$\mathbf{q}_{w,inc}^{out,z^{kmax}}(i, j) \leftarrow \mathbf{q}_{w,inc}^{out,z^{kmax}}(i, j) + |\xi_m| \omega_m I_N^m(i, j, k_{max})$

---



# Chapitre 4

## Stratégies de Parallélisation Hybride

*« La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : rien ne fonctionne et personne ne sait pourquoi ... »*

Albert Einstein

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Glossaire</b>	<b>66</b>
<b>4.2</b>	<b>Paradigmes de parallélisations</b>	<b>67</b>
4.2.1	Parallélisation MPI	67
4.2.2	Parallélisation OpenMP	68
4.2.3	Parallélisation Hybride MPI/OpenMP	69
<b>4.3</b>	<b>Parallélisation du problème convectif</b>	<b>70</b>
4.3.1	Parallélisation MPI : décomposition de domaine	70
4.3.2	Parallélisation OpenMP : sous-décomposition de domaine	71
<b>4.4</b>	<b>Parallélisation du problème radiatif</b>	<b>71</b>
4.4.1	Parallélisation MPI : décomposition de domaine	73
4.4.2	Parallélisation OpenMP	83
4.4.3	parallélisation Hybride	94
4.4.4	Application à une configuration réaliste	101
<b>4.5</b>	<b>Prise en compte du couplage convection-rayonnement</b>	<b>103</b>

---

## 4.1 Glossaire

Dans le cadre de ce chapitre, nous adoptons les notations et définitions suivantes :

- **processeur** : unité physique contenant un ou plusieurs cœurs de calculs
- **cœur de calcul** : unité de calcul physique ou virtuel exécutant les instructions du programme
- **tâche** : portion de programme devant être exécutée par un cœur de calcul
- **processus** : objet virtuel étant exécuté à l'échelle du système à mémoire distribuée. Exemple, dans le cas de la parallélisation MPI seule, un processus est associé à un cœur de calcul afin de résoudre une tâche propre.
- **thread** : objet virtuel étant exécuté à l'échelle du système à mémoire partagée. Exemple, dans le cas de la parallélisation OpenMP seule, un thread est associé à une tâche pouvant être exécutée par un cœur de calcul.
- **unité de calcul** : représente la plus petite échelle entre le processus et le thread.
  - **MPI seule** : l'unité de calcul est un processus
  - **OpenMP seule** : l'unité de calcul est un thread
  - **Hybride MPI + OpenMP** : l'unité de calcul est un thread appartenant à un processus
- **performance** : la performance (mesurée en *seconde / cellule / itération* ou *seconde / cellule / pas de temps*) représente le temps moyen nécessaire pour exécuter l'ensemble des tâches associées à la résolution du problème, à chaque pas de temps (i.e. itération), rapporté au nombre de cellules du problème
- **accélération** : représente le gain obtenu en parallélisant l'exécution sur  $p$  unités de calculs par rapport au cas exécuté sur  $p = 1$  unité de calcul.  

$$A(p) = \text{perf}(1) / \text{perf}(p)$$
- **efficacité** : pouvant être relié à une notion de rendement de calcul, il représente le pourcentage de "puissance de calcul" utilisé.  

$$E(p) = A(p) / p$$
- **scalabilité** : représente la capacité d'un système parallèle à fournir une augmentation de l'accélération proportionnelle à l'augmentation du nombre de processeurs
  - **scalabilité faible (weak-scaling)** : l'efficacité reste bonne quand le nombre de processeurs augmente en augmentant la taille du problème : conserver le nombre de données traitées par cœur
  - **scalabilité forte (strong-scaling)** : l'efficacité reste bonne quand le nombre de processeurs augmente en conservant une taille de problème fixe : diminuer le nombre de données traitées par cœur
- **granularité** : mesure qualitative du rapport calcul/communications
  - **coarse-grain** : relativement beaucoup de calcul entre différentes communications
  - **fine-grain** : relativement peu de calcul entre différentes communications

## 4.2 Paradigmes de parallélisations

L'intérêt de la programmation parallèle réside dans le besoin :

- de réduire le temps de calcul
- d'effectuer des calculs plus volumineux
- d'exploiter le parallélisme des processeurs modernes (multi-coeurs)

Cependant, pour permettre le travail de plusieurs unités de calculs sur une application donnée, la coordination de ceux-ci est primordiale. Pour ce faire, divers paradigmes ou langages ont été mis en œuvre afin de permettre la répartition des tâches entre les diverses unités ainsi que de leurs permettre de communiquer et de se synchroniser en un point donné. Ces paradigmes de programmations sont décomposés en trois grandes familles :

- **modèle à mémoire partagée** : l'ensemble de l'espace mémoire de travail est commun à toutes les unités de calculs, appelées *thread*. Chaque unité de calcul travaille indépendamment des autres mais les modifications mémoire de l'un d'entre eux sont visibles par tous.  
Les paradigmes les plus connus sont : *OpenMP* et *pThread*.
- **modèle à mémoire distribuée** : chaque unité de calcul, appelée *processus*, possède son propre espace mémoire local, non visible par les autres unités. Chaque unité de calcul travaille indépendamment des autres et les communications entre unités de calculs sont réalisées au travers d'un réseau d'intercommunication. Le partage de données ainsi que les synchronisations entre unités de calculs doivent être définis explicitement par le développeur.  
Les paradigmes les plus connues sont : *MPI*, *Cuda* et *OpenCL*.
- **modèle hybride** : combinaison des deux modèles précédents présentant ainsi une architecture parallèle à deux niveaux : i) l'échelle des processus associée au modèle à mémoire distribuée et ii) l'échelle des threads associée au modèle à mémoire partagée.  
Les combinaisons de paradigmes les plus connues sont : *MPI + OpenMP*, *MPI + Cuda/OpenCL*, *OpenMP + Cuda/OpenCL*.

Dans le cadre de ces travaux de thèse, nous avons opté pour un modèle hybride basé sur la combinaison *MPI + OpenMP* décrites ci-dessous.

### 4.2.1 Parallélisation MPI

Le paradigme MPI (Message-Passing-Interface), s'inscrivant dans la configuration des systèmes à mémoire distribuée illustré sur la figure 4.1, est basé sur une librairie externe au programme dont on fait appel aux fonctionnalités au travers de routines préfixées par *MPI\_*. Cette interface permet la communication point-à-point entre processus au travers de routines bloquantes *MPI\_SEND/MPI\_RECV* ou non-bloquante *MPI\_ISEND/MPI\_IRecv* ainsi que des communications collectives au travers, entre autres, des routines *MPI\_BCAST*, *MPI\_ALLTOALL*. De plus, afin de permettre la synchronisation des processus en un point donné du programme, la routine *MPI\_BARRIER* est utilisée. Depuis sa définition initiale en Juin 1994, l'emploi massif de l'interface a contribué à l'amélioration continue de celle-ci par les concepteurs des supercalculateurs (ex : IBM, Bull, Cray, ...). Ainsi, de par l'indépendance de l'implémentation MPI par rapport au code de l'utilisateur (i.e. librairie externe au programme de l'utilisateur), les implémentations actuelles sur ces machines permettent d'en extraire les meilleurs performances. Cependant, de par la nécessité de définir explicitement

des points de communication et de synchronisation, cette approche nécessite souvent la réécriture complète d'un code séquentiel existant afin d'en extraire les meilleures performances.

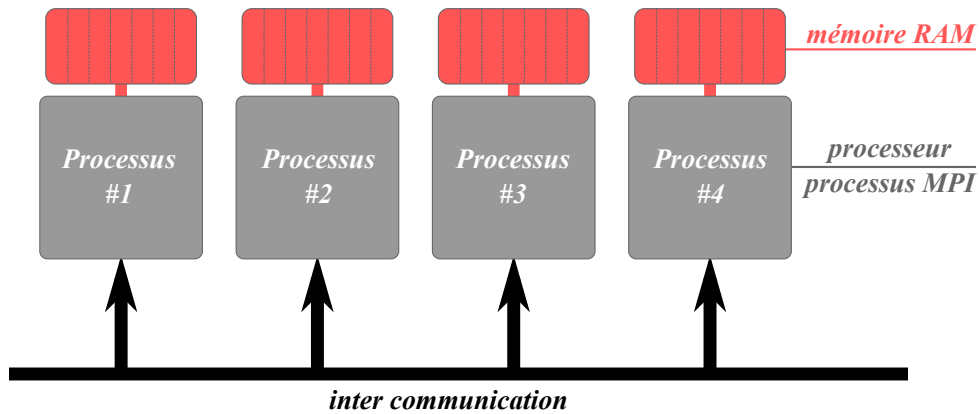


FIGURE 4.1 – Représentation schématique d'un système à mémoire distribuée.

### 4.2.2 Parallélisation OpenMP

Le paradigme OpenMP (Open-Multi-Processing) défini initialement en octobre 1997 dans le cadre des systèmes à mémoire partagée comme illustré sur la figure 4.2, est basé sur un ensemble de directives de compilation (parfois appelées décorateurs) ainsi que d'une librairie externe permettant d'étendre ses fonctionnalités. Le principe de base de l'approche par directives est de simplifier la parallélisation d'un programme séquentiel existant en y ajoutant des directives *OMP PARALLEL* / *OMP END PARALLEL* de part et d'autre de la zone du code que l'on souhaite paralléliser, offrant ainsi une grande souplesse aux développeurs. Afin de simplifier d'autant plus la parallélisation, les directives de parallélisation automatique des boucles *OMP DO* et de partage des tâches *OMP WORKSHARE* et *OMP SECTIONS* permettent d'exhiber plus simplement du parallélisme. Cependant, cette première approche de la parallélisation OpenMP, dite à **grain-fins** (fine-grain), ne permet d'exhiber des performances que dans des cas très simples (ex : boucle simple sans dépendance), mais présente de faibles niveaux de performances dans la plupart des cas. Une autre approche, dite à **grain grossier** (coarse-grain) consiste à étendre la zone parallèle (*OMP PARALLEL* / *OMP END PARALLEL*) à l'ensemble du code, de décomposer soit même les boucles et de gérer explicitement les points de synchronisation et d'accès mémoire des threads grâce aux directives *OMP BARRIER*, *OMP SINGLE*, *OMP MASTER* et *OMP CRITICAL*. Cette approche, bien plus complexe que la première et nécessitant souvent la réécriture du code, permet d'exhiber bien plus de parallélisme et d'atteindre des performances équivalentes à l'approche MPI dans les mêmes configurations.

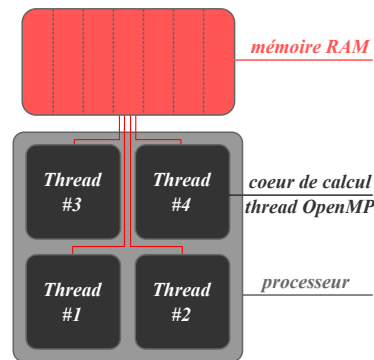


FIGURE 4.2 – Représentation schématique d'un système à mémoire partagée.

### 4.2.3 Parallélisation Hybride MPI/OpenMP

Suite à l'augmentation des ressources informatiques dans les grands centres de calculs (nombre de processeurs  $\geq 100000$ ) et de la complexité des phénomènes physiques étudiés, les codes de simulations, usuellement parallélisés en MPI, voient leur scalabilité diminuer de façon importante au delà d'un nombre de processeurs de l'ordre de la dizaine de millier. Le gain de performances suite à l'expansion du nombre de processeurs est bien souvent ralenti par la bande-passante des réseaux d'interconnexion. Aussi, afin de pallier ce problème, l'ajout d'une sous-parallélisation locale (i.e. interne à chaque processus MPI) basée sur une approche à mémoire partagée est employée ; approche que l'on nomme, **parallélisation Hybride**. Cette approche, dont une illustration est faite en figure 4.3-A, se caractérise par une première échelle associée aux processus du système à mémoire distribuée (ici, l'approche MPI) et une seconde échelle locale associée aux threads du système à mémoire partagée (ici, l'approche OpenMP). Cela implique, pour un nombre d'unités de calcul identique, la diminution du nombre de processus MPI (et de fait, des communications) permettant ainsi d'en extraire les meilleures performances (i.e. scalabilité).

L'approche hybride se caractérise également par le type de communication thread-thread appartenant chacun à des processus MPI distincts. Les implémentations récentes de la norme MPI permettent divers niveaux de support de l'hybridation MPI/OpenMP qui sont :

- *MPI\_THREAD\_SINGLE* :  
seul un thread par processus peut s'exécuter
- *MPI\_THREAD\_FUNNELED* :  
plusieurs threads peuvent s'exécuter, mais seul le thread "MASTER" peut faire des appels aux fonctions MPI
- *MPI\_THREAD\_SERIALIZED* :  
tous les threads peuvent faire appels aux fonctions MPI, mais un seul à la fois
- *MPI\_THREAD\_MULTIPLE* :  
tous les threads peuvent s'exécuter et réaliser des appels MPI

Une illustration des niveaux de supports *MPI\_THREAD\_FUNNELED* et *MPI\_THREAD\_MULTIPLE* est présenté sur la figure 4.3-B dans le cas du transfert de valeurs aux interfaces des processus MPI.

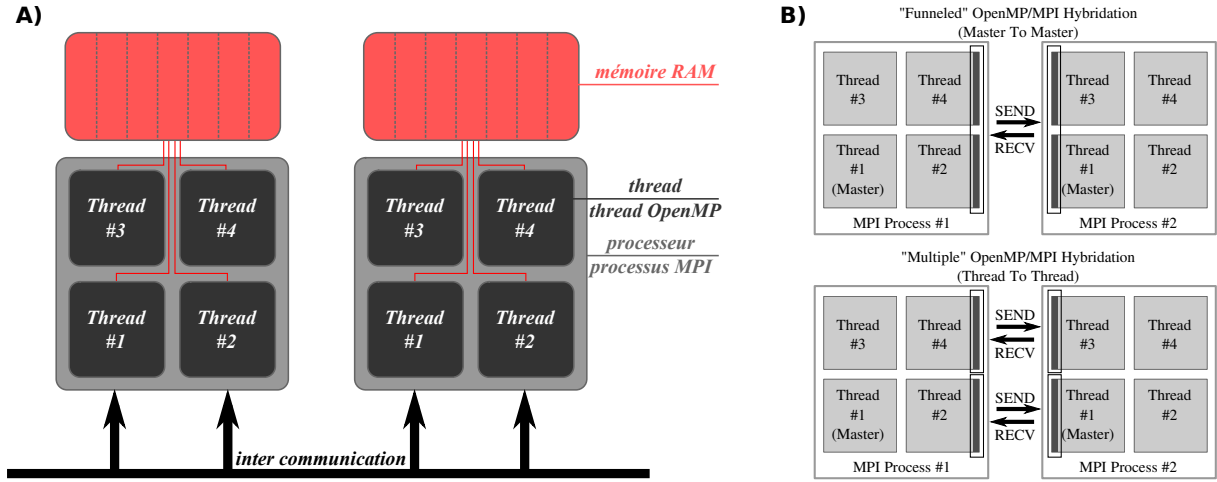


FIGURE 4.3 – Illustrations schématiques d'un système hybride (gauche) et des différents niveaux de communications inter-processus au sein d'une architecture hybride.

Dans le cadre du développement du code de simulation couplée convection-rayonnement, nous avons opté pour une prise en compte de l'hybridation de niveau *MPI\_THREAD\_MULTIPLE*, compatible avec les machines ADA (IBM x3750-M4, 10624 cœurs de calculs) et TURING (IBM Blue Gene/Q, 98304 cœurs de calculs) présentes au centre de calcul de l'IDRIS à Orsay. **Aussi, toutes les mesures de performances réalisées par la suite s'effectueront sur la machine ADA.**

## 4.3 Parallélisation du problème convectif

Cette section donne une présentation rapide de l'approche employée pour la parallélisation du problème convectif.

### 4.3.1 Parallélisation MPI : décomposition de domaine

Afin de tirer parti des ressources mémoires des clusters de calculs, l'approche la plus utilisée est la décomposition de domaine MPI qui consiste à découper le domaine de calcul en un ensemble de sous-blocs répartis sur les différents processus organisés suivant une topologie cartésienne. Afin de permettre la résolution des équations de conservation discrétisées, l'échange d'informations aux bords de chaque sous-bloc doit être réalisé. Pour ce faire, une approche considérant des cellules fantômes (ghost-cells) est employée et les échanges entre processus sont réalisés à l'aide de la routine MPI *MPI\_SENDRECV*, permettant ainsi, par exemple, l'envoi de données vers le processus aval et la réception de données depuis le processus amont en simultané, assurant ainsi une utilisation optimale des multiples liens des réseaux de communication. Une illustration de la décomposition de domaine MPI est présenté sur la figure 4.4.



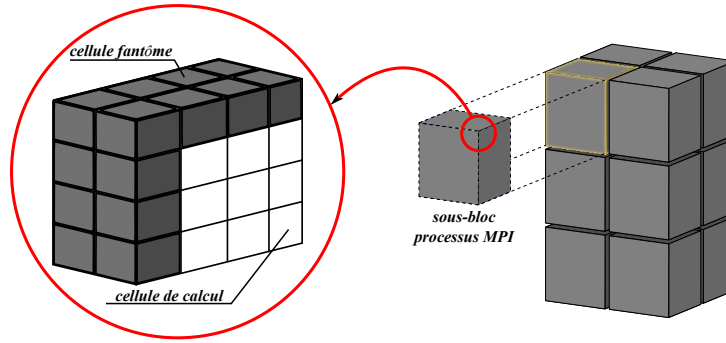


FIGURE 4.4 – Illustration de la décomposition de domaine MPI (gauche) et de la sous-décomposition de domaine OpenMP par processus MPI (centre). Représentation des cellules fantômes (droite) utilisées pour les communications inter-processus MPI.

### 4.3.2 Parallélisation OpenMP : sous-décomposition de domaine

Afin de réaliser le second niveau de la parallélisation hybride, nous optons au même titre que la parallélisation MPI, pour une approche de sous-décomposition de domaine locale où chaque thread OpenMP est affecté à un sous-bloc. L'intérêt de cette approche dans le cas OpenMP est qu'il n'est pas nécessaire de réaliser des communications lors d'échanges d'informations interne au bloc MPI entre les sous-blocs OpenMP. Ceux-ci, partageant le même espace mémoire, travaillent en simultané sur un sous-ensemble du même espace de travail. Aussi, l'échange d'informations entre les threads d'un même processus MPI s'effectue uniquement grâce à une synchronisation locale par le biais de la directive *OMP BARRIER* et la lecture de la valeur désirée dans la portion de l'espace de travail du voisin. Les communications entre threads appartenant à des processus MPI différents s'effectuent par transferts MPI thread-thread des portions de cellules fantômes concernées aux interfaces comme décrit dans la section 4.2.3. Une illustration de l'approche hybride employée dans le cadre de la parallélisation du problème convectif est présenté en figure 4.5.

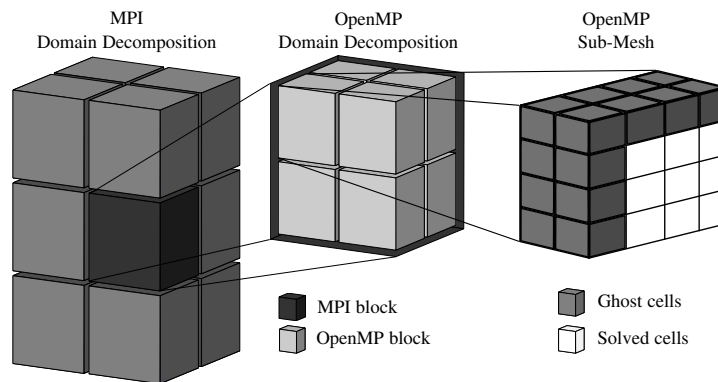


FIGURE 4.5 – Illustration de la décomposition de domaine MPI (gauche) et de la sous-décomposition de domaine OpenMP par processus MPI (centre). Représentation des cellules fantômes (droite) utilisées pour les communications inter-processus MPI.

## 4.4 Parallélisation du problème radiatif

Dans cette section, une description des différentes approches employées pour la parallélisation du problème radiatif est faite. Afin de permettre la comparaison des performances

des différentes méthodes présentées, la configuration nommée "Cas B" dans les travaux de [Soucasse et al., 2012] est utilisée, avec les caractéristiques résumés ci-dessous :

paramètre	valeur		unité
Rapport d'aspect	cubique		
H	1		m
$T_{ref}$	300		K
$P_{ref}$	101325		Pa
$\Delta T$	0,0109		K
Ra	$10^6$		(-)
Pl	$6,27 \times 10^{-7}$		(-)
$\Theta_0$	27408		(-)
Espèce absorbante	H <sub>2</sub> O		
$x_{ref}$	0,02		(-)
emissivités	parois actives	parois passives	
$\epsilon$	1	0	(-)

TABLEAU 4.1 – Configuration physique employée pour l'étude de performances des méthodes de parallélisation du problème radiatif.

A la différence des travaux originaux de [Soucasse et al., 2012], nous ne considérons pas le CO<sub>2</sub> dans nos simulations, le traitement du couplage de plusieurs espèces absorbantes n'étant pas pris en compte dans notre implémentation du module de gaz réel. Cependant, le CO<sub>2</sub> n'ayant qu'un effet très limité à température ambiante, en comparaison à l'humidité, le traitement seul de ce dernier permet une bonne comparaison avec les travaux initiaux de [Soucasse et al., 2012]. En complément à la configuration physique décrite ci-dessus, les éléments de discrétisation et de résolution numérique sont définis ci-dessous :

paramètre	valeur		unité
maillage de référence	80x80x80		(-)
Nombre d'itérations	20		(-)
Schéma numérique	STEP		
Ordre de la quadrature $S_N$	$S_8$		(-)
Nombre de gaz-gris	8		(-)
bornes des coefficients d'absorption	0,01	10 000	( $m^{-1}$ )

TABLEAU 4.2 – Configuration numérique employée pour l'étude de performances des méthodes de parallélisation du problème radiatif.

Le but de cette étude étant de quantifier les performances des méthodes employées dans un cas d'étude réaliste, le couplage avec le module de convection a été désactivé. De fait, l'étude considère une pseudo convergence vers l'équilibre radiatif au sein de la cavité en considérant un champ de température imposé aux parois et au sein du fluide, issu de la convergence d'un calcul couplé convection-rayonnement dans la même configuration physique. De fait, le champ de terme source radiatif ainsi que les flux de chaleur aux parois résultant ne sont pas présentés. Cependant, afin de s'assurer de la justesse et de la consistance des méthodes employées, les grandeurs intégrées que sont le Nusselt radiatif aux parois ainsi que les valeurs minimum et maximum du terme source radiatif au sein de la cavité sont comparées à ceux obtenues dans le cas de l'approche séquentiel présentée dans l'algorithme 1.

#### 4.4.1 Parallélisation MPI : décomposition de domaine

Le problème couplé qui sera traité par la suite (couplage convection-rayonnement) impose une décomposition du champ de température sur l'ensemble des processus MPI, forçant ainsi la décomposition de domaine (DDP, Domain-Decomposition-Parallelization) du problème radiatif. Néanmoins, d'autres méthodes de décomposition existent dans le cadre de la parallélisation MPI du problème radiatif et sont décrites dans les travaux de [Gonçalves and Coelho, 1997; Poitou et al., 2012; Novo, 1999] et un rappel des différentes techniques est présenté par [Coelho, 2014].

La parallélisation par la méthode de décomposition de domaine, étudiée par [Yildiz and Bedir, 2006; Chandy et al., 2007; Gong et al., 2011; Gonçalves and Coelho, 1997], est principalement réalisée par deux approches :

- ***l'approche système*** : cette approche consiste à représenter l'ensemble des ETR suivant toutes les directions  $\vec{s}$ , par un système linéaire qui sera par la suite résolu par des bibliothèques de résolution parallélisées (ex : SCALAPACK, PETSc, ...). Cette approche, principalement utilisée sur les maillages non-structurés, présente l'avantage d'employer des bibliothèques optimisées de résolutions parallèle mais implique l'usage de grandes quantités de mémoire et est bien souvent restreinte aux méthodes de résolutions itératives (ex : gradient conjugué, GMRES, SOR, ...).
- ***la méthode de balayage de domaine (domain-sweeping)*** : cette approche consiste à exhiber du parallélisme dans la méthode de résolution séquentielle de proche en proche présentée dans le chapitre précédent. Cette méthode, moins gourmande en mémoire, implique cependant une gestion fine des dépendances ainsi que des synchronisations entre les processus MPI.

Dans le cadre de cette thèse, nous allons nous focaliser sur la méthode de balayage de domaine pouvant être réalisée par deux grandes approches : i) la méthode de pipeline logiciel (Software-pipelining, SP) et ii) la méthode propagation de front d'onde (Wavefront, WF). Une rapide présentation et description de ces deux méthodes est donné dans [Jin et al., 1999; Lavalée and Wautelet, 2013].

##### Software pipelining (SP)

La méthode de pipeline logiciel (Software-Pipelining) s'inspire des méthodes de pipeline des instructions implémentées dans les processeurs récents permettant l'émulation de cœurs de calculs virtuels. Le principe de cette approche a été par la suite employé dans le domaine de la résolution de systèmes à double dépendance (ou nid de boucle avec double dépendances), couramment employé dans les benchmarks de parallélisation LU tel que le *NAS Parallel Benchmark* [Jin et al., 1999].

Afin de paralléliser le problème 2D, cette méthode considère une décomposition spatiale 1D de celui-ci dans une direction donnée (ex : suivant  $i$ ), le long duquel les processeurs (processus MPI ou threads) seront répartis (figure 4.6). Cette direction devient ainsi la direction privilégiée suivant laquelle le parallélisme est exhibé. Cependant, afin d'assurer la double dépendance du problème, une synchronisation fine des processeurs (i.e. threads) est nécessaire. Ainsi, lorsque le processeur (i.e. thread) numéro 2 a terminé de traiter la ligne  $j$ , il doit attendre que le processeur numéro 1 ait terminé de traiter la ligne  $j + 1$  avant de continuer. Cette approche permet ainsi à tous les processeurs (i.e. threads) de travailler en simultané, et ce avec une ou plusieurs lignes d'écarts les uns par rapport aux autres, comme illustré sur la figure 4.6. Ainsi, si la charge de travail est équilibrée pour l'ensemble des  $N_{proc}$  processeurs

(i.e. threads), on atteint une occupation maximale des processeurs (i.e. threads) au bout de  $N_{proc}$  séquences temporelles pour une durée de  $(N_j - N_{proc})$  séquences temporelles (où une séquence temporelle correspond à la complétion d'une ligne  $j$  d'un sous-bloc  $N_i/N_{proc}$ ).

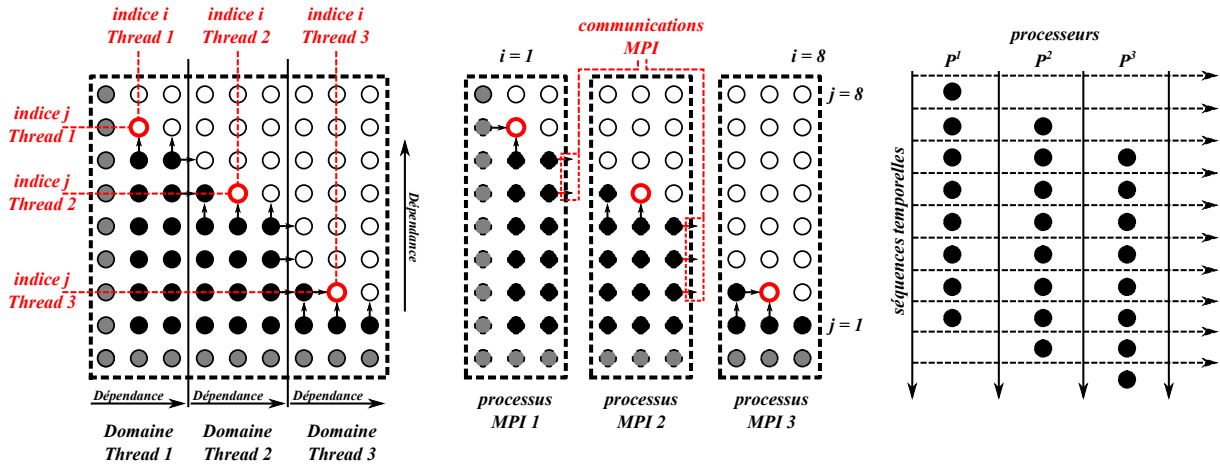


FIGURE 4.6 – Principe du pipeline logiciel dans le cas d'un nid de boucle à double dépendance 2D. (gauche) Approche initiale basée sur un système à mémoire partagé. (centre) Approche MPI à décomposition de domaine 1D. (droite) Tableau d'activation des processeurs dans le cas d'une répartition équilibrée de la charge.

Dans le cas 2D (resp. 3D) où la décomposition de domaine est également 2D (resp. 3D), la méthode est étendue suivant la seconde (resp. troisième) dimension comme illustré sur la figure 4.7 en 2D. L'inconvénient de cette approche est que l'on perd la capacité de remplissage de la décomposition 1D précédente, qui se restreint ainsi aux processeurs (i.e. threads) alignés le long de la direction privilégiée de parallélisation. Cependant, dès lors que l'on décompose en priorité suivant la direction privilégiée (i.e.  $N_{proc}^i \geq N_{proc}^j$ ), les performances obtenues sont bien souvent supérieures aux autres méthodes de parallélisation.

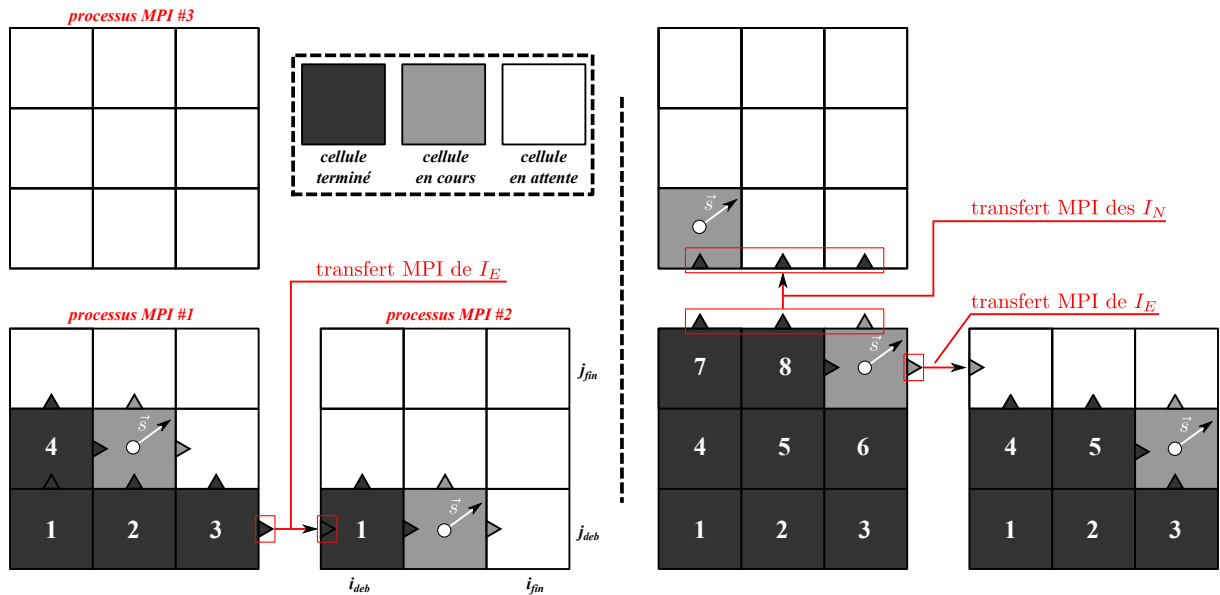


FIGURE 4.7 – Application du pipeline logiciel dans le cas d'un nid de boucle à double dépendance 2D suivant une décomposition de domaine 2D. (gauche) Début de la méthode et (droite) 4 étapes plus tard.

Dans le cas de l'exemple présenté sur la figure 4.7-droite, le choix d'attendre la fin de la

dernière ligne du processus MPI #1 avant transmission au processus MPI #3 a été privilégié afin d'éviter l'intégration de tests (condition  $IF$ ) dans la boucle rapide, ce qui réduit considérablement les performances de la méthode. Ainsi :

- **Dans le cas 2D,**
  - pour tout  $(i = i_{fin}, j)$ ,  $I_E$  est transmis au voisin de droite
  - pour  $(i = i_{fin}, j = j_{fin})$ , l'ensemble des  $N_i/N_{proc}^i$  luminances  $I_N$  sont transmises au voisin du dessus
- **Dans le cas 3D,**
  - pour tout  $(i = i_{fin}, j, k)$ ,  $I_E$  est transmis au voisin de droite
  - pour tout  $(i = i_{fin}, j = j_{fin}, k)$ , l'ensemble des  $N_i/N_{proc}^i$  luminances  $I_B$  sont transmises au voisin du fond
  - pour  $(i = i_{fin}, j = j_{fin}, k = k_{fin})$ , l'ensemble des  $N_i N_j / (N_{proc}^i N_{proc}^j)$  luminances  $I_N$  sont transmises au voisin du dessus

### Propagation de front d'onde (WF)

La méthode de propagation de front d'onde (wavefront, WF) consiste à exhiber du parallélisme en considérant que pour une direction de propagation  $\vec{s}$  (nous ne traiterons ici que le cas où  $(\mu, \eta) > 0$ ), la DOM ne nécessite que les informations issues des cellules amonts (ici  $(i-1, j)$  et  $(i, j-1)$ ) pour la résolution de la luminance en  $(i, j)$ . Ainsi, la résolution de la luminance des cellules appartenant au plan  $H^n = i + j - 1$  (en 2D ;  $H^n = i + j + k - 2$  en 3D) peut s'effectuer indépendamment les unes des autres, comme illustré sur la figure 4.8-A.

Par extrapolation, nous pouvons appliquer la méthode à l'échelle des processus MPI comme illustré sur la figure 4.8-B, au sein desquels une approche purement séquentielle est appliquée (Cf. 3.4 et 3.5). Ainsi, dans le but de résoudre le problème radiatif dans l'ensemble du domaine de calcul pour une direction  $\vec{s}$  donnée, la méthode se présente en une série de séquences sur  $H^n$  dans lesquelles du parallélisme peut être exhibé. Le motif spatio-temporel obtenu est présenté en figure 4.8-C.

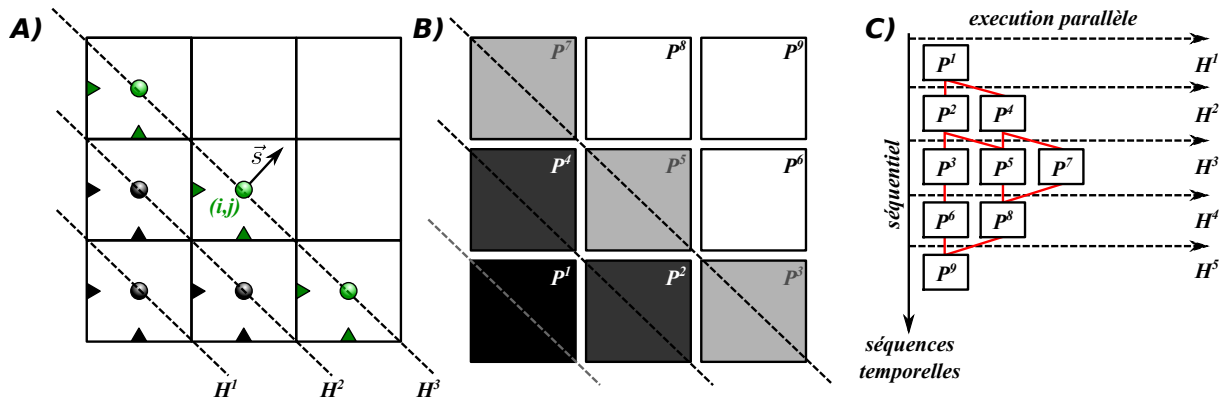


FIGURE 4.8 – Principe de la méthode de propagation de front d'onde 2D appliquée à la luminance  $I(\vec{s})$  dans la direction  $\vec{s}$  telle que  $(\mu, \eta) > 0$ . (A) Illustration des Hyperplans  $H^n$  et de leurs dépendances. (B) Extrapolation de la méthode à l'échelle des processus MPI. (C) Graphe de dépendance temporelle des séquences de résolution parallèle du problème radiatif à l'échelle des processus MPI.

Comme observé sur la figure 4.8-C, le taux d'occupation des processus MPI est très faible. Le cas présenté dans cette figure montre ici un taux de parallélisme maximum de 33% correspondant au plan  $H^3$  où les processus  $P^3, P^5$  et  $P^7$  sont actifs. Dès lors que l'on considère le quadrant complet (Octant en 3D), la direction  $\vec{s}_2$  ne sera traitée qu'une fois le balayage complet du domaine associé à la direction  $\vec{s}_1$  terminé, comme illustré sur la figure 4.9.

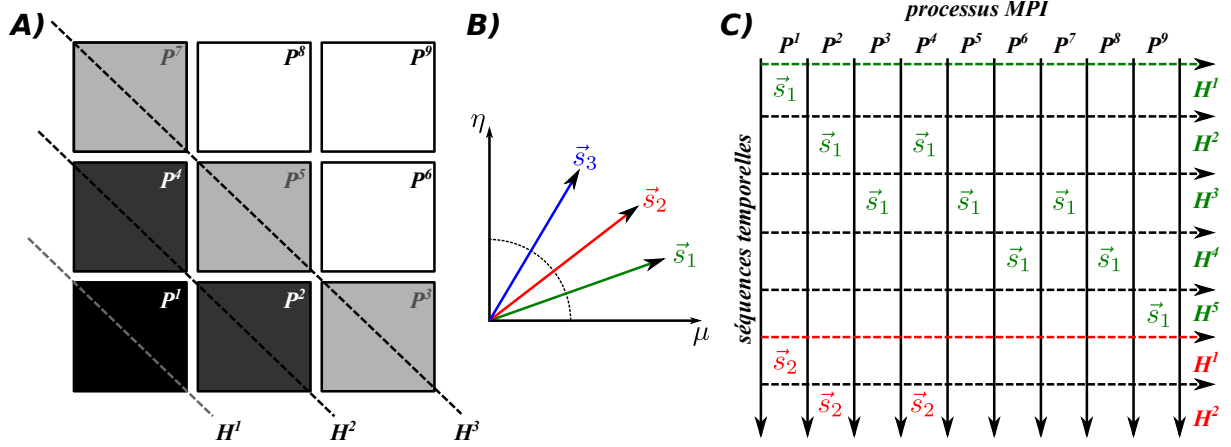


FIGURE 4.9 – Principe de la méthode de propagation de front d'onde 2D appliquée à la luminance  $I(\vec{\xi})$  dans la direction  $\vec{s}$  telle que  $(\mu, \eta) > 0$  (A). (B) Processus de résolution appliqué à un set de directions appartenant au quadrant (octant en 3D) défini par  $(\mu, \eta) > 0$ . (C) Tableau d'activation des processus MPI au cours des différentes séquences.

La figure 4.9-C présente une illustration de l'activité de chaque processus MPI au cours des différentes séquences temporelles associées à l'évolution séquentielle des hyperplans  $H^n$ . La structure par bandes diagonales de l'activité des processus montrent les dépendances entre les processus ainsi que le taux de remplissage particulièrement faible de cette approche. Afin de pallier cette sous-occupation, deux approches ont été proposées dans la littérature :

- **sub-Octant direction-pipelining :**  
cette approche consiste à exhiber plus de parallélisme en émettant des "trains d'ondes" associés à plusieurs directions appartenant au même octant.
- **multi fronts :**  
cette approche consiste à émettre des front d'ondes depuis l'ensemble coins du domaine en simultané.

#### • sub-Octant direction-pipelining

La méthode de "sub-direction-pipelining" s'inspire de la méthode des pipelines d'opérateurs et consiste à résoudre localement (dans chaque processus MPI) l'ensemble des directions de l'octant considéré en série, sans attendre la fin du processus de balayage MPI associé à la première direction  $\vec{s}$ . Une illustration de la méthode est présentée sur la figure 4.10.

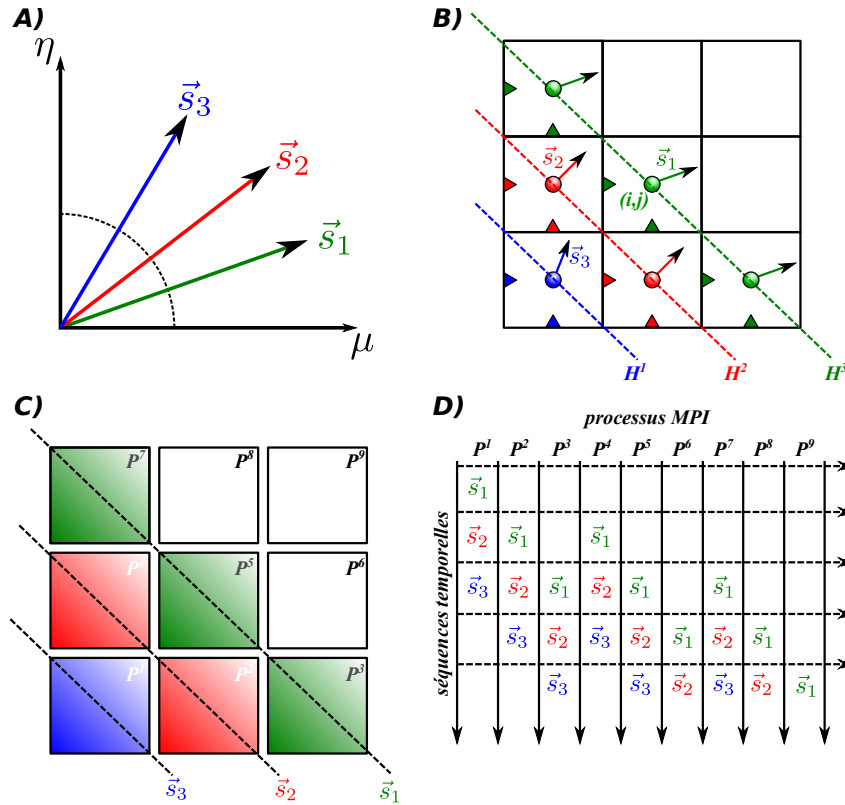


FIGURE 4.10 – Illustrations du software pipelining appliquée à la méthode de propagation de fronts d'ondes.

Cette méthode offre l'avantage d'exhiber plus de parallélisme que la méthode classique et présente ainsi un taux d'occupation bien supérieur (Cf. figure 4.10-D), pour une complexité de mise en œuvre équivalente. En outre, plus le nombre de direction par octant augmente (augmentation de l'ordre de la quadrature ; ex :  $(S_8, S_{10}) \rightarrow (10, 15)$  directions/octant), plus le taux d'occupation augmente, permettant dans certains cas, d'atteindre l'occupation maximale des processus MPI, impossible à obtenir avec la méthode classique.

Néanmoins, une fois les fronts d'ondes de l'ensemble des directions du premier quadrant émis, l'ensemble des processus MPI du domaine doivent attendre la fin du balayage de l'ensemble des sous-directions afin de changer d'octant. Bien que le "direction-pipelining" permette d'exhiber plus de parallélisme, cette étape de synchronisation globale introduit toujours une perte de scalabilité de la méthode.

#### • *multi-fronts*

La méthode multi-fronts considère que les fronts de propagation sont indépendants les uns des autres et que ceux-ci peuvent être générés à partir des quatre coins (8 coins en 3D) du domaine simultanément, permettant ainsi aux processus MPI les plus éloignés de travailler au plus tôt. Une illustration du processus est présentée en figure 4.11.



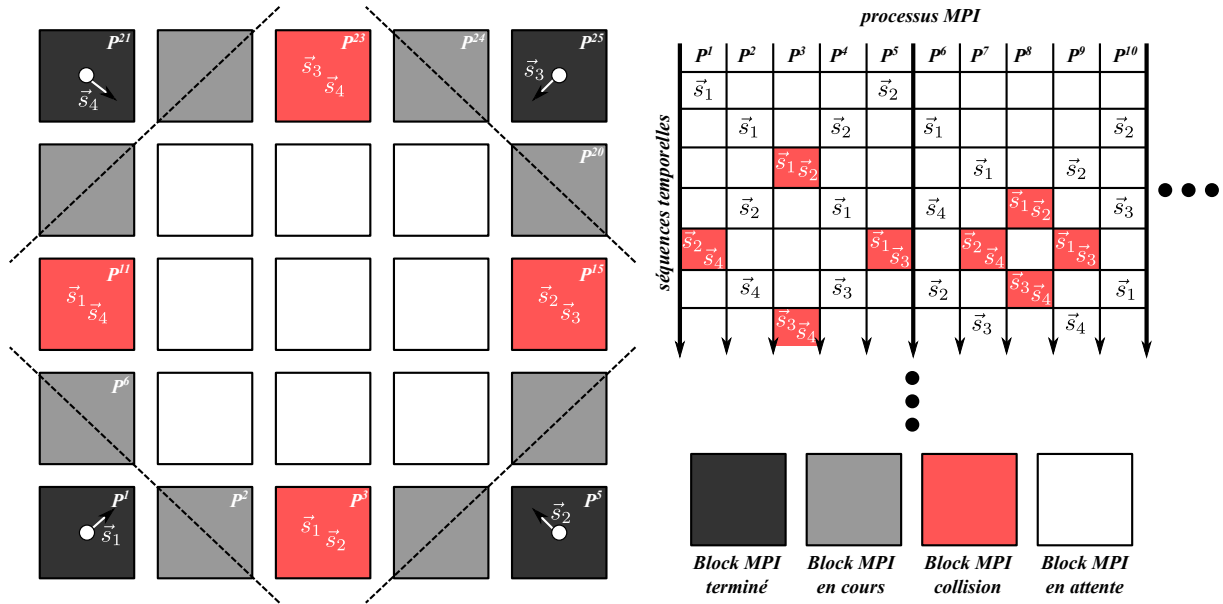


FIGURE 4.11 – Illustration de la méthode multi-fronts dans une configuration 2D. Les cellules rouges correspondent aux lieux de collisions de deux fronts ou plus sur un même processus.

Bien que cette méthode permette à quatre (huit en 3D) fronts d’êtres propagés dans le domaine en simultanément, augmentant d’autant plus le taux d’occupation des processus (et de fait, la scalabilité), elle introduit cependant des problèmes de "collision" des fronts d’ondes sur certains processus MPI (blocks rouge sur la figure 4.11) nécessitant un arbitrage. Cependant, cette méthode, une fois combinée au sub-Octant direction-pipelining, permet, en théorie, d’exhiber d’excellentes performances. Pour plus d’informations concernant la mise en place de la méthode (sans sub-Octant direction-pipelining), nous renvoyons le lecteur vers les travaux de [Yildiz and Bedir, 2006; Chandy et al., 2007].

## Performances

Nous allons à présent étudier les performances comparées des différentes stratégies présentées précédemment. A des fins de simplification, les méthodes décrites précédemment seront représentées par les contractions suivantes :

Méthode	contraction
Software Pipelining	SP
Front d’onde	WF
Front d’onde + sub-octant direction-pipelining	WF+SP
Front d’onde multi-fronts	MF
Front d’onde multi-fronts + sub-octant direction-pipelining	MF+SP

TABLEAU 4.3 – Description des légendes associées aux méthodes.

De plus, la répartition des processus MPI sur la topologie cartésienne étant pilotée par la routine MPI *MPI\_Cart\_Create*, celle-ci est indépendante du maillage. Aussi, pour les différentes configurations, la répartition des processus MPI en fonction du nombre de processus est donné dans le tableau suivant :



Nombre de processus MPI	$N_x^{\text{MPI}}$	$N_y^{\text{MPI}}$	$N_z^{\text{MPI}}$
1	1	1	1
2	1	1	2
4	1	2	2
8	2	2	2
16	1	4	4
32	2	4	4
64	4	4	4
128	4	4	8

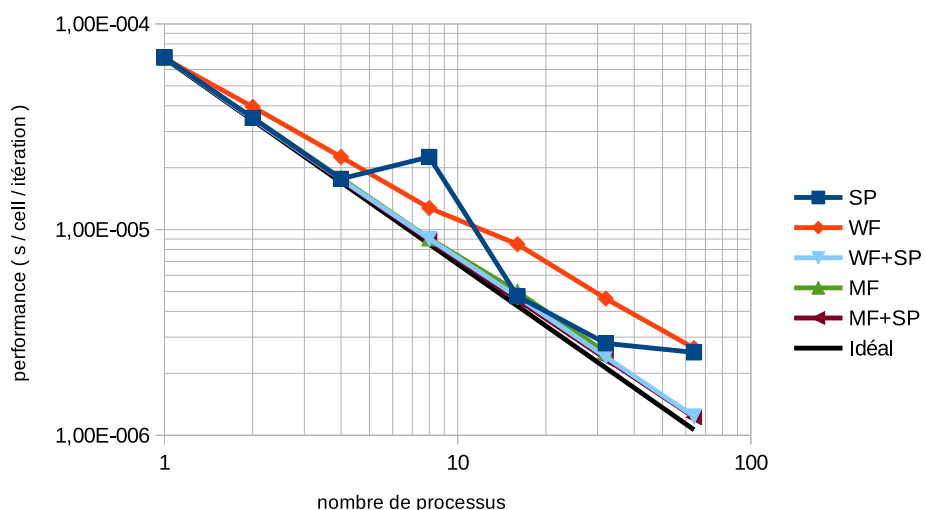
TABLEAU 4.4 – Répartition des processus MPI sur la topologie cartésienne.

- **Scalabilité forte (strong-scaling)**

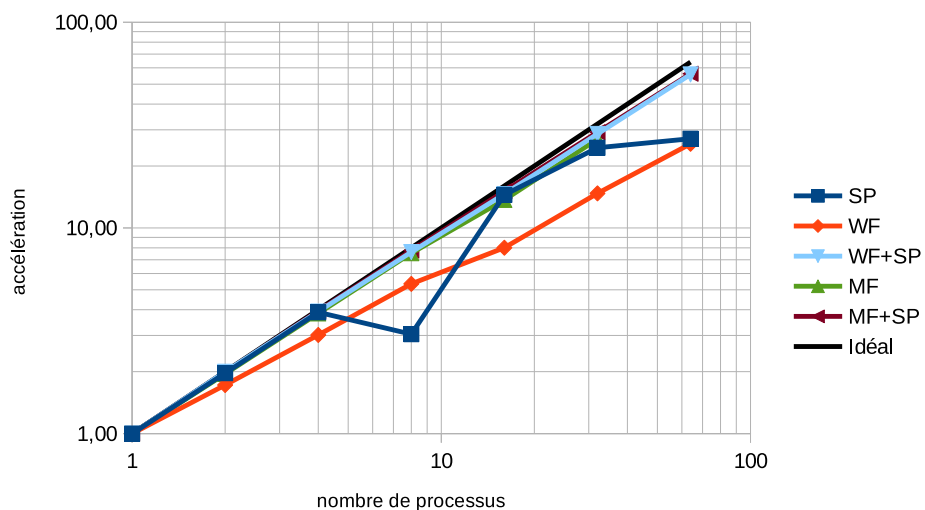
Dans le cadre de cette étude, nous considérons les conditions de calcul présentées dans les tableaux 4.1 et 4.2 appliqué sur un maillage de  $160 \times 160 \times 160$  cellules.

Nous pouvons observer sur la figure 4.12a un comportement quasi-linéaire pour l'ensemble des méthodes basées sur la technique du front d'onde, hormis la méthode standard *WF* qui semble présenter une pente moins prononcée et une cassure proche de 8 processus. Cependant, on y observe également un comportement plus dégradé de la méthode basée sur le pipeline logiciel *SP*. Le comportement est quasi-idéal jusqu'à 4 processeurs puis se dégrade brusquement au niveau de 8 processeurs avant de récupérer un niveau de performance proche de l'idéal au delà. Ces observations sont également visibles sur les figures 4.12b et 4.12c présentant respectivement l'accélération et l'efficacité des méthodes.

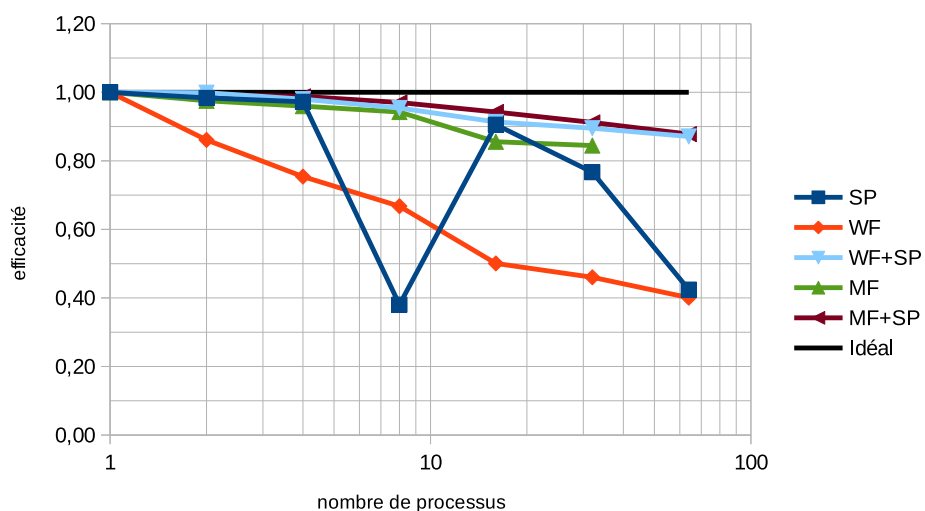
En se focalisant sur le cas *SP*, nous observons en croisant les informations de répartition des processus du tableau 4.4 et les figures 4.12, que la perte de scalabilité apparaît lorsque la répartition des processus suivant la direction  $x$ , qui est également la direction privilégiée du parallélisme de la méthode, est différente de l'unité. L'explication est que les communications bloquantes suivant la direction privilégiée  $x$  conduisent à une faible granularité de l'algorithme. En effet, dans le cas à 8 processus, chacun d'entre eux procède à la résolution de  $N_i/N_x^{\text{MPI}} = 80$  cellules entre deux communications MPI, là où ceux des méthodes basées sur le front d'onde résolvent l'ensemble des cellules du sous-domaine ( $N_i N_j N_k / N^{\text{MPI}} = 512000$  cellules) avant de transmettre.



(a) Performance.



(b) Accélération.



(c) Efficacité.

FIGURE 4.12 – Évolution de la performance, de l'accélération et de l'efficacité en fonction du nombre de processus MPI pour un maillage de  $160 \times 160 \times 160$  cellules.

Ainsi, hormis le cas *SP*, les versions améliorées (*WF + SP*, *MF*, *MF + SP*) de la méthode de front d'onde (*WF*) présentent une efficacité supérieure à 80%. Néanmoins, si l'on considère la méthode de front d'onde standard *WF* comme référence, on observe que l'ensemble des versions améliorées de celle-ci assurent un gain de performance allant de 15% à 217%, comme observé dans le tableau 4.5.

MPI	WF	SP	WF+SP	MF	MF+SP
1	1,00	0,99	0,99	1,00	0,99
2	1,00	1,13	1,15	1,13	
4	1,00	1,28	1,28	1,27	1,30
8	1,00	0,56	1,41	1,41	1,44
16	1,00	1,79	1,80	1,70	1,86
32	1,00	1,65	1,92	1,83	1,96
64	1,00	1,05	2,15		2,17

TABLEAU 4.5 – Gains de performances des différentes méthodes par rapport au cas *WF*.

• **Scalabilité faible (*weak-scaling*)**

Dans le cadre de cette étude, nous considérons les conditions de calcul présentées dans les tableaux 4.1 et 4.2 associée au jeu de maillages suivant :

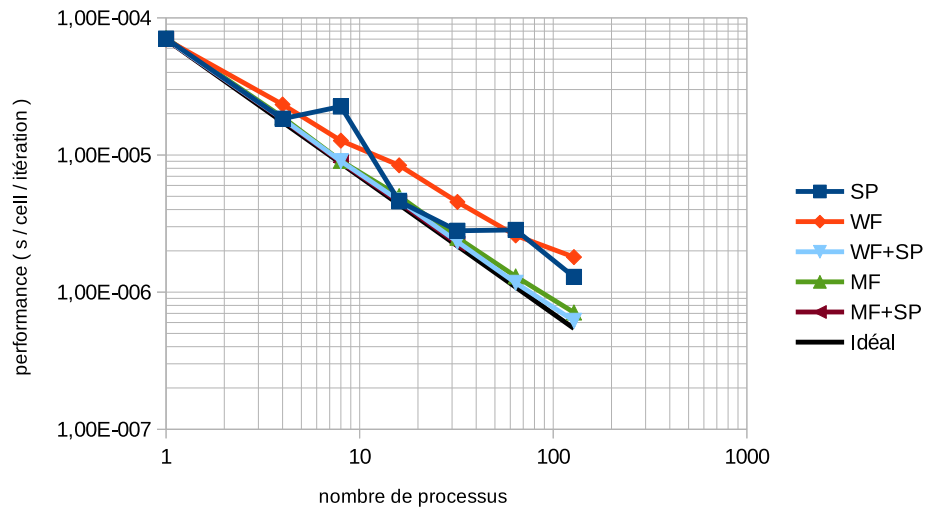
type	taille	facteur de taille
grossier	80x80x80	1
	127x127x127	4
	160x160x160	8
	⋮	16
	202x202x202	32
fin	254x254x254	64
	320x320x320	128
	403x403x403	

Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux 4.13. Au même titre que les résultats présentés en strong-scaling sur  $160 \times 160 \times 160$  cellules, les performances, l'accélération ainsi que l'efficacité présentent les mêmes profils. Ce qui semble montrer que les performances des différentes méthodes sont indépendantes de la taille du problème, tout du moins, pour des problèmes cubiques possédant au plus  $403 \times 403 \times 403$  cellules.

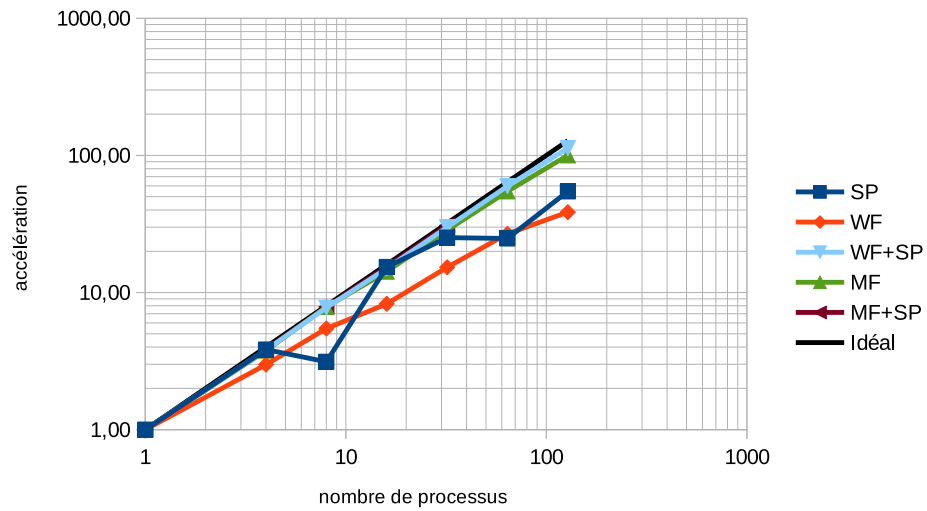
Cependant, au vu des difficultés rencontrées au cours du développement de ces méthodes, le tableau 4.6 présente un classement, selon l'auteur (subjectif), des différentes méthodes en fonction de leur complexité de mise en œuvre.

Classement	Méthode
1	WF
2	WF + SP
3	SP
4	MF
5	MF + SP

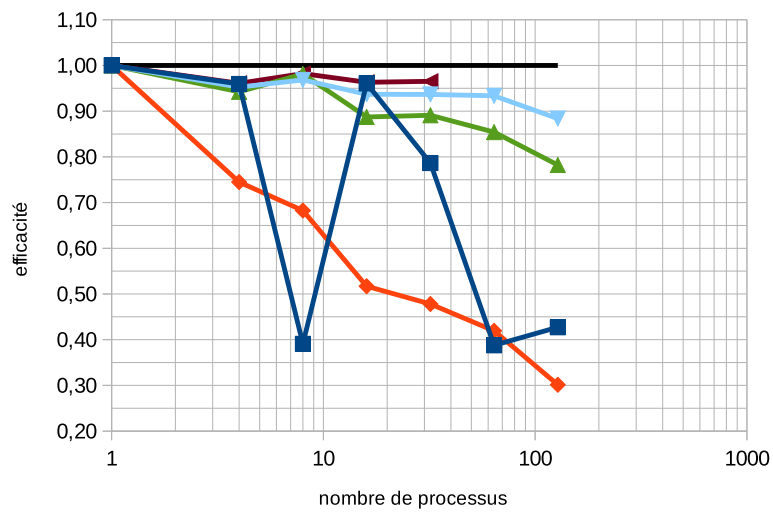
TABLEAU 4.6 – Classement des méthodes selon leur complexité de mise en œuvre (1 : facile → 5 : complexe).



(a) Performance.



(b) Accélération.



(c) Efficacité.

FIGURE 4.13 – Évolution de la performance, de l'accélération et de l'efficacité en fonction du nombre de processus MPI.

**En résumé** au vu de l'étude actuelle réalisée en MPI pur tant en weak scaling qu'en strong scaling, et bien que la méthode *MF + SP* semble présenter les meilleurs performances, la méthode *WF + SP* lui sera préférée du fait de sa grande simplicité de mise en œuvre et de ses performances, proches de la méthode *MF + SP*.

#### 4.4.2 Parallélisation OpenMP

Dans cette section, une étude de différentes techniques de parallélisation du problème radiatif sur des systèmes à mémoire partagée (utilisant le paradigme OpenMP) est présentée. On considère ici une parallélisation OpenMP pure (i.e. pas de parallélisation MPI) dans laquelle l'ensemble du domaine de calcul est contenu dans la mémoire RAM d'un unique processeur auquel l'ensemble des cœurs de calculs ont accès.

##### Décomposition de domaine spectral (SDP)

La méthode de décomposition de domaine spectral (Spectral-Decomposition-Parallelization) consiste à répartir les différents  $N_g$  gaz-gris virtuels issus de la discrétisation du spectre d'absorption par la méthode SLW sur les différents threads, comme illustré sur la figure 4.14. Ainsi, chaque thread parcourt l'intégralité des  $N_i \times N_j \times N_k$  cellules qui composent le domaine ainsi que les  $N_{dir}$  directions (i.e. domaine angulaire) en résolvant un set réduit de  $N_g/N_{threads}$  gaz gris, et ce indépendamment les uns des autres.

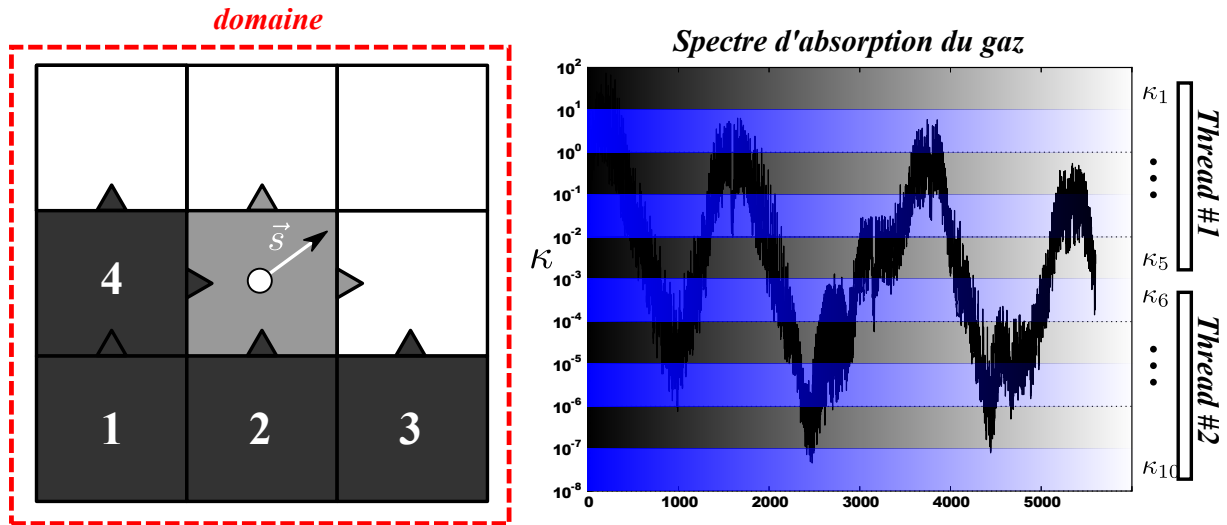


FIGURE 4.14 – Illustration de la méthode de décomposition de 10 bandes spectrales sur 2 threads.

##### Décomposition de domaine angulaire (ADP/RDP)

La méthode de décomposition de domaine angulaire (Angular-Decomposition-Parallelization) consiste à répartir les différents quadrants (octants en 3D) sur les différents threads, comme illustré sur la figure 4.15. Ainsi, chaque thread parcourt l'intégralité des  $N_i \times N_j \times N_k$  cellules qui composent le domaine ainsi que les  $N_g$  gaz gris (i.e. domaine spectral) en résolvant un set réduit de quadrants  $4/N_{threads}$  (octants  $8/N_{threads}$ ). Cette approche présente l'avantage de ne stocker que  $N_{dir}/4$  directions ( $N_{dir}/8$  en 3D) et d'éviter ainsi des tests (*IF*) et des opérations "lentes" (qui consomment de nombreux cycles d'horloge) telles que le calcul de la valeur absolue (*ABS*) au sein de la boucle principale, permettant en théorie de gagner en performances.

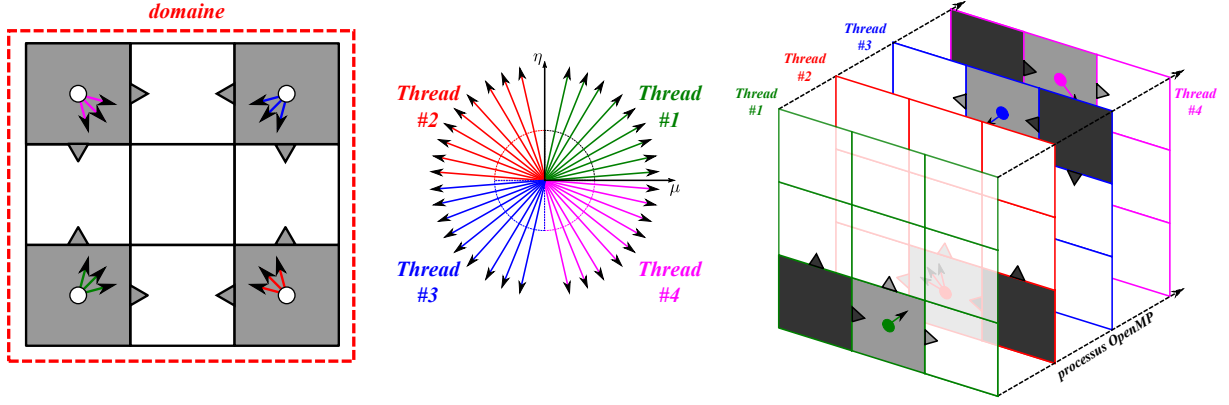


FIGURE 4.15 – Illustration de la méthode ADP pour laquelle chaque thread est affecté à un octant et débute d'un coin donné du domaine

Cependant, cette approche ne permet pas à plus de 4 threads (8 threads en 3D) de travailler, les threads supplémentaires étant mis en attente à un point de synchronisation postérieur à la boucle de résolution. La méthode RDP (Ray-Decomposition-Parallelization) permet de passer outre cette limitation en appliquant la décomposition à l'ensemble des  $N_{dir}$  comme illustré sur la figure 4.16.

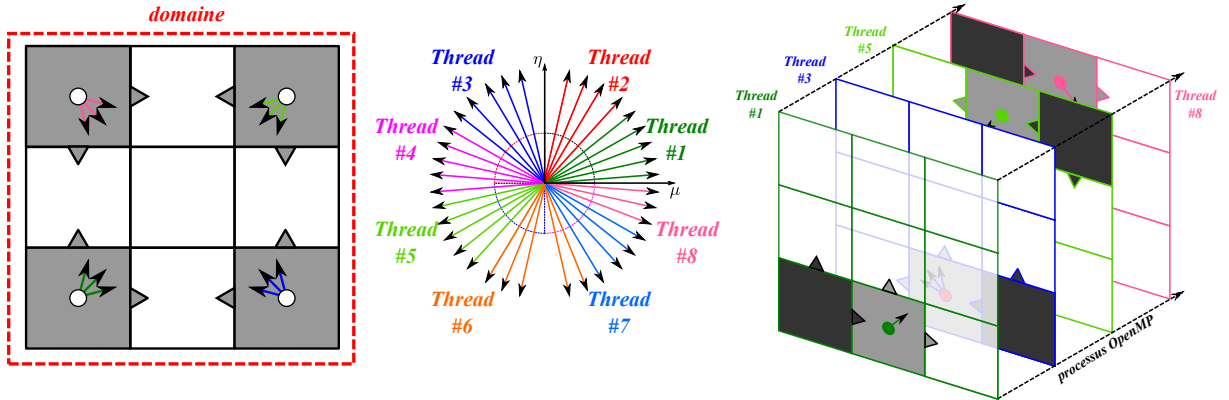


FIGURE 4.16 – Illustration de la méthode RDP pour laquelle l'espace angulaire formée par les  $N_{dir}$  directions est décomposée sur l'ensemble des threads indépendamment des dépendances associées à chaque octant.

### Décomposition de domaine spatial (DDP)

La méthode de décomposition de domaine spatial (Domain-Decomposition-Parallelization) consiste à répartir les  $N_i \times N_j \times N_k$  cellules du domaine sur les différents threads. Cette approche est identique à celle décrite dans le cadre de la parallélisation du problème radiatif par MPI présentée dans la section précédente. De fait, les méthodes de front d'onde *WF* et ses dérivés ainsi que la méthode de software pipelining *SP* sont également applicables au niveau OpenMP. Cependant, La méthode *SP* étant particulièrement difficile à mettre en œuvre du fait de la difficulté à synchroniser les threads deux à deux dans le cas OpenMP, ne sera pas traitée.

En revanche, la méthode de propagation de fronts d'ondes est présentée sous différentes formes adaptées et améliorées.

La première approche correspond à la forme initiale de la méthode de front d'onde qui consiste à procéder à la résolution du problème radiatif, en parallèle, sur l'ensemble des

cellules du maillage appartenant à l'hyperplan d'équation  $H = i + j - 1$  ( $H = i + j + k - 2$  en 3D) pour  $(i, j, k)$  allant de  $(1, 1, 1)$  à  $(N_i, N_j, N_k)$ , pour toute direction  $\vec{s}$  définie dans le premier octant. Ainsi, les hyperplans sont résolus en séquentiel, mais les cellules qui le composent sont résolues en parallèle. Ainsi, une fois le nombre de cellules par hyperplan  $N_{elt}^H$  obtenu, les cellules sont distribuées sur les différents threads pour un hyperplan donné. Une illustration de la méthode est présentée sur la figure 4.17.

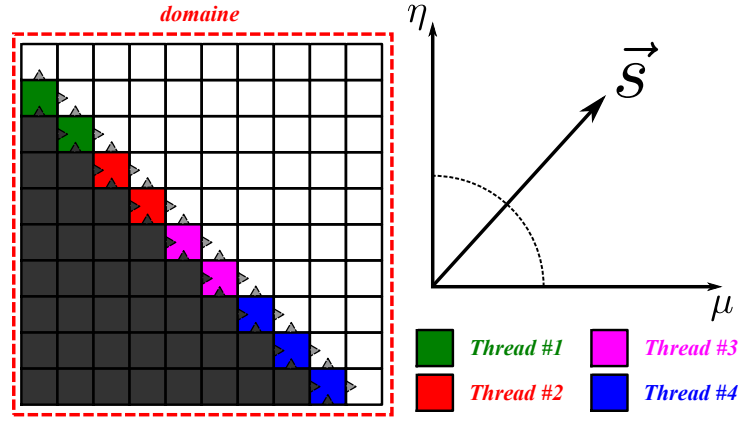


FIGURE 4.17 – Illustration de la méthode de propagation de front d'onde en OpenMP où les threads se déplacent sur le maillage.

Afin de déterminer les indices des cellules appartenant à un hyperplan  $l = i + j + k$  en 3D, il est nécessaire de satisfaire les conditions suivantes :

$$3 \leq l \leq N_i + N_j + N_k \quad (4.1)$$

$$1 \leq i \leq N_i \quad (4.2)$$

$$1 \leq j \leq N_j \quad (4.3)$$

$$1 \leq k \leq N_k \quad (4.4)$$

En combinant le fait que  $i = l - j - k$  et les relations précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned} -N_j - N_k &\leq -j - k \leq -2 \\ l - N_j - N_k &\leq l - j - k \leq l - 2 \\ \max(l - N_j - N_k, 1) &\leq i \leq \min(l - 2, N_i) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\max(l - i - N_k, 1) \leq j \leq \min(l - i - 1, N_j) \quad (4.6)$$

la même procédure est appliquée à l'indice  $j$ , ce qui conduit à l'algorithme suivant :

On observe ainsi que cette méthode peut être aisément généralisée pour  $n$  dimensions ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Une fois les indices pré-déterminés à l'aide de l'algorithme 2, le processus de résolution est défini suivant l'algorithme 3.

Une autre approche de la méthode de propagation de front d'onde est l'approche par bloc, identique à la méthode *WF MPI*. Ainsi, chaque thread est affecté à un bloc (i.e. sous-domaine) et les informations associées à la direction  $\vec{s}$  se propagent entre les threads lors des étapes de synchronisation. La synchronisation entre deux threads permettant une approche en software pipelining étant complexe en OpenMP, une boucle principale sur les hyperplans  $H$  associés aux coordonnées du thread permet ainsi la synchronisation entre les plans, et de fait, la conservation des dépendances entre les cellules. Une illustration de la méthode est présentée sur la figure 4.18.

**Algorithm 2:** Calcul des indices des cellules appartenant aux hyperplans

---

**Output:**  $\text{tab}[\mathbf{N}_i + \mathbf{N}_j + \mathbf{N}_k, \mathbf{N}_i \times \mathbf{N}_j, 3]$  : tableau d'indices  
**Output:**  $\mathbf{N}_{\text{elt}}[\mathbf{N}_i + \mathbf{N}_j + \mathbf{N}_k]$  : nombre de cellules par hyperplan

```

/* Boucle sur les hyperplans */
for  $l \leftarrow 3$  to  $\mathbf{N}_i + \mathbf{N}_j + \mathbf{N}_k$  do
     $m \leftarrow 1$ 
    /* balayage de l'hyperplan  $l$  */
    for  $i \leftarrow \max(l - \mathbf{N}_k - \mathbf{N}_j, 1)$  to  $\min(l - 2, \mathbf{N}_i)$  do
        for  $j \leftarrow \max(l - i - \mathbf{N}_k, 1)$  to  $\min(l - i - 1, \mathbf{N}_j)$  do
             $k \leftarrow l - i - j$ 
             $\text{tab}[l, m, :] \leftarrow [i, j, k]$ 
             $m \leftarrow m + 1$ 
     $\mathbf{N}_{\text{elt}}[l] \leftarrow m$ 

```

---

**Algorithm 3:** processus de résolution

---

```

/* Boucle sur les gaz */
for  $g \leftarrow 1$  to  $\mathbf{N}_{\text{gaz}}$  do
    /* Boucle sur les directions */
    for  $d \leftarrow 1$  to  $\mathbf{N}_{\text{dir}}$  do
        /* Boucle sur les hyperplans */
        for  $l \leftarrow 3$  to  $\mathbf{N}_i + \mathbf{N}_j + \mathbf{N}_k$  do
            /* partage des éléments entre les threads */
             $(e_{\min}, e_{\max}) \leftarrow \text{getMyElementRange}(\mathbf{N}_{\text{elt}}[l], \text{myThreadId})$ 
            /* boucle sur les éléments */
            for  $e \leftarrow e_{\min}$  to  $e_{\max}$  do
                 $(i, j, k) \leftarrow \text{tab}[l, e, :]$ 
                /* Résolution de l'ETR pour  $(i, j, k)$  ... */
            Synchronisation des threads

```

---



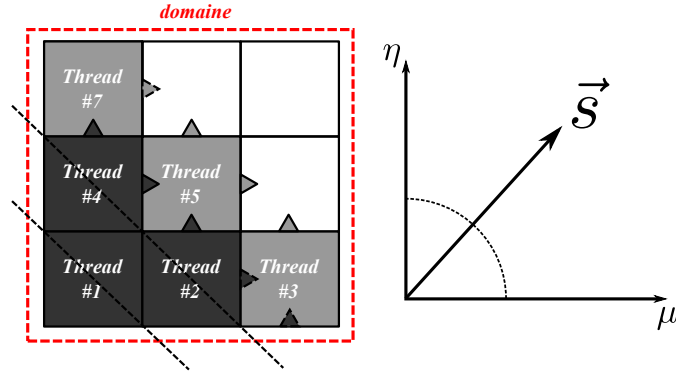


FIGURE 4.18 – Illustration de la méthode de propagation de front d’onde par block en approche OpenMP où les threads sont fixes sur le maillage et les informations sont échangées entre threads.

De plus, au même titre que son homologue MPI, cette méthode peut également être combinée au direction-pipelining par bloc conduisant à la représentation de la figure 4.19.

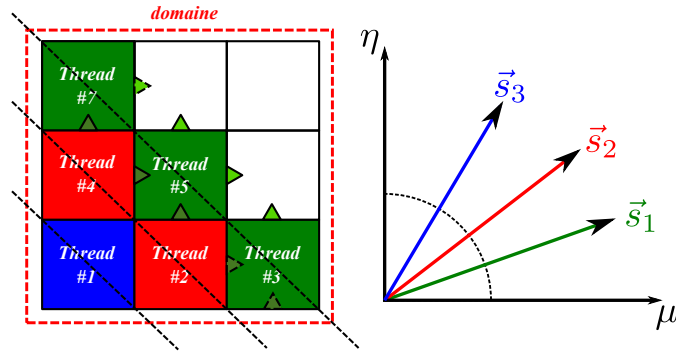


FIGURE 4.19 – Illustration de la méthode de propagation de front d’onde par block combinée au direction-pipelining.

### Décomposition de domaine mixte (MDP)

La méthode de décomposition de domaine mixte (Mixed-Decomposition-Parallelization) consiste à combiner différentes méthodes citées précédemment afin d’en combler certains déficits. L’approche mixte que nous présentons est une combinaison entre la méthode RDP et la méthode SDP. Cette approche consiste à affecter à chaque thread, un sous-ensemble de gaz gris ainsi qu’un sous-ensemble de directions  $\vec{s}$  comme illustré sur la figure 4.20. Ainsi, chaque thread parcourt l’ensemble du domaine comme dans la méthode RDP, sans interférer avec les autres.

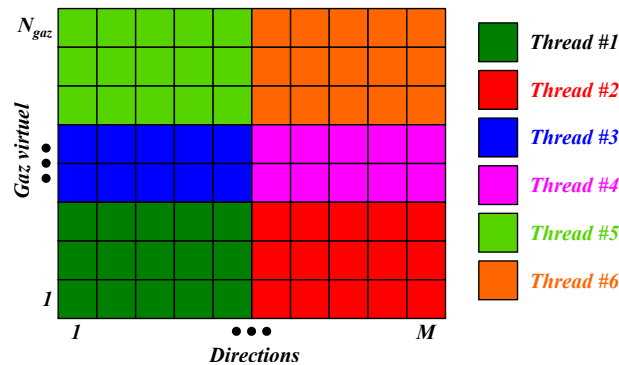


FIGURE 4.20 – Illustration de la discrétisation de l’espace direction/gaz sur l’ensemble des threads OpenMP.

## Performances

Nous allons à présent étudier les performances comparées des différentes stratégies présentées précédemment. A des fins de simplification, les méthodes décrites précédemment seront représentées par les contractions suivantes :

Méthode	contraction
DDP Front d'onde	WF
DDP Front d'onde par bloc	WF-B
DDP Front d'onde par bloc + direction-pipelining	WF-B+SP
RDP Décomposition de domaine angulaire par direction	RDP
ADP Décomposition de domaine angulaire par octant	ADP
SDP Décomposition de domaine spectrale	SDP
MDP Décomposition de domaine mixte spectrale/direction	SDP+RDP

TABLEAU 4.7 – Description des légendes associées aux méthodes OpenMP.

De plus, dans les cas *WF-B* et *WF-B+SP*, la répartition des threads OpenMP sur la topologie cartésienne étant pilotée par la routine MPI *MPI\_Cart\_Create*, celle-ci est indépendante du maillage. Aussi, pour les différentes configurations, la répartition des threads OpenMP en fonction du nombre de threads est donnée dans le tableau suivant :

Nombre de threads OpenMP	$N_x^{OMP}$	$N_y^{OMP}$	$N_z^{OMP}$
1	1	1	1
2	1	1	2
4	1	2	2
8	2	2	2
16	1	4	4
32	2	4	4

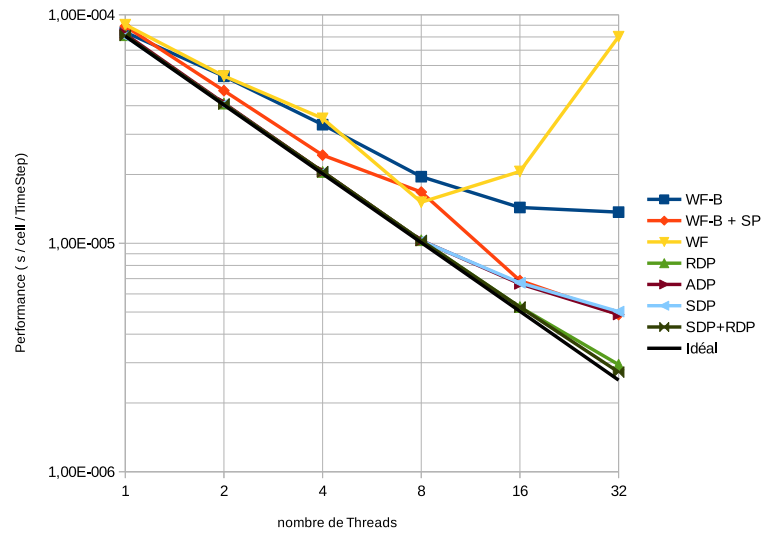
TABLEAU 4.8 – Répartition des threads OpenMP sur la topologie cartésienne.

Du fait de l'architecture de la machine de calcul ADA de l'IDRIS, chaque nœud de calcul à mémoire partagé ne comporte pas plus de 32 cœurs de calcul, définissant ainsi la borne maximale du nombre de threads disponibles par calcul OpenMP.

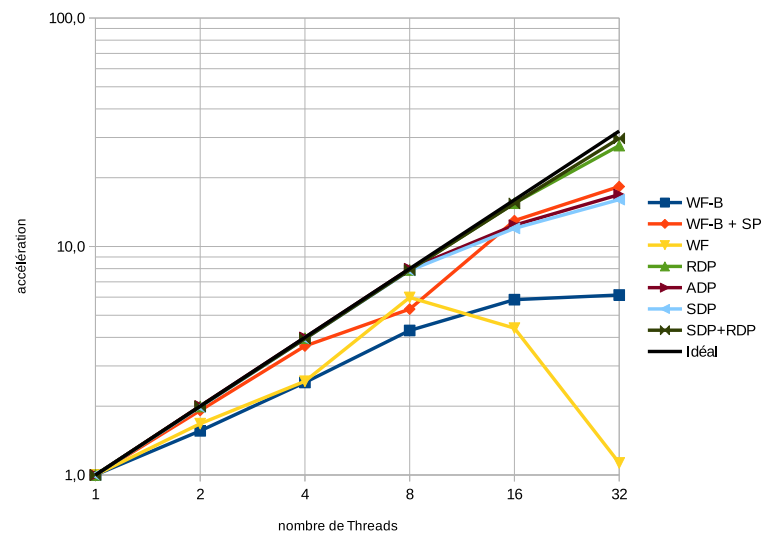
### • Scalabilité forte (*strong-scaling*)

Dans le cadre de cette étude, nous considérons les conditions de calculs présentées dans 4.1 et 4.2 appliqué sur un maillage de  $80 \times 80 \times 80$  cellules.

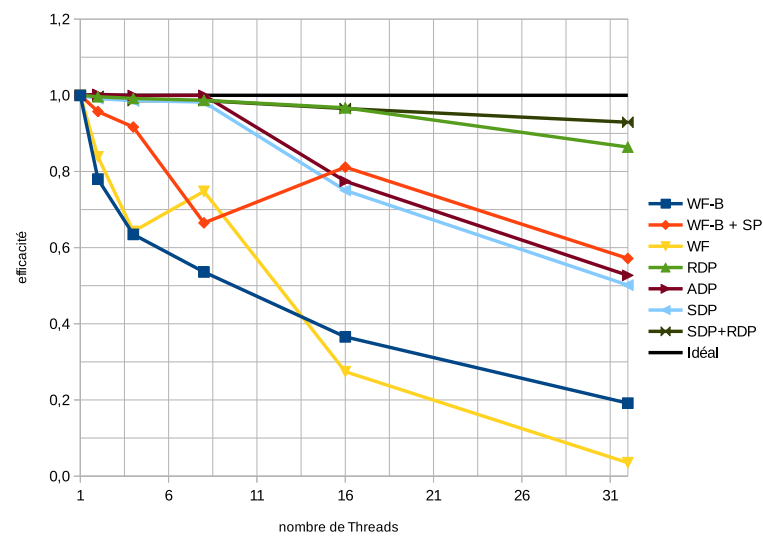
Nous pouvons observer sur la figure 4.21a, qu'à la différence de leurs homologues en MPI, les méthodes basées sur la propagation de fronts d'ondes (*WF*, *WF-B* et *WF-B+SP*) présentent des performances exécrables. Cela est d'autant plus vrai pour la configuration classique *WF* qui présente une perte de scalabilité passé 8 threads où l'accélération (figure 4.21b) est de 6 pour une efficacité (figure 4.21c) de 70%.



(a) Performance.



(b) Accélération.



(c) Efficacité.

FIGURE 4.21 – Évolution de la performance, de l'accélération et de l'efficacité en fonction du nombre de threads OpenMP pour un maillage de  $80 \times 80 \times 80$  cellules.

Le faible niveau de performance de la méthode *WF* pour des nombres de threads inférieurs à 8 peut être en partie expliqué par l'accès mémoire non-coalescent introduit par le balayage des cellules de l'hyperplan, en plus de la faible scalabilité intrinsèque à la méthode, présentée précédemment dans la section MPI. Ainsi, les cellules appartenant à un même hyperplan n'étant pas alignées en mémoire, l'accès à celles-ci s'en trouve ralenti. Ce ralentissement se trouve accentué par la synchronisation effectuée à la fin de chaque hyperplan. Pour des nombres de threads supérieurs à 8, la perte importante de performance est également due à la faible scalabilité intrinsèque de la méthode, ainsi que par l'architecture de la machine de calcul. En effet, comme illustré sur la figure 4.22, les champs stockés en mémoire (ex : Température, luminances) sont répartis sur les différents espaces mémoires associés à chacun des processeurs composé de 8 cœurs de calculs chacun. Ainsi, si le thread numéro 1 du processeur numéro 1 souhaite accéder à un espace mémoire appartenant au processeur numéro 4, les requêtes d'accès ainsi que le transfert des données se feront au travers d'un bus d'interconnexion interne au noeud, dont la latence est plus importante que l'accès à l'espace mémoire qui lui est propre.

Ce problème d'accès mémoires non coalescentes est corrigé par la méthode de front d'onde par bloc *WF-B* permettant l'accès à des blocs contigus de  $N_i/N_x^{OMP}$  ainsi qu'une granularité plus grossière assurant une meilleure efficacité pour des nombres de threads supérieurs à 8. Cependant, celui-ci présente une très faible efficacité pouvant descendre à 20% sur 32 threads (figure 4.21c). D'aussi faibles niveaux d'efficacité peuvent être expliqués par les synchronisations multiples permettant ainsi de s'assurer que tous les threads travaillent sur le même gaz gris *g*, sur le même octant *o* et sur la même direction *dir*.

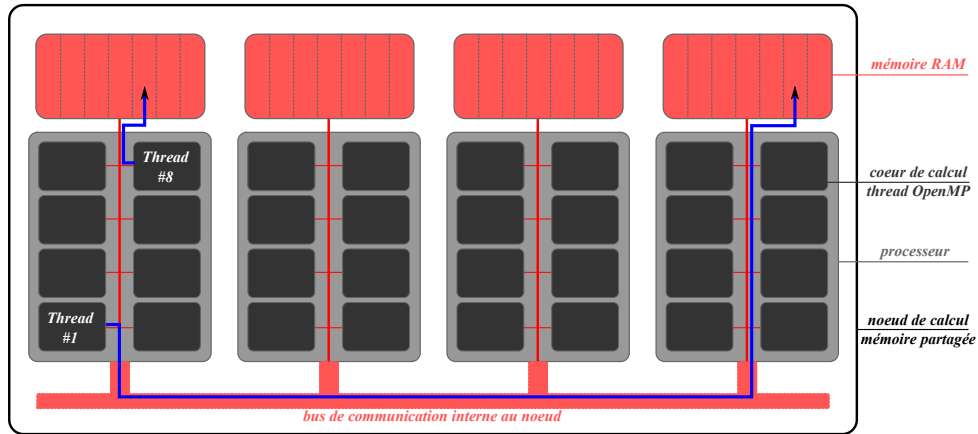


FIGURE 4.22 – Explication simplifiée de la latence mémoire en OpenMP dès lors que les accès mémoires ne sont pas locaux.

L'approche *WF-B + SP* permet de relaxer la contrainte sur les directions par octant, permettant ainsi, au même titre que son homologue en MPI, le traitement de plusieurs directions par octant. Cette relaxation se traduit par une nette amélioration des performances 4.21a sur toute la gamme des threads par rapport aux méthodes *WF* et *WF-B*. L'efficacité résultante pour 32 threads passe ainsi de 20% à 57%.

Une autre approche consiste à relaxer la contrainte de synchronisation sur les gaz-virtuels. Les gaz gris étant indépendants, cette approche permet ainsi de s'affranchir de l'ensemble des synchronisations, tant angulaires que spatiales, entre les threads. Ainsi, la méthode *SDP* permet à chaque thread de parcourir l'ensemble des  $N_i \times N_j \times N_k$  cellules du domaine ainsi que l'ensemble des  $N_{dir}$  directions, indépendamment des autres. Cela permet d'exhiber une

accélération quasi-idéale jusqu'à un nombre de threads égal au nombre de gaz  $N_{gaz} = 8$  (figure 4.21b). Cependant, la parallélisation s'effectuant exclusivement sur le spectre, seul un nombre de threads inférieur ou égal au nombre de gaz peut contribuer au parallélisme ; les threads supplémentaires étant mis en attente à un point de synchronisation se situant au delà de la boucle de calcul. Néanmoins, on observe que le niveau de performance ne stagne pas au delà d'un nombre de threads supérieur au nombre de gaz (figure 4.21a) car, afin de permettre d'exhiber le maximum de performances possible, le calcul des quantités globales que sont le terme source radiatif ainsi que le flux radiatif net aux parois peut être fait en parallèle sur l'ensemble des threads dès lors que le champ de luminance est déterminé (i.e. une fois la boucle de résolution des ETR terminée).

Une dernière approche consiste à relaxer la contrainte de synchronisation sur les octants. La méthode *ADP* correspond ainsi à la version OpenMP de la méthode multi-front *MF* présentée dans la section MPI. Au même titre que son homologue MPI, le niveau de parallélisme est excellent, permettant ainsi une accélération idéale pour des nombres de threads inférieurs au nombre d'octants (figure 4.21b). Cependant, pour les mêmes raisons que pour la méthode *SDP*, l'efficacité se dégrade pour des nombres de threads supérieurs à 8.

A l'instar de la méthode multi-front MPI, une version améliorée de la méthode *ADP* permet d'exhiber plus de parallélisme en implémentant une forme de direction-pipelining. Ainsi, la méthode *RDP* s'affranchit de la boucle sur les octants en bouclant directement sur les  $N_{dir}$ . Cela se traduit par une amélioration conséquente des performances en présentant une accélération quasi-linéaire et une efficacité minimale à 32 threads de 86%.

Afin d'autoriser un niveau de parallélisme supérieur et tenter d'améliorer encore l'efficacité, la méthode mixte *SDP+RDP* combine les meilleures méthodes spectrales et angulaires afin de permettre d'étendre le domaine de performances optimales aux nombres de threads élevés ( $N_{threads} \geq 32$ ). Ainsi, pour des nombres de threads inférieurs ou égaux à 16, la méthode présente les mêmes performances, accélération et efficacité que la méthode *RDP*. Au delà, la décomposition spectrale permet d'exhiber du gain par rapport à la méthode *RDP*, laissant présager une meilleure accélération pour des nombres de threads supérieurs à 32. Aussi, en se référant à la figure 4.21c, on observe une efficacité minimum à 32 threads de 93%.

En prenant la méthode de front d'onde standard *WF* comme référence, on observe que l'ensemble des méthodes présentées, hormis deux configurations à 8 threads des méthodes *WF-B* et *WF-B + SP*, assurent un gain de performance allant de 0 à 29, comme observé dans le tableau 4.9.

threads	WF	WF-B	WF-B + SP	RDP	ADP	SDP	SDP+RDP
1	1,00	1,08	1,02	1,11	1,10	1,12	1,11
2	1,00	1,00	1,16	1,32	1,31	1,33	1,33
4	1,00	1,07	1,45	1,72	1,71	1,72	1,71
8	1,00	0,77	0,90	1,47	1,47	1,48	1,47
16	1,00	1,44	3,00	3,92	3,10	3,07	3,92
32	1,00	5,86	16,46	27,25	16,45	15,98	29,38

TABLEAU 4.9 – Gains de performances des différentes méthodes par rapport au cas *WF*.

Cependant, au vu des difficultés rencontrées au cours du développement de ces méthodes, un classement est présenté dans le tableau 4.10, des différentes méthodes en fonction de leur complexité de mise en œuvre.

Classement	Méthode
1-2	SDP
1-2	ADP
3	RDP
4	SDP + RDP
5	WF
6	WF-B
7	WF-B + SP

TABLEAU 4.10 – Classement des méthodes selon leur complexité de mise en œuvre (1 : facile → 5 : complexe).

Ainsi, au vu de l'étude en strong-scaling actuelle, la méthode *SDP + RDP* présente les meilleures performances ainsi qu'un niveau de complexité de mise en œuvre acceptable en comparaison aux méthodes de décomposition de domaine (DDP) dont la mise en œuvre complexe, présentent des performances médiocres.

• **Scalabilité faible (*weak-scaling*)**

Dans le cadre de cette étude, nous considérons les conditions de calculs présentées dans 4.1 et 4.2 associés au jeu de maillages suivant :

type	taille	facteur de taille
grossier	80x80x80	1
	101x101x101	2
	127x127x127	4
⋮	160x160x160	8
	202x202x202	16
fin	254x254x254	32

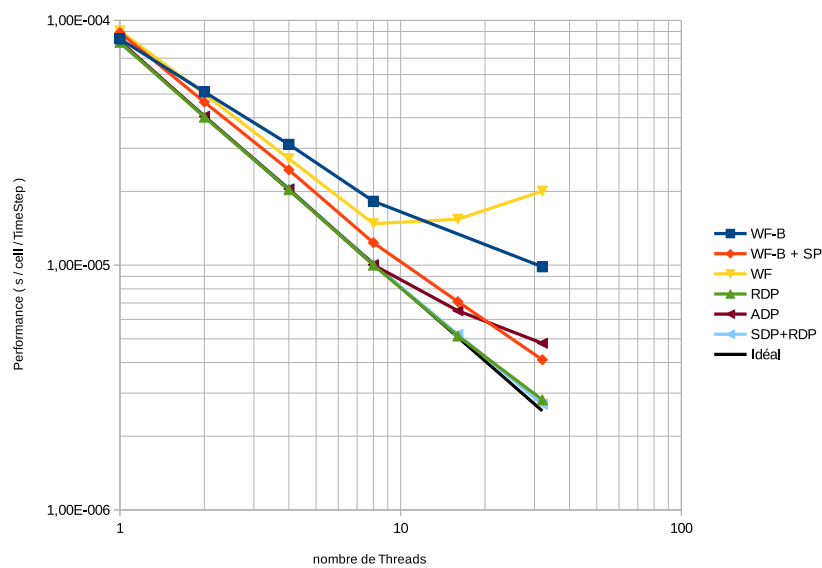
La méthode *SDP* présentant la même structure et les même performances dans la configuration à 8 gaz gris que la méthode *ADP*, seule cette dernière sera présentée. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.23.

On observe sur la figure 4.23a que la méthode *WF* présente toujours une perte de performances passé 8 processus, bien que la dégradation des performances soit moins importante que dans la configuration strong-scaling. La granularité étant plus grossière dans la configuration actuelle (plus de cellules à résoudre), les latences issues des accès mémoires sont moins prononcées. En revanche, il semble que seules les méthodes basées sur la décomposition de domaine (DDP) soient impactées par l'approche strong-scaling. Les méthodes *RDP*, *ADP* et *SDP + RDP* ne semblent pas affectées par l'augmentation de la taille du problème. Bien que chaque thread de ces méthodes doive parcourir l'ensemble des cellules du maillage, cela semble compensé par l'augmentation de la granularité calcul/synchronisation.

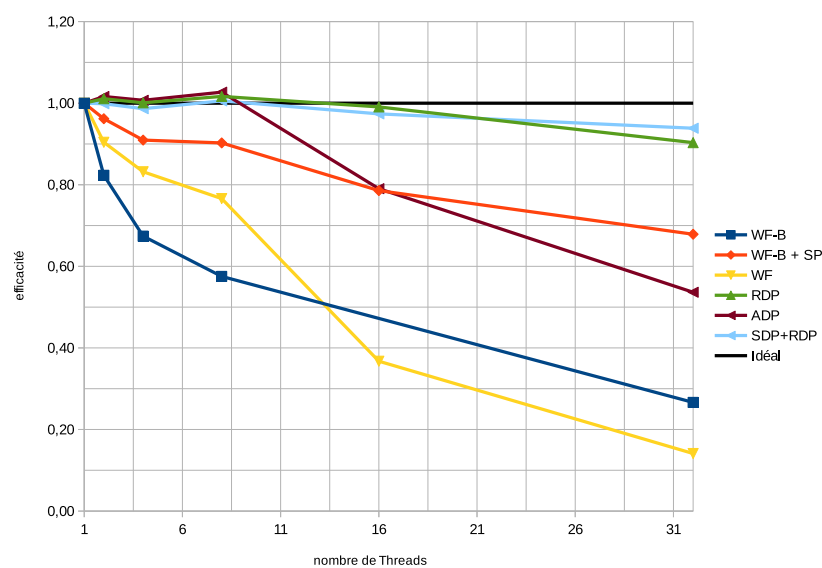
La figure 4.23b présente l'évolution de l'efficacité des différentes méthodes. De même que dans l'étude en strong-scaling, les méthodes basées sur la DDP sont les moins performantes. Néanmoins, on observe une amélioration globale de l'efficacité de ceux-ci. L'amélioration la plus flagrante apparaît sur la configuration *WF-B + SP* dans sa configuration à 8 threads qui présente une augmentation de 24% de son efficacité, preuve que la granularité

impacte grandement les méthodes DDP basées sur une décomposition par blocs. Ce faisant, parmi les approches DDP, la méthode *WF-B + SP* est celle qui semble être la meilleure base pour le développement de méthodes plus avancées.

Cependant, bien que la méthode *WF-B + SP* présente une augmentation de son efficacité, celle-ci reste tout de même en retrait par rapport aux méthodes *RDP*, *ADP* et *SDP + RDP*. Ces dernières présentent une super-linéarité (efficacité supérieure à l'unité) pour des nombres de threads inférieurs à 8, montrant ainsi que les accès mémoires sont critiques dans l'amélioration des performances. Au delà, la scalabilité reste excellente pour les approches *RDP* et *SDP + RDP* qui présentent une efficacité minimale supérieure à 90% pour 32 threads.



(a) Performance.



(b) Efficacité.

FIGURE 4.23 – Évolution de la performance et de l'efficacité en fonction du nombre de threads OpenMP.

**En résumé** une étude a été réalisée en OpenMP pur tant en weak qu'en strong scaling. Les méthodes basées sur la décomposition de domaine DDP présentent des performances médiocres en comparaison aux méthodes de décomposition spectrale de domaine (SDP) ou angulaire (ADP/RDP). Il a été mis en évidence que la méthode classique de propagation de front d'onde *WF* pouvait être améliorée par une approche par bloc combinée à la résolution continue des sous-directions appartenant au même octant (sub-octant direction-pipelining) appelé ici *WF-B + SP*, correspondant à une adaptation OpenMP de la meilleure approche observée en MPI. Cependant, le niveau de performances obtenu ne permet pas d'atteindre l'efficacité exceptionnelle des méthodes à décomposition angulaire (ADP/RDP) et spectrale (SDP). Afin d'étendre d'autant plus le domaine d'efficacité de ces méthodes, l'approche nommée *RDP + SDP*, consistant à combiner les méthodes de décomposition angulaire et spectrale, permet d'atteindre une efficacité minimale de 93% sur 32 threads en strong-scaling (maillage de  $80 \times 80 \times 80$  cellules) et de 97% sur 32 threads en weak-scaling (maillage de  $254 \times 254 \times 254$  cellules). Ainsi, vu les performances obtenues et la complexité de mise en œuvre des méthodes présentées dans le tableau 4.10, la méthode *RDP + SDP* est vivement conseillée dans le cadre du développement d'un solveur radiatif en OpenMP pur.

#### 4.4.3 parallélisation Hybride

Dans cette section, une étude de la parallélisation du problème radiatif sur des systèmes mixte (mémoire distribuée à l'échelle des noeuds et partagée à l'échelle intra-noeud) est présentée. On considère ici une parallélisation hybride MPI/OpenMP sur l'architecture mixte présentée sur la figure 4.24.

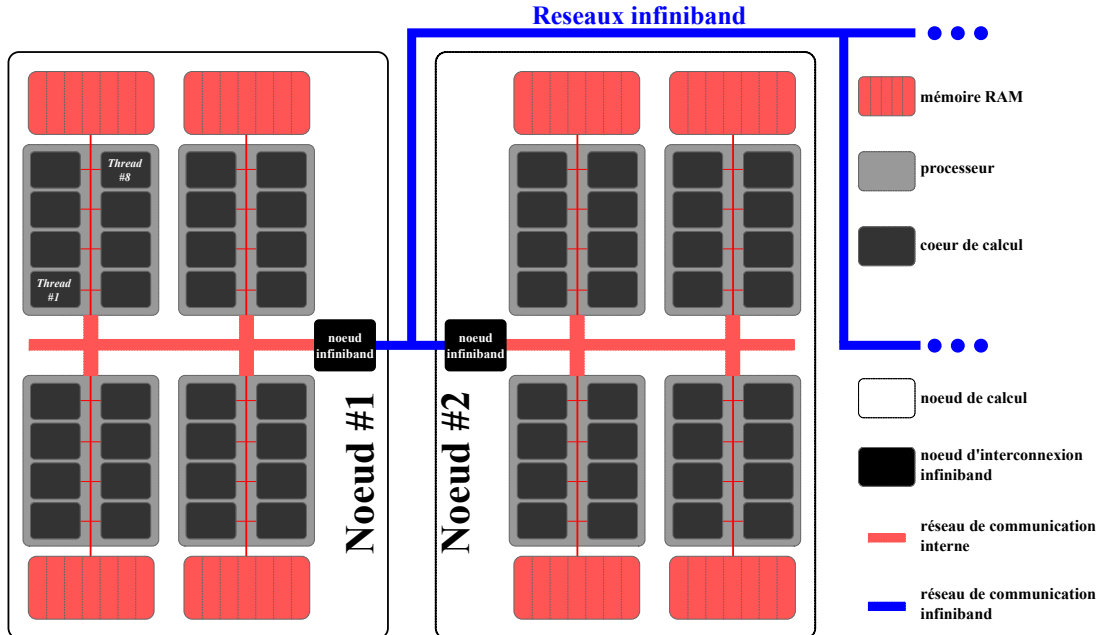


FIGURE 4.24 – Modèle d'architecture mixte employé.

#### combinaison de la méthode MPI *WF + SP* et de la méthode OpenMP *WF*

Cette méthode que nous prendrons pour référence, représente la combinaison de la méthode *WF + SP* (DDP) du paradigme MPI et de la méthode *WF* (DDP) OpenMP. Cette approche consiste en une résolution par bloc de la technique de front d'onde, impliquant ainsi que pour une direction  $\vec{s}$  et un gaz gris donné, le processus MPI numéro 1 ne transmettra



ses informations aux processus voisins que lorsque ses threads OpenMP auront terminé la résolution complète de l'hyperplan. Dès lors que les informations sont transmises, le processus MPI numéro 1 lance la résolution associée à la direction suivante. Une illustration de la méthode est faite sur la figure 4.25.

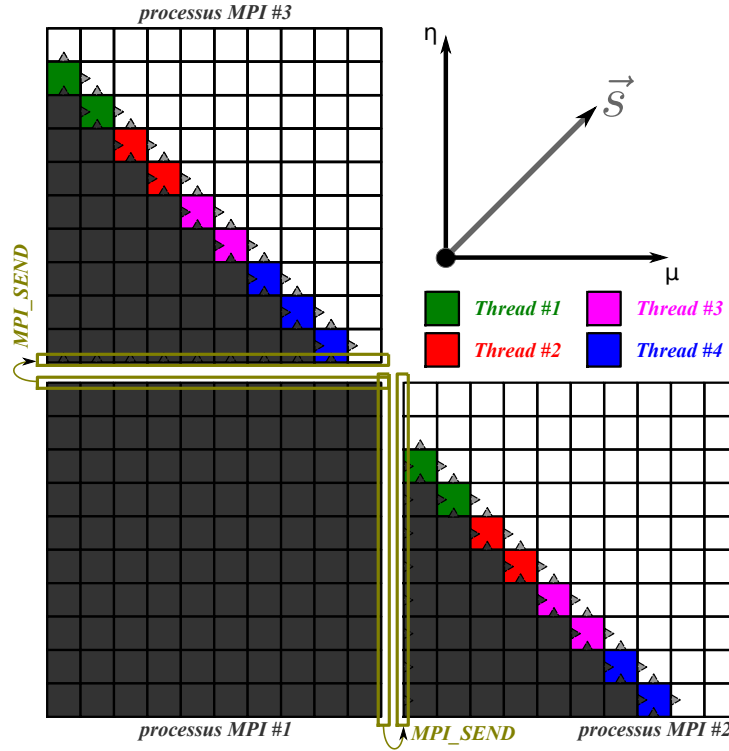


FIGURE 4.25 – Illustration de la combinaison de la méthode MPI WF + SP et de la méthode OpenMP WF en approche hybride.

#### combinaison de la méthode MPI WF + SP et de la méthode OpenMP WF-B + SP

Cette méthode représente la combinaison de la méthode WF + SP (DDP) du paradigme MPI et de la méthode WF-B + SP (DDP) OpenMP. Cette approche, illustrée sur la figure 4.26, consiste en la résolution par bloc du problème radiatif au sein de chaque processus MPI, en considérant un "sub-octant direction-pipelining". Ainsi, dès lors qu'un thread proche d'une interface MPI-MPI termine la résolution d'un bloc associé à une direction  $\vec{s}$  donnée, celui-ci transmet ses informations directement au thread voisin appartenant au processus MPI adjacent grâce à l'implémentation `MPI_THREAD_MULTIPLE`.

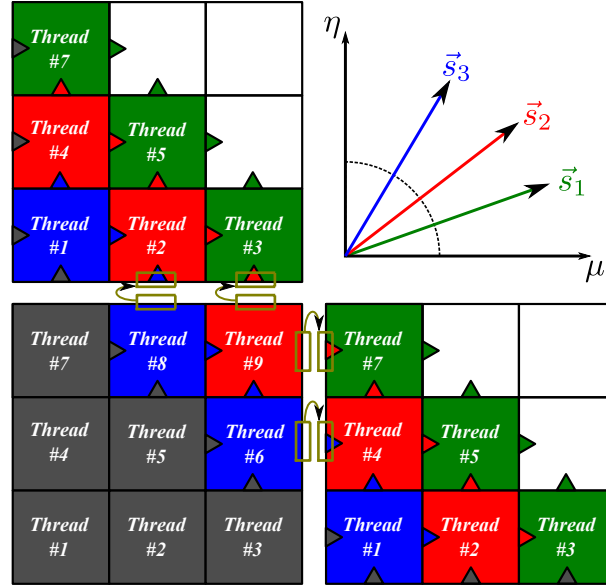


FIGURE 4.26 – Illustration de la combinaison de la méthode MPI *WF + SP* et de la méthode OpenMP *WF-B + SP* en approche hybride.

#### combinaison de la méthode MPI *WF + SP* et de la méthode OpenMP *SDP + RDP*

Cette méthode représente la combinaison de la méthode *WF + SP* (DDP) MPI et de la méthode *SDP + RDP* OpenMP. Cette approche, illustrée sur la figure 4.27, consiste en l'application de la méthode MPI *WF + SP*, pour un sous-ensemble de directions et de gaz gris au sein d'une équipe dont les membres sont répartis sur l'ensemble des processus. Ainsi, les *ièmes* threads de l'ensemble des processus MPI forment une équipe qui appliquent la méthode MPI *WF + SP* indépendamment des autres threads.

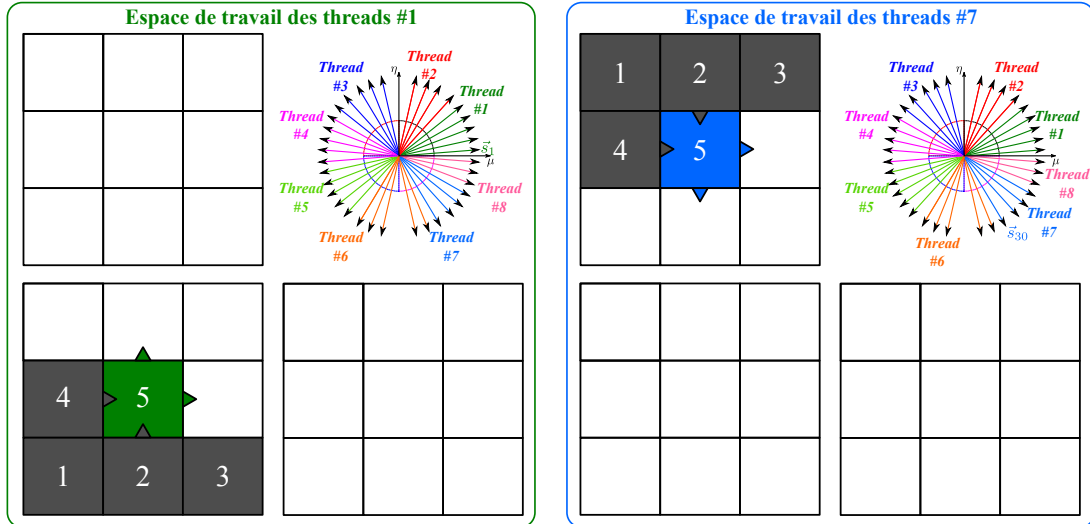


FIGURE 4.27 – Illustration de la combinaison de la méthode MPI *WF + SP* et de la méthode OpenMP *SDP + RDP* en approche hybride.

#### Performances

Nous allons à présent étudier les performances comparées des trois stratégies présentées précédemment. Nous considérons ici une étude de la scalabilité forte des différentes méthodes dans les conditions de calculs présentées dans 4.1 et 4.2 appliquées sur un maillage

de  $160 \times 160 \times 160$  cellules.

L'efficacité et l'accélération sont ici basées sur le nombre d'unités de calculs correspondant au produit  $\text{MPI} \times \text{OMP}$ , dont les valeurs sont données dans le tableau suivant :

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1	2	4	8	16	32
2	2	4	8	16	32	64
4	4	8	16	32	64	
8	8	16	32	64		
16	16	32	64			
32	32	64				
64	64					

TABLEAU 4.11 – Nombre d'unités de calculs pour chaque configuration.

**Accélération/Efficacité** Dans un premier temps, nous présenterons l'évolution de l'accélération et de l'efficacité de chacune des méthodes pour différentes combinaisons de processus MPI et de threads OpenMP. Dans le cas idéal, les accélérations présentées devront être égales aux valeurs présentes dans le tableau 4.11.

L'évolution de l'accélération de la méthode *MPI WF + SP - OMP WF* est présentée dans le tableau 4.12a pour différentes combinaisons de processus MPI et de threads OpenMP. On y observe une faible scalabilité globale de la méthode passé les 8 unités de calcul (u.c.). La première colonne (1 thread OpenMP) permet de mettre en évidence la bonne scalabilité de l'approche MPI employée avec une accélération de 55,65 pour 64 processus MPI. Cependant, l'évolution du nombre de threads par processus MPI permet de mettre en évidence l'impact néfaste de l'approche OpenMP employée dans le cadre de ce couplage. Dans la configuration  $2\text{MPI} \times 32\text{OMP}$ , l'accélération n'est que de 4,22 pour 64 u.c. De plus, le tableau 4.12b présente l'évolution de l'efficacité pour les différentes configurations. Ainsi, dans le cas où l'utilisateur souhaite assurer une efficacité minimale de 80%, il est nécessaire d'utiliser au plus 4 threads OpenMP par processus OpenMP. Au delà l'efficacité de la méthode chute de façon importante pour atteindre 7% dans la configuration  $2\text{MPI} \times 32\text{OMP}$ . Cette méthode est ainsi déconseillée dans le cadre d'une approche hybride massivement parallèle.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,00		3,60	6,35	6,70	3,12
2	1,95	3,76	6,97	12,21	12,21	4,22
4	3,79	7,25	13,42	23,28	21,38	
8	7,24	13,92	25,82	46,50		
16	13,43	25,74	49,89			
32	26,80	54,59				
64	55,65					

(a) Accélération.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,00		0,90	0,79	0,42	0,10
2	0,97	0,94	0,87	0,76	0,38	0,07
4	0,95	0,91	0,84	0,73	0,33	
8	0,91	0,87	0,81	0,73		
16	0,84	0,80	0,78			
32	0,84	0,85				
64	0,87					

(b) Efficacité.

TABLEAU 4.12 – Accélération et efficacité de la méthode *MPI WF + SP - OMP WF*, en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP.

A présent, étudions l'accélération et l'efficacité de la méthode *MPI WF + SP - OMP WF-B + SP* dont les résultats sont présentés dans les tableaux 4.13. En comparaison avec la méthode précédente, celle-ci présente une bien meilleure scalabilité avec l'augmentation du nombre de threads OpenMP par processus MPI. Cependant, à l'instar de la méthode précédente, la parallélisation OpenMP est toujours l'élément limitant au niveau de la scalabilité de la méthode, bien que le "sub-octant direction-pipelining" qu'elle introduit permette d'exhiber plus de parallélisme.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,00		3,64	7,10	12,44	20,34
2	1,90	3,73	7,19	13,69	21,45	28,88
4	3,78	7,27	13,70	26,25	46,07	
8	7,42	13,92	26,35	51,92		
16	13,69	26,70	50,62			
32	27,00	51,99				
64	52,21					

(a) Accélération.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,00		0,91	0,89	0,78	0,64
2	0,95	0,93	0,90	0,86	0,67	0,45
4	0,94	0,91	0,86	0,82	0,72	
8	0,93	0,87	0,82	0,81		
16	0,86	0,83	0,79			
32	0,84	0,81				
64	0,82					

(b) Efficacité.

TABLEAU 4.13 – Accélération et efficacité de la méthode *MPI WF + SP - OMP WF-B + SP*, en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP.

Dans le cas des deux méthodes précédentes, la multiplication des synchronisations à l'échelle des processus et des threads tend à dégrader considérablement les performances globales des méthodes. De plus, dans le cas *MPI WF + SP - OMP WF*, l'accès à des éléments non-contigus en mémoire mis en évidence dans la configuration *OMP WF* amplifie cette dégradation conduisant à des situations où la version hybride sur plus de 64 u.c. devient plus lente que la version séquentielle de la même méthode.

Par contre, la méthode *MPI WF + SP - OMP SDP + RDP* dont les résultats sont présentés dans les tableaux 4.14, présente d'excellentes performances du fait de l'approche hybride employée. Par construction, seules les synchronisations introduites par les communications MPI peuvent affecter les performances. Ainsi, à la différence des méthodes précédentes, on observe que l'hybridation (i.e. l'augmentation du nombre de threads) permet d'améliorer l'efficacité globale de la méthode. De fait, on observe une efficacité minimale de 94% pour la configuration 2MPI × 32 OMP. On observe également un comportement super-linéaire (efficacité supérieure à l'unité, figure 4.14b) pour 5 configurations, dont 4 en configuration hybride.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,00		4,13	8,17	15,92	30,77
2	2,05	4,10	8,14	16,18	31,39	60,11
4	4,01	8,03	15,95	31,30	60,25	
8	7,82	15,68	31,07	61,63		
16	14,83	30,06	59,54			
32	28,83	58,85				
64	55,82					

(a) Accélération.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,00		1,03	1,02	1,00	0,96
2	1,03	1,03	1,02	1,01	0,98	0,94
4	1,00	1,00	1,00	0,98	0,94	
8	0,98	0,98	0,97	0,96		
16	0,93	0,94	0,93			
32	0,90	0,92				
64	0,87					

(b) Efficacité.

TABLEAU 4.14 – Accélération de la méthode *MPI WF + SP - OMP SDP + RDP*, en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP.

**Performances comparées au cas *MPI WF + SP - OMP WF*** Une comparaison des méthodes hybrides est faite par rapport à la méthode *MPI WF + SP - OMP WF* que nous prenons comme référence. Les résultats ainsi obtenus sont présentés dans les tableaux 4.15.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,07		1,08	1,20	1,99	6,98
2	1,05	1,06	1,10	1,20	1,88	7,32
4	1,07	1,07	1,09	1,21	2,31	
8	1,10	1,07	1,09	1,19		
16	1,09	1,11	1,09			
32	1,08	1,02				
64	1,00					

(a) *MPI WF + SP - OMP WF-B + SP*.

MPI	1 OMP	2 OMP	4 OMP	8 OMP	16 OMP	32 OMP
1	1,14		1,30	1,46	2,70	11,21
2	1,20	1,24	1,33	1,51	2,92	16,18
4	1,20	1,26	1,35	1,53	3,20	
8	1,23	1,28	1,37	1,51		
16	1,26	1,33	1,36			
32	1,22	1,23				
64	1,14					

(b) *MPI WF + SP - OMP SDP + RDP*.TABLEAU 4.15 – Performances comparées à la configuration *MPI WF + SP - OMP WF*, en fonction du nombre de processus MPI et de threads OpenMP.

Le tableau 4.15a présente le gain de performances de la méthode *MPI WF + SP - OMP WF-B + SP* par rapport à la référence. On y observe que l'introduction de la sous-décomposition par bloc de la méthode OpenMP *WF-B + SP* combinée au direction-pipelining permet d'exhiber peu de gain par rapport à la référence pour des nombres de threads inférieurs à 8 (de 2% à 21%). Au delà, l'écart se creuse principalement du fait de la dégradation rapide des performances de la méthode de référence.

En revanche, la méthode *MPI WF + SP - OMP SDP + RDP* présente un gain de performance légèrement plus important pour des nombres de threads inférieurs à 8 (de 14% à 53%). Au delà, l'écart se creuse pour atteindre 1618% dans la configuration limite à  $2\text{MPI} \times 32\text{OMP}$ .

**En résumé** une étude considérant une approche hybride de la parallélisation OpenMP / MPI du problème radiatif a été menée en strong-scaling sur une configuration réaliste de  $160 \times 160 \times 160$  cellules. Cette étude montre que l'introduction de la sous-parallélisation OpenMP par processus MPI peut s'avérer néfaste pour les performances. Ainsi, les approches considérant une décomposition de domaine DDP à l'échelle des threads tendent à dégrader les performances globales de l'hybridation, tandis que celles basées sur la décomposition de domaine spectrale et angulaire présente une amélioration des performances globales, pour une complexité de mise en œuvre moindre. Aussi, dans le cadre du développement d'un solveur radiatif par une approche hybride, la méthode mixte *MPI WF + SP - OMP SDP + RDP* semble la plus performante.

#### 4.4.4 Application à une configuration réaliste

A présent, nous allons appliquer les meilleures méthodes présentées précédemment sur une configuration correspondant au problème physique présenté dans le chapitre 2. Celui-ci correspond à une cavité de hauteur  $H = 3,84\text{m}$ , large de  $L_x = 1\text{m}$  et profonde de  $L_y = 0,86\text{m}$ , remplie d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau évalué à un nombre de Rayleigh de  $1,2 \times 10^{11}$  et pour une température de référence  $T_{ref} = 300\text{K}$ . Afin de réaliser cette étude comparative, nous optons pour la configuration numérique suivante :

paramètre	valeur	unité
maillage de référence	$450 \times 300 \times 800$	(-)
Nombre d'itérations	20	(-)
Schéma numérique	STEP	
Nombre de gaz gris	8	(-)
bornes des coefficients d'absorption	0,01   10 000	$(\text{m}^{-1})$

TABLEAU 4.16 – Configuration numérique employée pour l'étude comparative des méthodes de parallélisation du problème radiatif.

Dans le cadre de cette étude, nous allons nous restreindre aux méthodes suivantes :

- méthode MPI pure : *MPI WF+SP*
- méthode MPI pure : *MPI MF+SP*
- méthode Hybride : *MPI WF+SP + OMP SDP+RDP*

La méthode OpenMP pure *OMP SDP+RDP* ne fait pas partie de cette étude car restreinte à un maximum de 32 threads, du fait de l'architecture de la machine. L'objectif étant ici de

montrer l'intérêt de l'approche hybride par rapport au MPI pure sur un grand nombre de cellules, des nombres d'unités de calcul plus important devront être considérés.

Les performances issues de l'étude en strong-scaling, sont présentées dans le tableau 4.17 pour des nombres d'unités de calcul allant de 160 à 2048 (2048 étant la limite autorisée sur la machine ADA). On observe que quelque soit le nombre d'unités de calcul, la configuration hybride est la plus performante. De plus, parmi les configurations hybrides, la répartition considérant 8 threads OpenMP par processus MPI présente systématiquement les meilleures performances, bien que la configuration à 32 threads par processus (saturation des nœuds de calcul à mémoire partagée) présente une amélioration dans la plupart des cas. Ceci montre que la limitation des performance est principalement pilotée par la parallélisation OpenMP, et qu'il s'agit d'un point crucial pour les développements futurs.

Unités de calcul	MPI WF+SP	MPI MF+SP	MPI WF+SP / OMP SDP+RDP		
			8 OMP	16 OMP	32 OMP
160	$5,91 \times 10^{-7}$	$5,91 \times 10^{-7}$	$5,32 \times 10^{-7}$	$5,60 \times 10^{-7}$	$5,73 \times 10^{-7}$
256	$3,92 \times 10^{-7}$	$3,92 \times 10^{-7}$	$3,53 \times 10^{-7}$	$3,83 \times 10^{-7}$	$3,68 \times 10^{-7}$
512	$2,09 \times 10^{-7}$	$2,17 \times 10^{-7}$	$1,80 \times 10^{-7}$	$1,91 \times 10^{-7}$	$1,88 \times 10^{-7}$
1024	$1,33 \times 10^{-7}$	$1,18 \times 10^{-7}$	$1,00 \times 10^{-7}$	$9,86 \times 10^{-8}$	$9,95 \times 10^{-8}$
2048	$7,15 \times 10^{-8}$	$6,13 \times 10^{-8}$	$5,14 \times 10^{-8}$	$5,50 \times 10^{-8}$	$5,27 \times 10^{-8}$

TABEAU 4.17 – Comparaison des performances entre les meilleures stratégies MPI et la meilleure stratégie hybride en strong-scaling.

Dans le tableau 4.18 figure l'accélération relative des différentes approches par rapport à la configuration MPI pur *MPI WF+SP*. On observe que le gain de la méthode hybride est bien présent mais reste cependant limité (accélération allant de 2% à 39%).

Unités de calcul	MPI WF+SP	MPI MF+SP	MPI WF+SP / OMP SDP+RDP		
			8 OMP	16 OMP	32 OMP
160	1,00	1,00	1,11	1,06	1,03
256	1,00	1,00	1,11	1,02	1,06
512	1,00	0,96	1,16	1,10	1,11
1024	1,00	1,13	1,33	1,35	1,34
2048	1,00	1,17	1,39	1,30	1,36

TABEAU 4.18 – Accélération des différentes méthodes relative à la configuration *MPI WF+SP*.

**En résumé** les meilleures méthodes de parallélisation MPI et hybride ont été comparées dans le cas d'une application réelle en cavité. Cette étude a mise en évidence l'intérêt de l'hybridation, bien que celle-ci ne présente qu'un gain limité au vu du nombre d'unités de calcul (u.c.) employés. Cependant, la tendance actuelle montre que l'écart entre l'approche hybride et MPI pure tend à se creuser et devrait présenter un gain non négligeable pour des nombres d'u.c. supérieurs à 2048. De plus, dès lors que l'on considère le couplage du code actuel avec un module convectif déjà hybridé (la répartition processus/threads est imposée), l'hybridation du module radiatif présente un avantage certain par rapport à la version MPI pure.



## 4.5 Prise en compte du couplage convection-rayonnement

Afin de considérer le couplage convection-rayonnement au sein de l'équation de conservation de l'énergie et des conditions aux limites thermiques, il est nécessaire de déterminer le terme source radiatif  $S_r$  et les flux radiatifs nets aux parois avant de résoudre l'équation de conservation de l'énergie. Pour ce faire, deux approches sont possibles :

- ***couplage de codes*** : cette approche consiste à réaliser deux codes distincts, l'un traitant le problème convectif et l'autre radiatif, fonctionnant sur un ensemble de processus MPI distincts et s'échangeant des informations (Température,  $S_r$ ,  $q_w^{net}$ ) en un point de synchronisation donné dans chacun des codes.
- ***couplage de modules*** : cette approche consiste en la réalisation d'un unique code de calcul faisant appel à des routines issues d'un module convectif ou radiatif au sein d'une boucle temporelle, forçant ainsi la synchronisation entre les deux modules.

L'approche de *couplage de codes* présente l'avantage de développer un code spécifique et optimisé pour la réalisation d'une tâche donnée. De plus, celle-ci permet la résolution en simultané des problèmes convectif et radiatif, augmentant ainsi l'efficacité globale. Cependant, cette approche présente l'inconvénient de devoir répartir soigneusement les ressources informatiques entre les deux problèmes. Le problème radiatif étant bien souvent le plus complexe à résoudre, celui-ci nécessitera un nombre de processus MPI plus important. Aussi, dans le cas où la répartition des ressources n'est pas optimale, les processus traitant le problème convectif (ou radiatif) seront mis en attente plus ou moins longtemps au point de synchronisation et d'échange d'informations. De plus, une fois le point de synchronisation atteint, l'ensemble des processus radiatifs transmettent sur le réseau l'ensemble du champ de termes sources radiatifs ( $N_i \times N_j \times N_k$  cellules) à l'ensemble des processus convectifs qui ré-émettent à leur tour le nouveau champ de température vers les processus radiatifs. Cette approche ayant été employée avec succès par [Soucasse, 2013] pour des nombres de cellules allant jusqu'à 33 Mcells, ne semble pas judicieuse pour des maillages de l'ordre de 100 Mcells.

L'approche de *couplage de modules* présente l'avantage de conserver les données sur le même processus résolvant le problème convectif et le problème radiatif. Cependant il n'est plus possible (facilement) de traiter les problèmes convectif et radiatif en simultané sur le même processus MPI. Aussi, le traitement du couplage s'effectue de façon séquentielle. Néanmoins, comme présenté par [Soucasse et al., 2014], il n'est pas nécessaire de traiter le problème radiatif à chaque pas de temps. Le pas de temps contraint par la stabilité des schémas numériques du problème convectif est si faible, que le champ de température évolue peu sur une dizaine de pas de temps. Ainsi, le problème radiatif dépendant uniquement du champ de température, celui-ci peut être traité uniquement tous les  $n$  pas de temps. Entre deux périodes de résolution du problème radiatif, on considère que les quantités radiatives demeurent constantes. Ainsi, les quantités déterminées lors de la dernière évaluation radiative sont employées dans l'équation de conservation de l'énergie et aux conditions limites. Dans le cadre de notre étude à haut nombre de Rayleigh,  $n$  a été fixé à **5 pas de temps convectifs**.



# Chapitre 5

## Validation des Méthodes Numériques

*« Exige beaucoup de toi-même et attends peu des autres. Ainsi beaucoup d'ennuis te seront épargnés. »*

---

Confucius

### Sommaire

---

<b>5.1 Convection pure</b>	<b>106</b>
5.1.1 Écoulement Stationnaire	106
5.1.2 Écoulement Transitoire	106
<b>5.2 Rayonnement pur</b>	<b>109</b>
<b>5.3 Couplage convection-rayonnement</b>	<b>111</b>

---

Ce chapitre décrit la validation de l'implémentation des différentes méthodes numériques décrites dans les chapitres 2,3 et 4, intégrées dans le code FISSION-RAD. Pour ce faire, nous validerons indépendamment l'implémentation des modules convectif et radiatif. Puis, la validation du couplage sera effectuée.

## 5.1 Convection pure

Afin de valider l'implémentation du module convectif, nous allons dans un premier temps, vérifier la bonne représentation d'écoulements stationnaires, puis transitoires.

### 5.1.1 Écoulement Stationnaire

Pour ce faire, nous réalisons une étude comparative avec les résultats de références proposés par [Tric et al., 2000] dans le cas d'une cavité cubique en air ( $Pr = 0,71$ ) à des nombres de Rayleigh  $Ra = \{10^5, 10^6, 10^7\}$ . Ceux-ci utilisent un code pseudo-spectral Chebyshev séquentiel et une méthode de projection pour le couplage pression-vitesse appliqué à un maillage composé de  $81^3$  points de Gauss-Lobatto pour  $Ra = \{10^6, 10^7\}$  et  $101^3$  points pour  $Ra = 10^5$ . Dans le cadre de la validation, nous optons pour les configurations de maillage définies dans le tableau 5.1 ainsi qu'une évolution temporelle basée sur le critère de  $CFL = 0,5$  (i.e. pas de temps variable).

Rayleigh	maillage
$10^5$	$80 \times 80 \times 80$
$10^6$	$128 \times 128 \times 128$
$10^7$	$128 \times 128 \times 128$

TABLEAU 5.1 – Configurations de validation stationnaire.

Les résultats obtenus dans à l'aide de notre code sont présentés dans le tableau 5.2 et comparés à ceux de [Tric et al., 2000], dont les valeurs de Nusselt ont été préalablement multipliés par  $1/\sqrt{Ra}$  afin de remettre les résultats à l'échelle. Un bon accord est obtenu pour chaque quantité comparée, les différences restent inférieures à 1%.

	$Ra = 10^5$		$Ra = 10^6$		$Ra = 10^7$	
	present	Tric et al.	present	Tric et al.	present	Tric et al.
$u_{max}$	$1,384 \times 10^{-1}$	$1,388 \times 10^{-1}$	$1,270 \times 10^{-1}$	$1,270 \times 10^{-1}$	$1,225 \times 10^{-1}$	$1,214 \times 10^{-1}$
$v_{max}$	$3,083 \times 10^{-2}$	$3,067 \times 10^{-2}$	$2,535 \times 10^{-2}$	$2,557 \times 10^{-2}$	$2,663 \times 10^{-2}$	$2,637 \times 10^{-2}$
$w_{max}$	$2,247 \times 10^{-1}$	$2,247 \times 10^{-1}$	$2,403 \times 10^{-1}$	$2,367 \times 10^{-1}$	$2,425 \times 10^{-1}$	$2,429 \times 10^{-1}$
$Nu_{mp}$	4,615	4,6127	8,881	8,8771	16,57	16,5477
$Nu_{3D}$	4,332	4,337	8,631	8,6407	16,33	16,3427

TABLEAU 5.2 – Validation du code FISSION-RAD en configuration stationnaire par rapport aux résultats de [Tric et al., 2000] remis à l'échelle.

### 5.1.2 Écoulement Transitoire

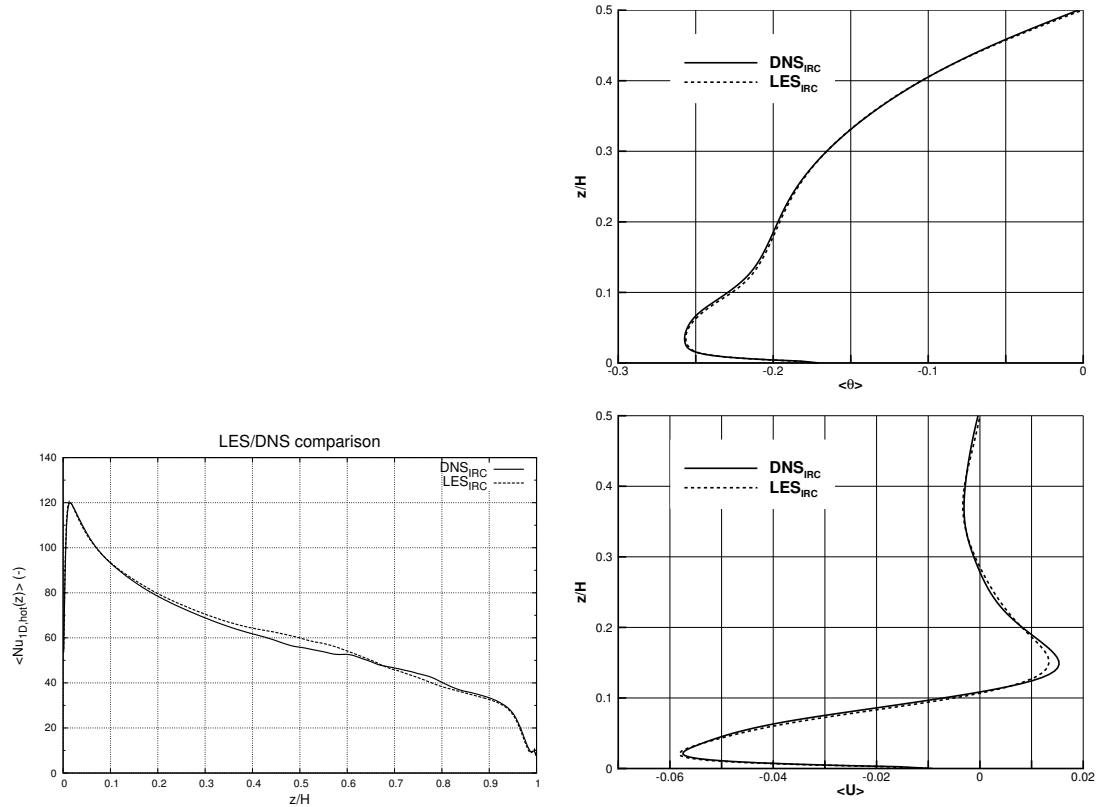
Nous réalisons à présent une étude comparative avec les résultats obtenus par [Sergent et al., 2013a] dans le cas d'une cavité à faible rapport d'aspect latéral ( $A_x = 1$  et  $A_y = 0,32$ )

en air ( $Pr = 0,71$ ) à un nombre de Rayleigh  $Ra = 1,5 \times 10^9$ . Cette étude a pour but de valider l'implémentation du modèle LES à échelle mixte développé par [Sergent et al., 2003] dans le cadre de la configuration nommée "IRC" dans l'article [Sergent et al., 2013a]. Celui-ci considère des conditions d'adiabaticité convective aux parois avant et arrière (i.e.  $\partial\theta/\partial y = 0$ ) et des conditions de Dirichlet sur la température aux parois haute et basse issues des travaux expérimentaux de [Salat, 2004]. La configuration numérique employée est identique à celle employée par [Sergent et al., 2013a] à l'exception du maillage qui est de  $80 \times 60 \times 128$  cellules dans notre cas ainsi que d'un pas de temps  $\delta t = 1 \times 10^{-3}$ . Les résultats moyennés sur 1400 unités de temps sans dimension (dimensionless-time-unit, d.t.u.) sont présentés dans le tableau 5.3 et les figures 5.1.

	Present LES	Sergent et al., 2013 LES	DNS
S	1	1	1
$Nu_{1D,hot}$	60,2	58,7	59,3
$Nu_{2D,hot}$	58,7	57,3	57,9
$Nu_{1D,top}$	13,2	13,5	12,1
$Nu_{2D,top}$	12,7	13	11,9
$u_{max}$	0,1186	0,1196	0,1130
$v_{max}$	0,0391	0,0292	0,0379
$w_{max}$	0,2528	0,2488	0,2571

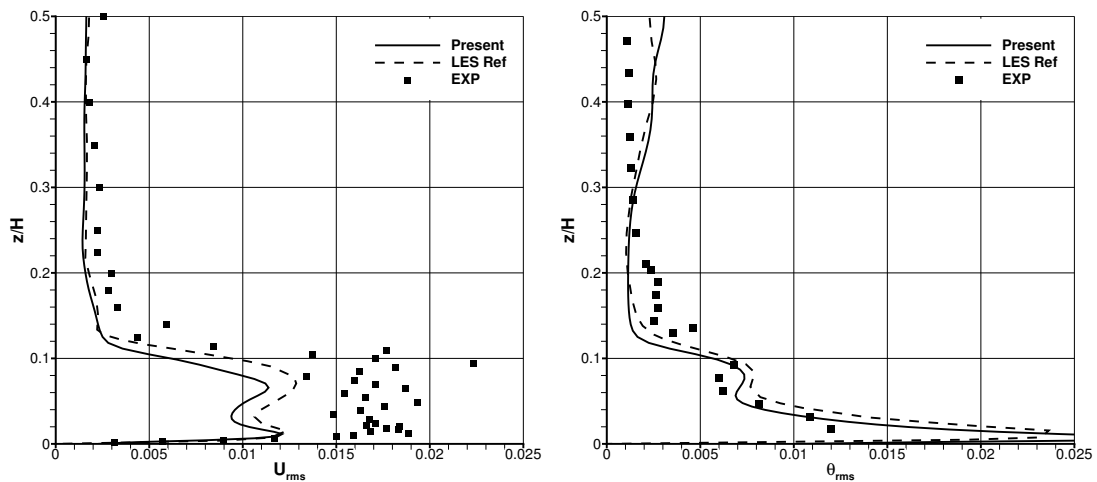
TABLEAU 5.3 – Validation de l'implémentation du modèle LES MSDM par rapport à [Sergent et al., 2013a,b]. S est la stratification centrale,  $Nu_{1D,hot}$  et  $Nu_{2D,hot}$  sont respectivement le Nusselt convectif intégrés sur la ligne centrale et l'ensemble de la paroi chaude.

Les résultats présentés dans le tableau 5.3 exhibent un bon accord par rapport aux résultats obtenus par [Sergent et al., 2013a,b], tant en comparaison avec la simulation LES issue de [Sergent et al., 2013a] que de la DNS de [Sergent et al., 2013b]. Cette accord sur les grandeurs intégrées s'observe également sur les profils de Nusselt (figure 5.1a), de température et de vitesse (figure 5.1b) à mi-profondeur. Les profils de température et de vitesse horizontale moyennés en temps (figure 5.1b) présentent un excellent accord avec les résultats DNS tant dans la couche limite de la paroi basse qu'au cœur de la cavité. Un léger écart se présente sur le profil de Nusselt le long de la paroi chaude (figure 5.1a), bien que celui-ci reste acceptable au regard de sa valeur intégrée  $Nu_{1D,hot}$  proche de la DNS de référence. De plus, les figures 5.2 présentent une comparaison des profils de RMS de vitesse horizontale et de température réduite le long de la ligne centrale de la cavité. On y observe un bon accords entre nos résultats et ceux obtenus par [Sergent et al., 2013a] en LES, nous permettant de valider l'implémentation du module de LES tant sur les quantités moyennes que les moments statistiques d'ordre deux.



(a) Nusselt convectif le long de la paroi chaude à  $y = L_y/2$ . (b) Comparaison de la température et de la vitesse horizontale moyenne le long de la ligne centrale.

FIGURE 5.1 – Validation de notre LES par rapport à la DNS de [Sergent et al., 2013b].



(a) RMS de vitesse horizontale.

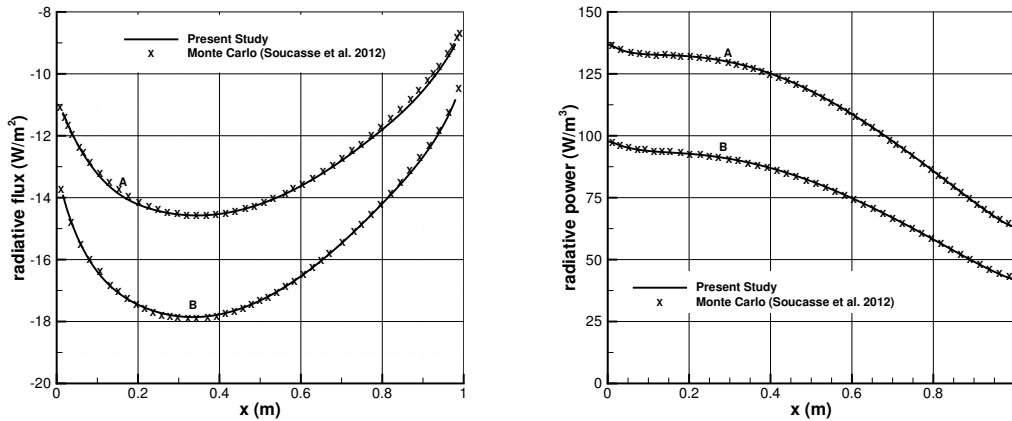
(b) RMS de Température réduite  $\theta$ .

FIGURE 5.2 – Validation de notre LES par rapport à la LES IRC et aux données expérimentales de [Sergent et al., 2013a] pour  $x = L_x/2$  et  $y = L_y/2$ .

## 5.2 Rayonnement pur

Afin de valider l'implémentation du module radiatif, nous allons vérifier l'implémentation du module radiatif en considérant un cas de rayonnement volumique de gaz gris à température uniforme.

Le cas test employé est issu des travaux de [Soucassee et al., 2012] qui considère, également dans le cas de la validation de ses méthodes, une configuration de rayonnement pur en cavité cubique ( $H = 1\text{ m}$ ) dont les parois sont diffuses et d'émissivité  $\epsilon = 0,5$ , contenant un gaz gris de coefficient d'absorption  $\kappa = 1\text{ m}^{-1}$ . Les 6 parois de la cavité sont maintenues à 300K tandis que le champ de température est imposé selon la loi  $T(x, y, z) = \exp[-(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2]\Delta T + T_0$  avec  $(x_0, y_0, z_0) = (0,25; 0,25; 0,25)$  et  $\Delta T = 10\text{ K}$ . La simulation que nous considérons est basée sur des quadratures  $S_8$  (80 directions) associées au schéma de Lathrop sur un maillage volumique de  $80 \times 80 \times 80$  cellules régulièrement espacées. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 5.3 et 5.4.



(a) Flux radiatif net en (A)  $y = 0,25\text{ m}$ ,  $z = 1\text{ m}$  et (B)  $y = 0,25\text{ m}$ ,  $z = 0$ .  
(b) Puissance radiative volumique suivant (A)  $y = 0,25\text{ m}$ ,  $z = 0,25\text{ m}$  et (B)  $y = 0,25\text{ m}$ ,  $z = 0,75\text{ m}$ .

FIGURE 5.3 – Iso-contours de flux radiatif net de paroi et de terme source radiatif et comparaison avec les données de référence de [Soucassee et al., 2012] (méthode de Monte-Carlo).

Les figures 5.3 présentent un très bon accord de nos résultats vis-à-vis de ceux obtenus par la méthode de Monte-Carlo, tant au niveau des flux pariétaux qu'au niveau du terme source radiatif. Concernant ce dernier, la figure 5.4 présente des iso-contours de puissance radiative volumique. Nos résultats montrent un très bon accord qualitatif avec ceux obtenus par [Soucassee et al., 2012] dans le cas de la méthode de Ray-tracing, dont une extraction de l'article de référence est présentée sur la figure 5.5.

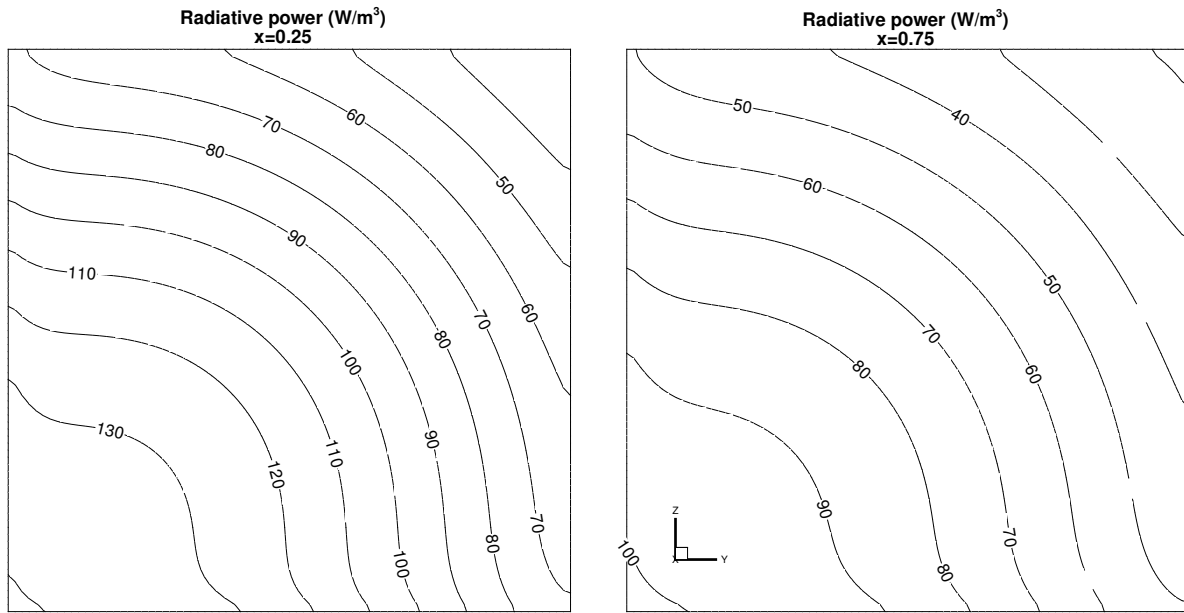


FIGURE 5.4 – Puissance radiative volumique à (gauche)  $x = 0.25m$  et (droite)  $x = 0,75m$ .

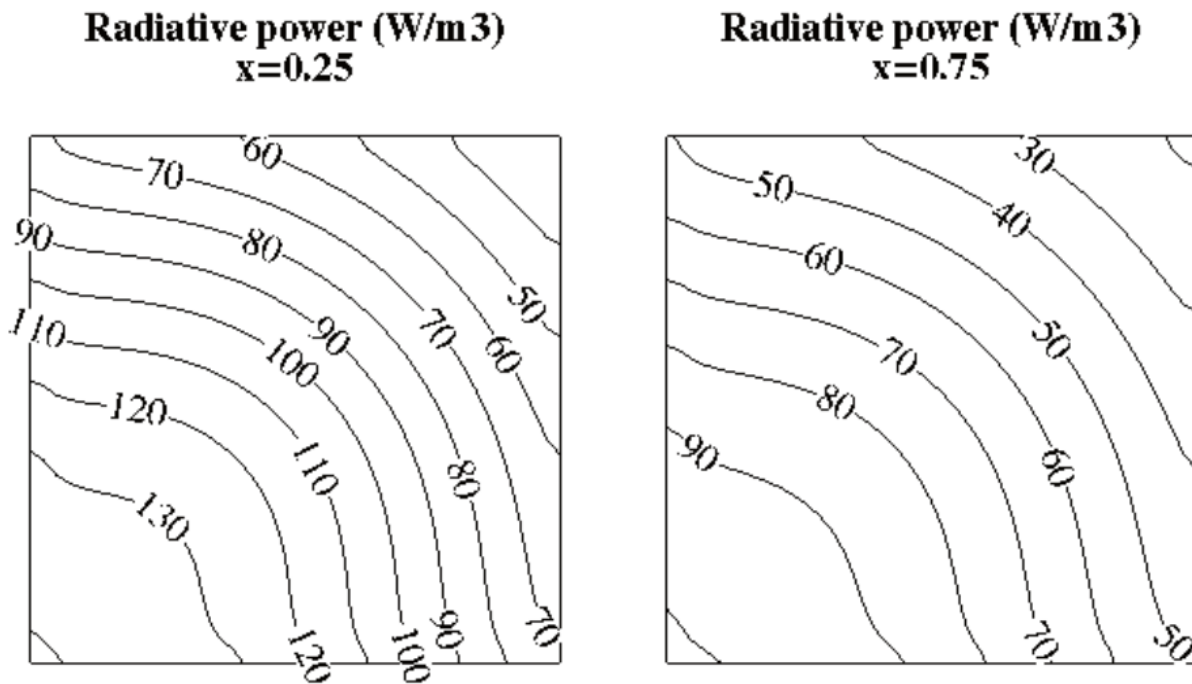


FIGURE 5.5 – Puissance radiative volumique à (gauche)  $x = 0.25m$  et (droite)  $x = 0,75m$  extrait de [Soucasse et al., 2012].

Ainsi, ces résultats nous permettent de vérifier la validité de l'implémentation du module radiatif dans les configurations de gaz gris.

A présent, il est nécessaire de valider l'implémentation du modèle de gaz-réel SLW. N'ayant pas de cas de validation disponible dans le cadre du rayonnement pur de gaz-réel à température ambiante, nous optons pour la validation de celui-ci au travers de l'approche couplée convection-rayonnement ci-dessous.



### 5.3 Couplage convection-rayonnement

Nous allons à présent procéder à la validation du code FISSION-RAD complet considérant le couplage convection-rayonnement en cavité différentiellement chauffée. Le cas étudié nous permettra de valider l'implémentation du couplage convection-rayonnement et celle du modèle de gaz réel SLW.

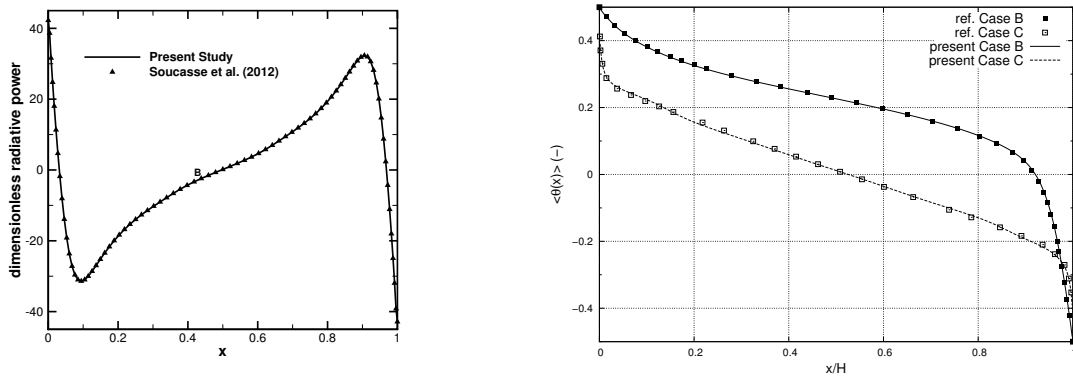
Pour ce faire, nous avons opté pour deux configurations présentées par [Soucassee et al., 2012] considérant le couplage convection-rayonnement au sein d'une cavité cubique ( $H = 1\text{ m}$ ) remplie d'un mélange de gaz parfait (air +  $\text{H}_2\text{O}$  +  $\text{CO}_2$ ,  $Pr = 0,707$ ) à température ambiante  $T_{ref} = 300\text{ K}$  à un nombre de Rayleigh de  $Ra = 10^6$ . Ces paramètres nous permettent d'évaluer le nombre de Planck à  $Pl = 6,27 \times 10^{-7}$  et le rapport  $\Theta_0 = 27408$ .

Parmi les travaux présentés par Soucassee et al., nous avons opté pour les configuration (B) et (C) dont les spécificités sont présentées dans le tableau 5.4. En outre, dans le cas (B) considérant un milieu participatif, nous avons opté pour un mélange air +  $\text{H}_2\text{O}$ , à la différence des travaux initiaux que considèrent en plus le  $\text{CO}_2$ . Néanmoins, la concentration en humidité reste la même (i.e.  $X_{\text{H}_2\text{O}} = 0,02$ ) et le spectre est discrétisé en 8 gaz gris sur la plage  $[0,01; 10000]\text{ m}^{-1}$ . Les simulations ont toutes deux été réalisées sur un maillage de  $80 \times 80 \times 80$  cellules tandis que l'évolution temporelle s'effectue à l'aide d'un pas de temps variable ( $CFL = 0,5$ ). Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 5.4 et la figure 5.6a.

configuration	<b>B</b>		<b>C</b>	
émissivités des parois	actives $\epsilon = 1$ passives $\epsilon = 0$		actives $\epsilon = 1$ passives $\epsilon = 1$	
milieu	participatif		transparent	
étude	présent	référence	présent	référence
$Nu_{c,hot}$	7,51	7,55	8,16	8,47
$Nu_{r,hot}$	120,62	120,58	124,83	124,53
S	0,37	0,36	0,42	0,42
$u_{max}$	0,232	0,231	0,215	0,214
$v_{max}$	0,059	0,060	0,050	0,050
$w_{max}$	0,296	0,296	0,278	0,278
temps de calcul	50 h	170 h	7 h 25 min	20 h
processeurs	8	94	8	8

TABLEAU 5.4 – Validation des résultats à  $Ra = 10^6$  par rapport à [Soucassee et al., 2012]. S est la stratification centrale,  $Nu_{c,hot}$  et  $Nu_{r,hot}$  sont respectivement le Nusselt convectif et radiatif intégrés sur la paroi chaude.

Les grandeurs intégrées présentées dans le tableau 5.4 présentent un bon accord avec ceux obtenus par [Soucassee et al., 2012] à l'aide de la méthode de Ray-tracing combinée au modèle de gaz ADF (16 gaz) et une résolution convective en pseudo-spectral. L'erreur relative est de 0,5% sur le Nusselt convectif de la configuration **B** et de 3,6% dans le cas **C**. De plus, la figure 5.6a présente un très bon accord entre les termes sources radiatifs sans dimension obtenus avec ceux issus des travaux de référence. Cet accord s'observe également sur les profils de température le long de la paroi haute comme illustré sur la figure 5.6b dans les deux configurations **B** et **C**.



(a) Terme source radiatif sans dimension pour (b) Température paroi haute intégrée suivant  $z/H = 0,5$  dans la configuration **B**. la direction  $y$ .

FIGURE 5.6 – Comparaison avec les résultats de [Soucasse et al., 2012] à mi-profondeur.

Aussi, au vu des très bons accords obtenus tant en couplage convection-rayonnement surfacique que volumique, nous considérons que le modèle SLW ainsi que le couplage des deux modules (convection et rayonnement) sont validés.

# Chapitre 6

## Étude du Couplage

## Convection-Rayonnement : application à la grande cavité

*« La folie, c'est se comporter de la même manière et s'attendre à un résultat différent. »*

Albert Einstein

### Sommaire

<b>6.1 Configurations Numériques explorées</b>	<b>114</b>
<b>6.2 Nombre de Rayleigh modéré <math>Ra = 1,5 \times 10^9</math></b>	<b>115</b>
6.2.1 Impact des facteurs de formes à Rayleigh fixe	115
6.2.2 L'approche GC-PC implicite est-elle réaliste dans la grande cavité?	122
<b>6.3 Nombre de Rayleigh intermédiaire <math>Ra = 4 \times 10^{10}</math></b>	<b>128</b>
6.3.1 Impact de l'émissivité des parois passives $\epsilon_p$ en rayonnement surfacique	129
6.3.2 Impact de l'humidité relative (Hr) sur l'écoulement en rayonnement surfacique et volumique	141
<b>6.4 Très haut nombre de Rayleigh <math>Ra = 1,2 \times 10^{11}</math></b>	<b>151</b>
6.4.1 Confrontation numérique-expérimentale	152
6.4.2 Premiers résultats concernant le rayonnement volumique	165

## 6.1 Configurations Numériques explorées

Au sein de ce chapitre, nous allons considérer l'étude du couplage convection-rayonnement surfacique et volumique dans une cavité en air parallélépipédique à fort rapport de forme vertical pour des nombres de Rayleigh allant de  $1,5 \times 10^9$  à  $1,2 \times 10^{11}$ . Les travaux actuels s'inscrivent en parallèle d'une étude expérimentale menée à l'institut P' de Poitiers dont les caractéristiques géométrique et radiative sont décrits dans le chapitre 2 ainsi que dans les travaux de [Rouger, 2009; Francis, 2011; Saury et al., 2011; Belleoud et al., 2012; Belleoud, 2015].

Ce chapitre se décompose en trois parties décomposées suivant les valeurs du nombre de Rayleigh définis dans le tableau 6.1 pour lesquelles différentes études d'impact du traitement du couplage convection-rayonnement sont traitées. Pour chacune des études réalisées, les résultats obtenus lors du couplage convection-rayonnement sont comparés à une simulation en convection seule considérant des conditions de flux nul aux parois passives (i.e. paroi avant, arrière, haute et basse). Pour des nombres de Rayleigh supérieurs à  $4 \times 10^{10}$ , les résultats numériques seront confrontés aux données expérimentales issues des travaux cités précédemment.

Rayleigh	Rayonnement	Émissivités des parois *			Humidité Hr †	Conditions limites parois passives
		actives	passives-H	passives-V		
$1,5 \times 10^9$	Surfacique	0,09	0,18	0,97	0%	(PC) $\theta = cste^{\ddagger}$ (GC) $\theta = cste^{\ddagger}$ (GC) couplage explicite <sup>§</sup>
	sans	0,0	0,0	0,0	0%	$\partial\theta/\partial\vec{n} = 0$
$4 \times 10^{10}$	Surfacique	0,15	0,1	0,1	0%	couplage explicite
			0,6	0,6	0%	couplage explicite
	Volumique	0,0	0,0	0,0	100%	$\partial\theta/\partial\vec{n} = 0$
	Surfacique+Volumique	0,15	0,1	0,1	100%	couplage explicite
			0,6	0,6	100%	couplage explicite
$1,2 \times 10^{11}$	sans	0,0	0,0	0,0	0%	$\partial\theta/\partial\vec{n} = 0$
	Surfacique	0,15	0,1	0,1	0%	couplage explicite
			0,6	0,6	0%	couplage explicite
	Surfacique+Volumique	0,15	0,1	0,1	100%	couplage explicite

TABLEAU 6.1 – Configuration numériques étudiées où Hr est l'humidité relative.

Ainsi, une première partie du chapitre considère deux approches du traitement convection-rayonnement de surface pour un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$  au sein de deux configurations géométriques : la grande cavité (GC) décrite dans le chapitre 2 et faisant l'objet des études à haut nombre de Rayleigh, ainsi qu'une petite cavité (PC) à faible rapport de forme transversale ayant fait l'objet de nombreuses études par le passé [Mergui, 1993; Mergui and Penot, 1996, 1997; Salat, 2004; Sergent et al., 2013b,a; Xin et al., 2013].

Une seconde partie réalisée pour un nombre de Rayleigh de  $4 \times 10^{10}$  ( $\Delta T = 7^\circ\text{C}$  et  $H = 3,84\text{m}$ ) à température ambiante, considère l'impact de l'émissivité des parois passives ( $\epsilon_p =$

\*. Émissivités des parois actives, passives Horizontales (haute/basse) et Verticales (avant/arrière).

†. Humidité relative calculée à partir de la température de la paroi froide  $T_f = T_{ref} - \Delta T/2$ .

‡. Loi de température en paroi avant/arrière  $\theta = f(x, z)$  et horizontales  $\theta = g(x)$  ([Salat, 2004]).

§. Résolution numérique des problèmes convectif et radiatif. La température aux parois passives est déduite de l'équilibre convection-rayonnement.

$[0; 0, 1; 0, 6]$ ) à émissivité constante des parois actives ( $\epsilon_a = 0, 15$ ), en couplage convection-rayonnement de surface sur les caractéristiques de l'écoulement et les transferts thermiques au sein de la cavité. En sus, l'impact du rayonnement volumique suite à l'introduction d'une espèce absorbante ( $H_2O$  à 100% d'humidité relative définit selon  $T_{froid}$ ) au sein de l'écoulement sera étudié.

Puis, une troisième étude considère la comparaison numérique-expérimentale pour un nombre de Rayleigh de  $1, 2 \times 10^{11}$  ( $\Delta T = 20^\circ C$ ) à température ambiante. Cette étude considère le couplage convection-rayonnement de surface dans les configurations à faible ( $\epsilon_p = 0, 1$ ) et forte émissivité ( $\epsilon_p = 0, 6$ ) des parois passives.

## 6.2 Nombre de Rayleigh modéré $Ra = 1, 5 \times 10^9$

### 6.2.1 Impact des facteurs de formes à Rayleigh fixe

L'objectif de cette première étude est de mettre en évidence l'impact des facteurs de formes  $A_x = L_x/H$  et  $A_y = L_y/H$  sur l'écoulement et les transferts thermiques au sein de la cavité. Pour ce faire, nous réalisons une étude comparative entre la cavité carrée à faible rapport de forme transverse ( $A_y = 0, 32$ ) issue de [Salat, 2004; Xin et al., 2013; Sergent et al., 2013b,a] et la grande cavité en air traitée dans ce chapitre, décrite dans le chapitre 2. Cette étude considère le couplage convection-rayonnement surfacique dans une cavité en air à un nombre de Rayleigh de  $1, 5 \times 10^9$  au travers d'une approche dite **implicite**.

L'approche **implicite** considérée ici consiste à imposer des lois de température aux parois passives (i.e. condition de Dirichlet sur les parois haute, basse, avant et arrière) dont les expressions sont données dans [Salat, 2004; Sergent et al., 2013a] et nommées "FRC" dans la dernière référence. Ces lois sont issues de mesures dans une cavité considérant des parois actives, haute et basse faiblement émissives ( $\epsilon_{hot} = 0, 09$  et  $\epsilon_{top} = 0, 18$ ) ainsi que des parois avant/arrière quasi-noires ( $\epsilon_{front} = 0, 97$ ). Une illustration de la méthode employée est présentée sur la figure 6.1.

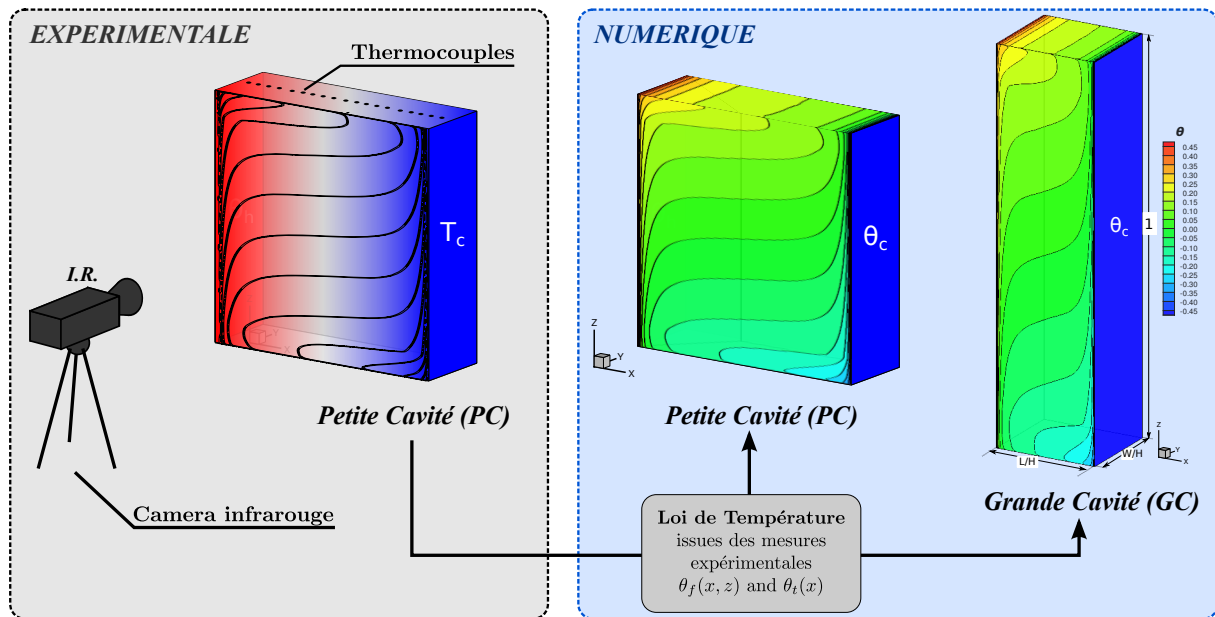


FIGURE 6.1 – Description de l'approche **implicite** appliquée dans cette étude.

Afin de permettre cette étude, les caractéristiques géométriques et numériques sont présentées dans les tableaux 6.2 et 6.3. Ainsi, on peut observer que le changement de dimension

de la cavité ( $H$  passe de  $1\text{ m}$  à  $3,84\text{ m}$ ) influe fortement l'écart de température  $\Delta T$  ainsi que la vitesse caractéristique  $V_{ref}$  de la configuration en grande cavité (GC). De fait, il apparaît que la réalisation expérimentale d'une telle configuration ne soit pas réalisable du fait de l'écart de température ( $\Delta T = 0,26\text{ K}$ ) trop faible à imposer sur une hauteur de presque 4 mètres. Aussi, cette première étude sera comparée aux résultats expérimentaux obtenus par [Salat, 2004] dans la petite cavité (PC).

	Petite Cavité (PC)	Grande Cavité (GC)
$A_x = L_x/H$	1	0,26
$A_y = L_y/H$	0,32	0,224
$\Delta T$	15 K	0,26 K
$T_{ref}$	295,5 K	292,15 K
$V_{ref}$	0,818 m/s	0,216 m/s
$Pl$	$5,82 \times 10^{-4}$	$4,1 \times 10^{-6}$
$\Theta_0$	19,7	1168,6
$\epsilon_{hot}$	0,09	0,09
$\epsilon_{top}$	0,18	0,18
$\epsilon_{front}$	0,97	0,97

TABEAU 6.2 – Paramètres géométrique et radiatif dans les deux cas étudiées, pour un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ .

Afin de simplifier les légendes, nous considérons ici le cas *GC-PC implicite* comme étant une simulation numérique dans la géométrie de la grande cavité (GC) sous la configuration radiative de la petite cavité (PC ;  $\epsilon_{hot} = 0,09$ ,  $\epsilon_{top} = 0,18$  et  $\epsilon_{front} = 0,97$ ) au travers de l'approche **implicite**. Cette norme sera appliquée à l'ensemble des simulations qui suivront l'étude au nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ .

Cas	$\epsilon_{hot}$	$\epsilon_{top}$	$\epsilon_{front}$	type	Maillage	Pas de temps (d.t.u.)	Accumulation statistiques (d.t.u.)
PC-PC implicite	0,09	0,18	0,97	LES	$80 \times 60 \times 128$	$5 \times 10^{-4}$	1490
GC-PC implicite	0,09	0,18	0,97	LES	$128 \times 64 \times 300$	$5 \times 10^{-4}$	327

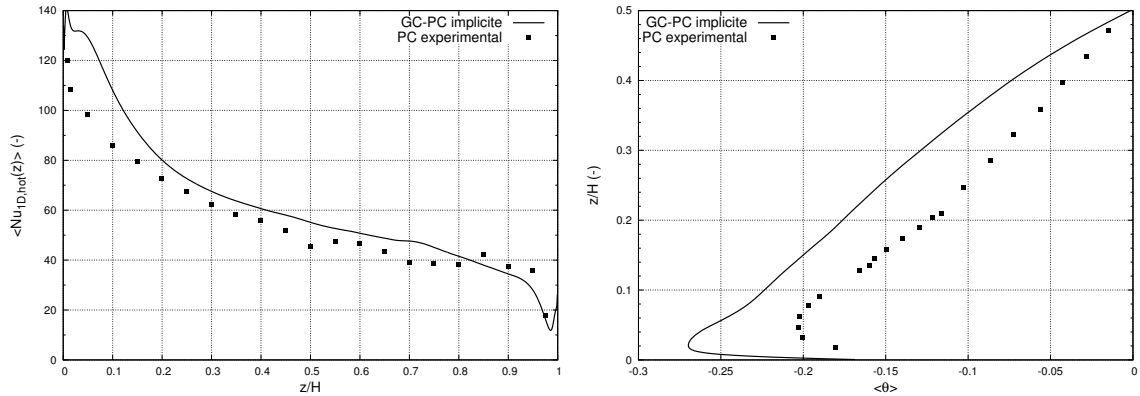
TABEAU 6.3 – Configuration numérique étudiée pour un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ .

En sus de l'étude *GC-PC implicite*, une simulation LES dans la configuration géométrique de la petite cavité (*PC-PC implicite*) a été menée. Celle-ci autorise la comparaison qualitative de la structure de l'écoulement au travers d'extractions volumiques et surfaciques.

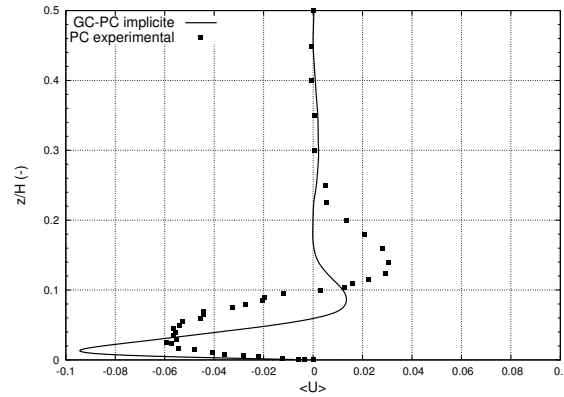
## Résultats

De prime abord, nous notons un bon accord entre la configuration *GC-PC implicite* et les résultats expérimentaux dans la petite cavité (*PC-expérimental*) sur la répartition du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude à mi-profondeur représentée sur la figure 6.2a. Un écart subsistant en partie amont de la paroi chaude, dans la région du jet de couche limite (CL) de la paroi basse. Cet écart se justifie par la présence d'un écoulement plus froid issu de la couche limite de la paroi basse, comme illustré par la figure 6.2b présentant la répartition de température dans la partie basse de la cavité à mi-largeur, augmentant ainsi les gradients de

température en partie amont de la paroi chaude. Cette diminution de la température dans la partie basse affecte ainsi la stratification thermique au centre de la cavité ( $S_c$ , Cf. tableau 6.4) passant ainsi de 0,37 expérimentalement dans la petite cavité (*PC-expérimentale*) à 0,83 dans la grande cavité (*GC-PC implicite*). Cela est dû à la présence d'une couche limite le long de la paroi basse plus fine et plus rapide (Cf. figure 6.2c) que la configuration expérimentale, advectant plus d'air froid dans la partie basse de la paroi verticale chaude.



(a) Nusselt convectif à la paroi chaude  $x = 0$ . (b) Stratification thermique à mi-largeur  $X = L_x/2$ .



(c) Vitesse horizontale  $\langle U \rangle$  à mi-largeur  $X = L_x/2$ .

FIGURE 6.2 – Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur  $Y = L_y/2$ . Les résultats expérimentaux sont extraits de [Salat, 2004].

Ces écarts s'observent également sur les grandeurs moyennées aux parois telles que les nombres de Nusselt présentés dans le tableau 6.4. On observe un écart de 12% sur le nombre de Nusselt intégré le long de la ligne centrale de la paroi chaude ( $Nu_{1D,hot}$ ) de la configuration *GC-PC implicite* par rapport aux données expérimentales (*PC-expérimentale*). Cet écart se creuse lorsque l'on observe les échanges aux parois horizontales ( $Nu_{1D,top}$ ) où les résultats en grande cavité sont environ 7 fois supérieurs à la configuration expérimentale. Cela est dû à l'intensification de la couche limite basse transportant un air plus froid issu de la CL froide, comme illustré précédemment par les figures 6.2b et 6.2c.

De plus, les différences observées aux parois et le long de la ligne centrale de la cavité sont également présentes sur les champs 2D extraits à mi-profondeur des figures 6.3.

configuration	$S_c$	$Nu_{1D,hot}$	$Nu_{2D,hot}$	$Nu_{1D,top}$	$Nu_{2D,top}$
GC-PC implicite	0,83	62,3	62,6	-20,6	-18,8
PC-PC implicite	0,42	55,3	54,3	-10,6	-10,0
PC expérimental *	0,375	55,4		-6,1	

TABEAU 6.4 – Grandeurs thermiques globales.

On note sur la figure 6.3a, à l'instar du profil de température 6.2b au centre de la cavité, que la stratification thermique diffère entre les configurations *PC-PC implicite* et *GC-PC implicite*.

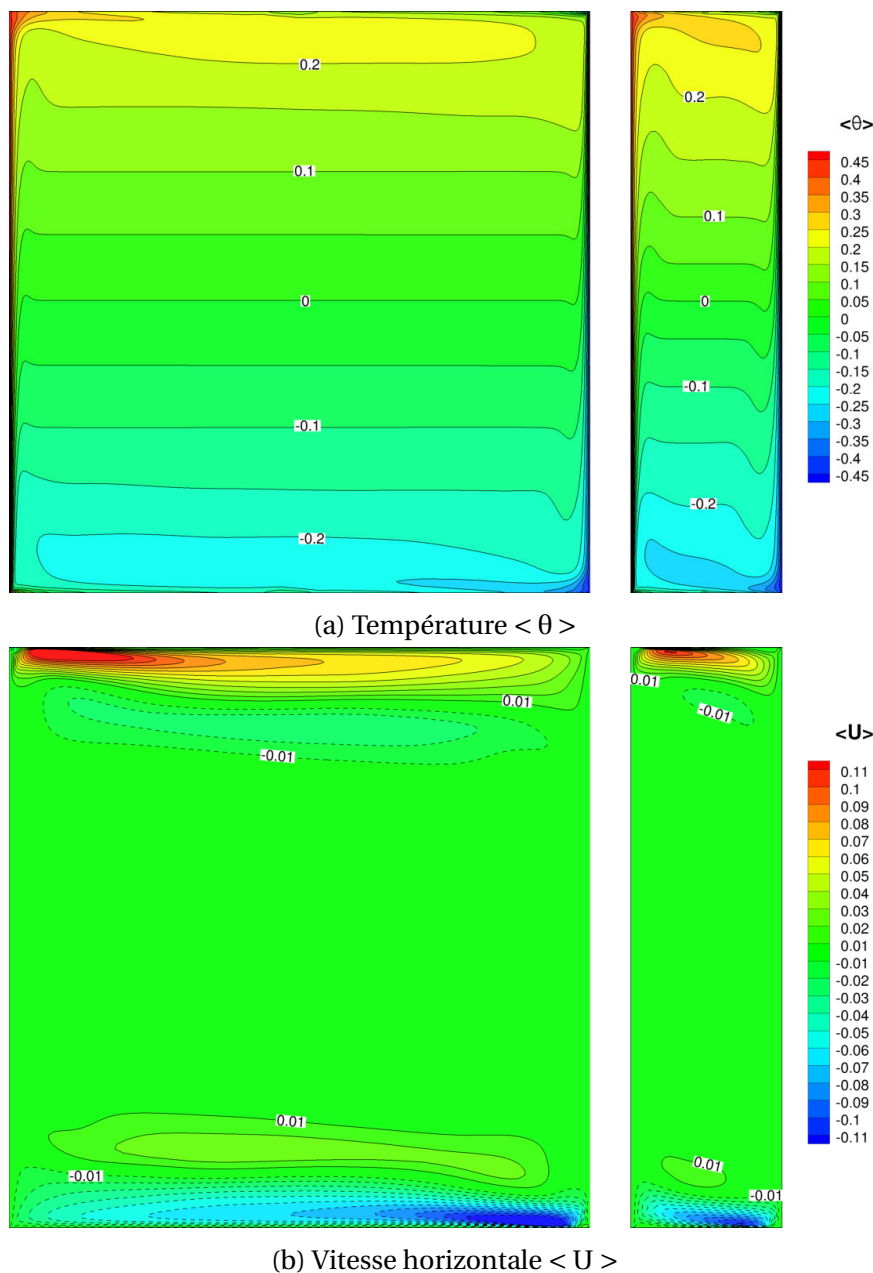


FIGURE 6.3 – Grandeurs thermiques et cinétiques moyennes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *PC-PC implicite* (gauche) et *GC-PC implicite* (droite).

\*. Données expérimentales extraites de [Salat, 2004].



Cependant, l'observation de la figure 6.3b montre que le jet le long des parois horizontales est plus intense pour la configuration initiale que dans la grande cavité, bien que la région à forte dynamique concerne une plus grande partie de ces jets dans cette dernière configuration (Cf. figure 6.2c). Cela est dû à l'impact des couches limites des parois actives sur les parois horizontales.

Concernant les couches limites des parois actives, les figures 6.4 et 6.5 présentent des extractions des profils de vitesse verticale à mi-profondeur pour différentes hauteurs. On note un très bon accord entre les configurations *GC-PC implicite* et *PC-expérimental* dans les régions laminaires de l'écoulement ( $z/H = 0,2$  et  $z/H = 0,3$ ), en amont de la couche limite chaude (figures 6.4c et 6.4a). Cependant, des différences apparaissent dans les zones transitionnelles (figures 6.5c et 6.5a) où les maximums de vitesse verticale sont plus faibles dans la grande cavité, signe d'une plus grande activité turbulente dans ces régions comme illustré par l'étendue importante des valeurs RMS associées.

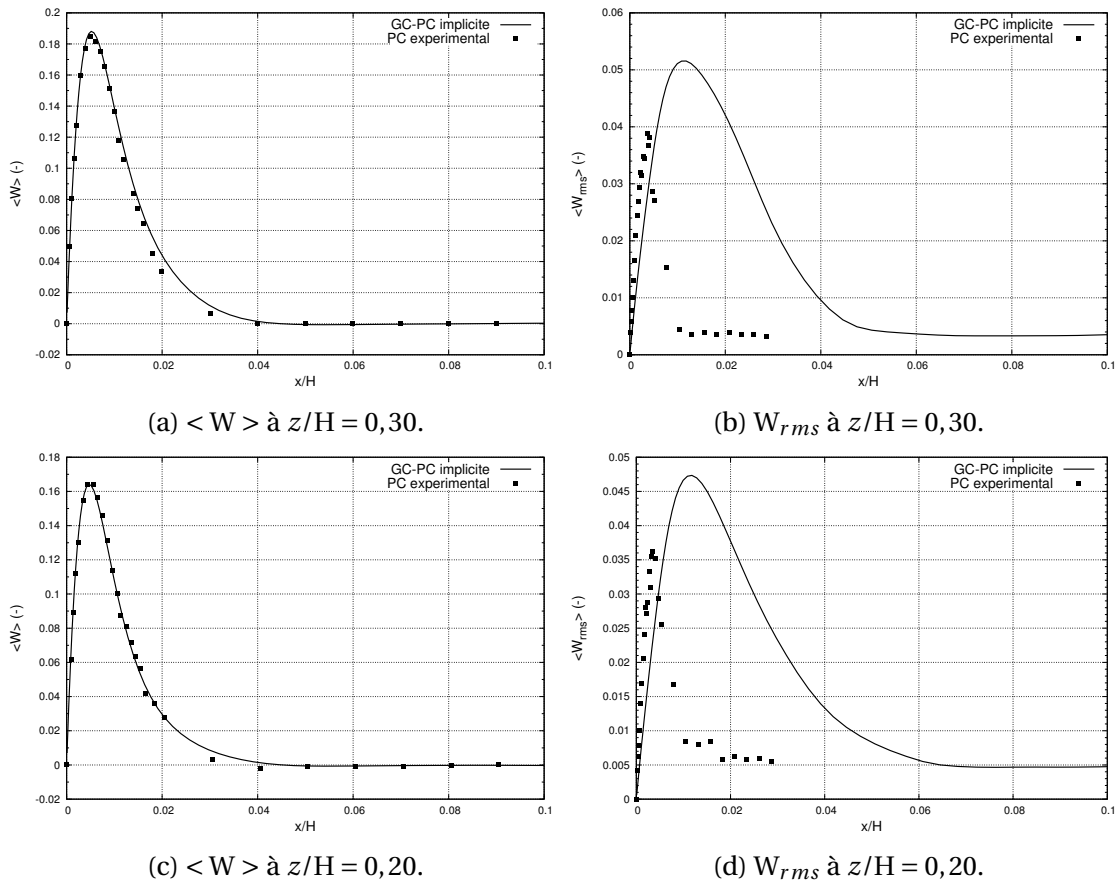


FIGURE 6.4 – Grandeurs cinétiques extraites dans la partie basse de la cavité à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude. Les résultats expérimentaux sont issus de [Salat, 2004].

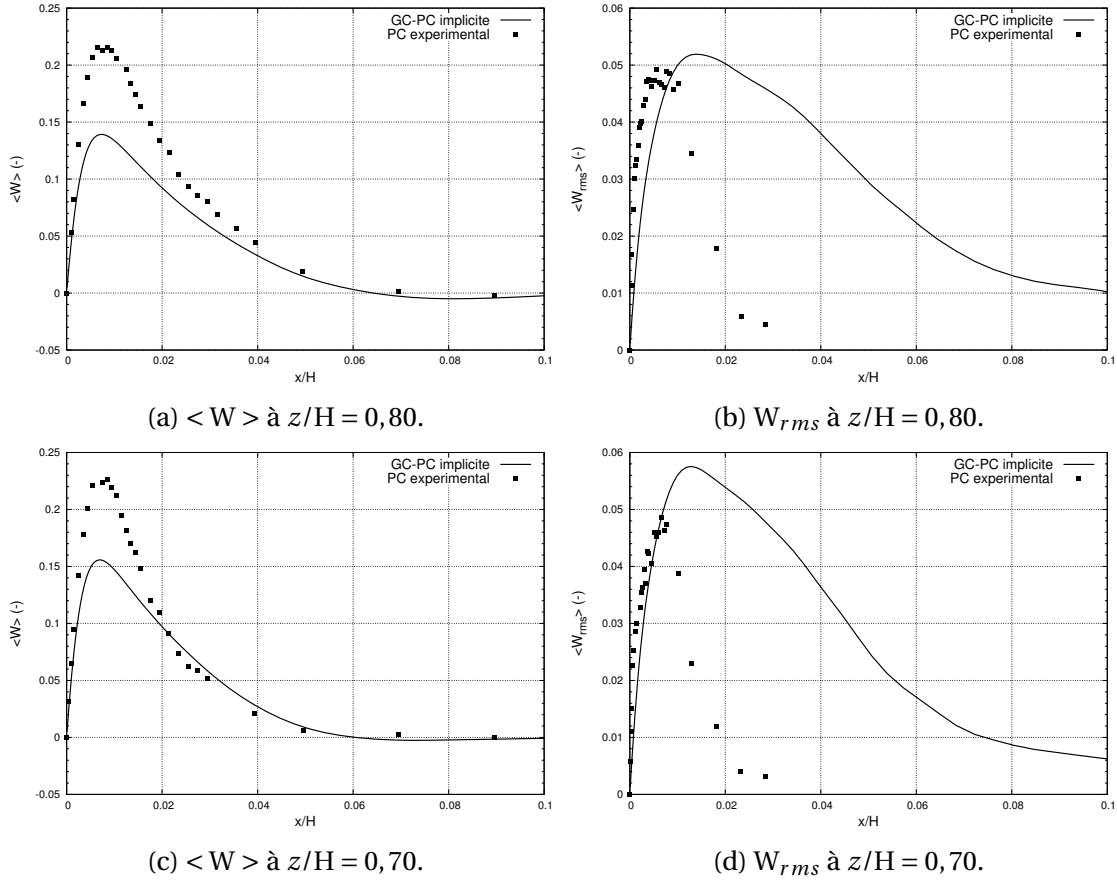
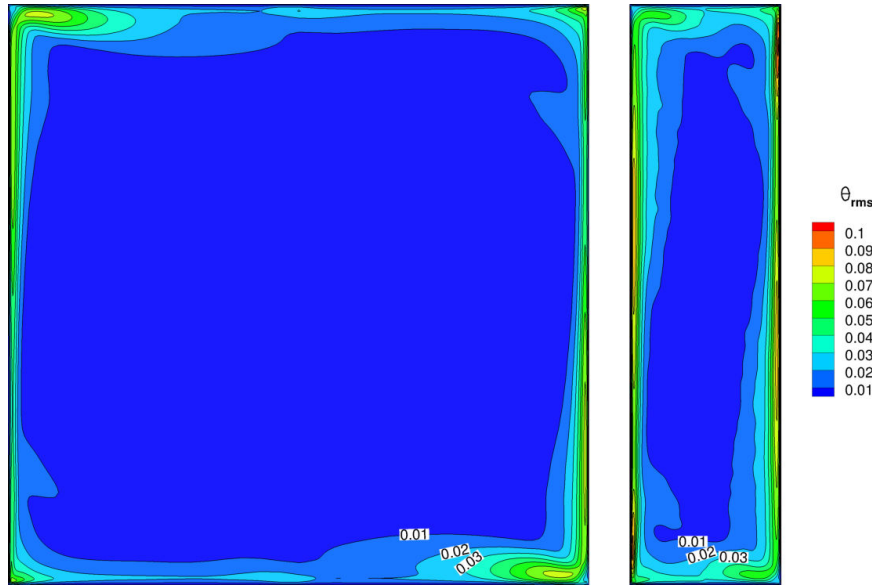
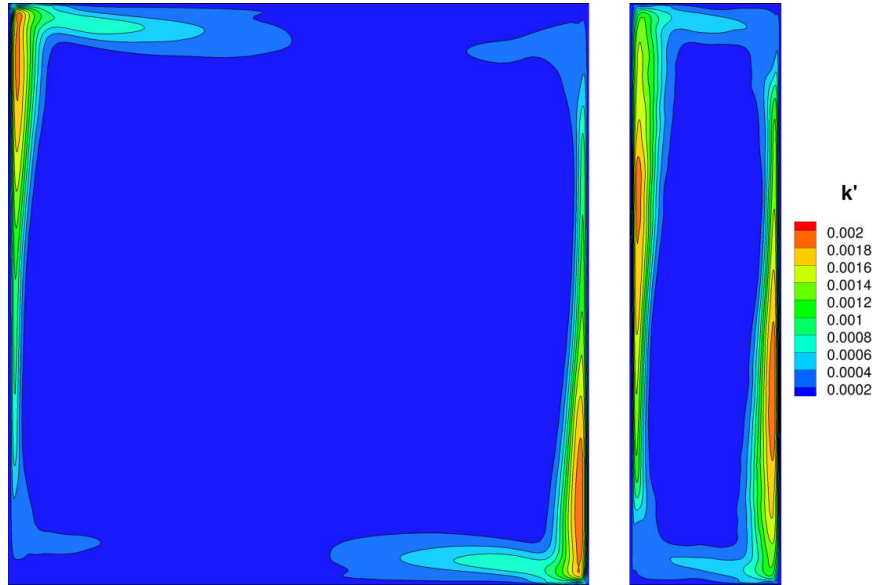


FIGURE 6.5 – Grandeurs cinétiques extraites dans la partie haute de la cavité à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude. Les résultats expérimentaux sont issus de [Salat, 2004].

Afin de mettre en évidence l'influence des termes fluctuants sur les champs cinétiques, les figures 6.6 présentent les fluctuations de température ainsi que l'énergie cinétique fluctuante à mi-profondeur. On observe alors dans la grande cavité, une intensification des fluctuations de température dans les couches limites des parois actives avec une légère diminution de ces fluctuations en amont des jets des parois horizontales. Cette intensification des fluctuations thermiques s'accompagne d'une re-localisation en amont du pic d'énergie cinétique fluctuante (vers 60% de la hauteur), augmentant ainsi d'autant l'épaisseur de la couche limite dans cette région.



(a) RMS de Température  $\theta_{rms}$



(b) Énergie cinétique turbulente 2D  $\langle k' \rangle = \frac{1}{2} [\langle U'U' \rangle + \langle W'W' \rangle]$

FIGURE 6.6 – Grandeurs thermiques et cinétiques turbulentes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *PC-PC implicite* (gauche) et *GC-PC implicite* (droite).

Aussi, afin de caractériser globalement les différences observées à mi-profondeur, le tableau 6.5 présente les valeurs moyennées spatialement dans le plan médian. On note ainsi que la configuration en grande cavité (GC) présente un écoulement globalement plus turbulent ( $I_k \approx 27\%$ ) que la petite cavité ( $I_k \approx 18\%$ ) avec des couches limites actives et horizontales globalement plus lentes ( $U_{max}$  et  $W_{max}$ ).

configuration	$\langle k \rangle$	$\langle k' \rangle$	$I_k$	$\langle \theta_{rms} \rangle$	$U_{max}^{2D}$	$W_{max}^{2D}$
PC-PC implicite	$6,492 \times 10^{-4}$	$1,155 \times 10^{-4}$	17,8%	$7,54 \times 10^{-3}$	0,154	0,216
GC-PC implicite	$1,377 \times 10^{-3}$	$3,753 \times 10^{-4}$	27,3%	$1,89 \times 10^{-2}$	0,112	0,202

TABLEAU 6.5 – Quantités turbulentes moyennées dans le plan à  $y = L_y/2$ .

Ces observations sont confirmées par l'extraction d'iso-surfaces de critère  $\lambda_2$  présentée

sur la figure 6.7. On observe la présence d'un plus grand nombre de structures tourbillonnaires dans la grande cavité avec la présence de tourbillons en transit le long des parois horizontales issus de l'advection des structures présentes en CL des parois actives.

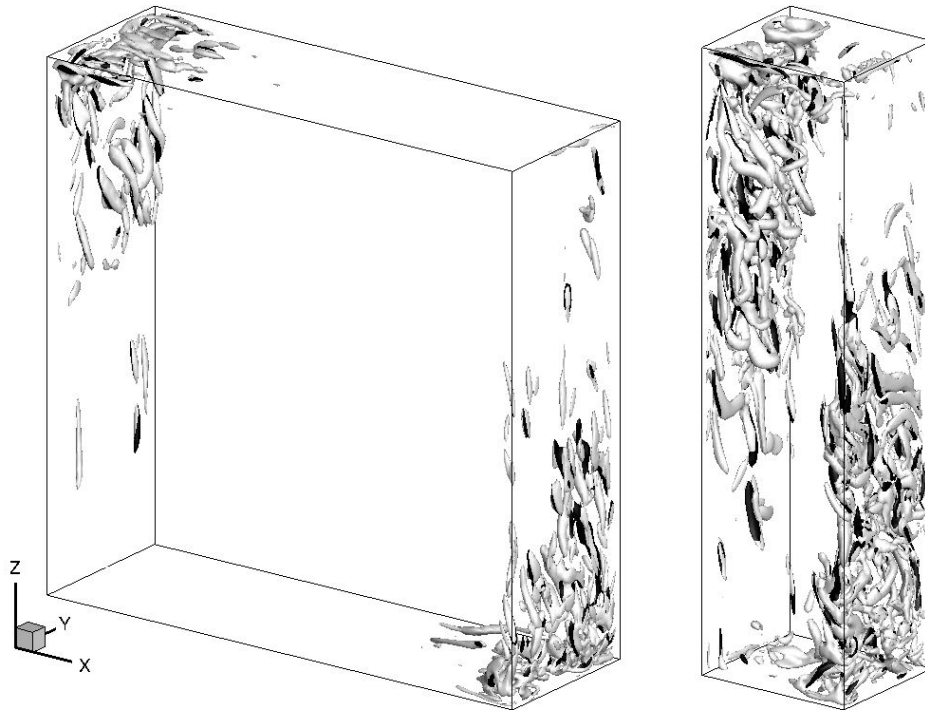


FIGURE 6.7 – Iso-surfaces de critère  $\lambda_2$  colorées par la vorticité verticale  $\omega_z$  pour les configurations *PC-PC implicite* (gauche) et *GC-PC implicite* (droite).

## Résumé

En résumé, nous avons mis en évidence l'impact du facteur de forme sur l'écoulement et les transferts thermiques au sein de la cavité en conservant l'ensemble des grandeurs sans dimension associées au problème convectif et en traitant le rayonnement implicitement au travers d'un champ de température imposé aux parois, issu de mesures dans la petite cavité (PC).

On observe ainsi que la **diminution** du rapport de forme longitudinale  $A_x$  (et dans une moindre mesure  $A_y$ ) dans une configuration réaliste tend à :

- **augmenter** la **stratification thermique centrale** ( $S_c$ )
- **augmenter** les échanges convectifs aux parois ( $Nu$ )
- **augmenter** l'énergie cinétique globale ( $\langle k \rangle$ )
- **intensifier** les **fluctuations** turbulentes ( $I_k$ )
- **diminuer** les maxima de vitesse ( $U_{max}$  et  $W_{max}$ )

Cependant, est-il pertinent de déformer les profils de température issus d'une autre configuration géométrique ? En d'autres termes, peut-on dire que les profils de température aux parois sont indépendants du rapport de forme ?

### 6.2.2 L'approche GC-PC implicite est-elle réaliste dans la grande cavité ?

Afin de vérifier la pertinence de l'approche implicite dans la grande cavité, nous réalisons une simulation numérique couplée convection-rayonnement de surface *explicite*, résolvant ainsi numériquement tant le problème convectif que radiatif.

Pour ce faire, nous considérons une simulation *explicite*, dans la configuration géométrique de la grande cavité (GC) en considérant les propriétés radiative de la petite cavité (PC), dont la convection est traitée par une approche LES au travers du modèle MSDM décrit dans le chapitre 2 pour la diffusivité turbulente (avec  $C_d = 0,5$ ), combinée à une discrétisation QUICK du terme convectif de l'équation de quantité de mouvement (i.e. approche ILES pour la quantité de mouvement).

Concernant l'aspect radiatif dans les cas *explicites*, une approche du rayonnement surfacique par une approche mono gaz gris transparent ( $\tau = 0$ ) est considérée ainsi que des quadratures symétriques d'ordre 10 ( $S_{10}$ ) et un schéma numérique STEP. Le problème radiatif est ensuite résolu tous les 5 pas de temps convectifs.

Une description du maillage, des pas de temps de calculs  $\delta t$  ainsi que de la période d'accumulation statistique est présentée dans le tableau 6.6.

configuration	$\epsilon_{\text{hot}}$	$\epsilon_{\text{top}}$	$\epsilon_{\text{front}}$	type	Maillage	Pas de temps (d.t.u.)	Accumulation statistiques (d.t.u.)
GC-PC explicite	0,09	0,18	0,97	LES	$128 \times 64 \times 300$	$5 \times 10^{-4}$	115
GC-PC implicite	0,09	0,18	0,97	LES	$128 \times 64 \times 300$	$5 \times 10^{-4}$	327

TABEAU 6.6 – Configuration numérique étudiée pour un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ .

Afin de juger l'impact du traitement du couplage convection-rayonnement surfacique (implicite ou explicite), observons dans un premier temps la répartition de température aux parois passives.

La figure 6.8 présente la répartition 2D des iso-contours de température à la paroi avant ( $y = 0$ ) pour les configurations implicite (gauche) et explicite (droite). On observe un écart important entre les deux configurations tant sur la stratification thermique (écart entre les iso-contours) que sur l'amplitude des températures.

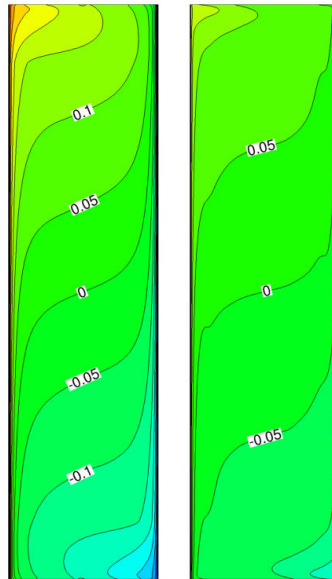


FIGURE 6.8 – Température moyenne à la paroi frontale pour les configurations *GC-PC implicite* (gauche) et *GC-PC explicite* (droite).

Néanmoins, on observe un bon accord sur les profils de température à la paroi haute ( $z/H = 1$ ) à mi-profondeur ( $y = L_y/2$ ), comme illustré par la figure 6.9a, bien que des écarts

subsistent dans les régions  $x/L_x < 0,1$  et  $x/L_x > 0,9$ . Ces écarts peuvent être issus de phénomènes de conduction interne à la paroi horizontale, pris en compte implicitement dans la configuration *implicite* et négligés dans la configuration *explicite*.

La figure 6.9b présente la répartition de Nusselt convectif le long de la ligne médiane ( $y = L_y/2$ ) de la paroi chaude. On observe ainsi un très bon accord entre les deux configurations, bien que les écarts sur la paroi avant soient importants (Cf. figure 6.8). Ceci tend à montrer que les échanges le long des parois actives sont pilotés par la répartition de température le long des parois horizontales, pour lesquelles on observe un très bon accord entre les deux configurations (Cf. figure 6.9a).

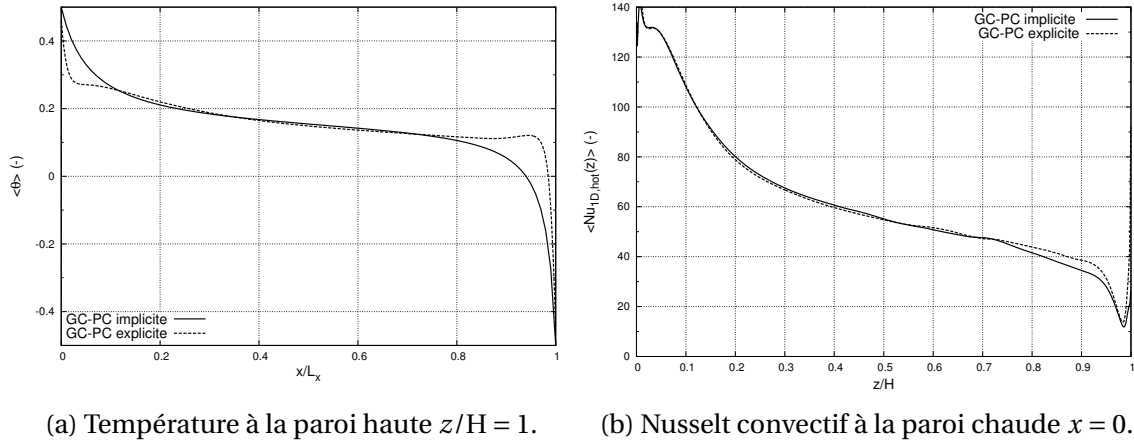


FIGURE 6.9 – Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ .

En revanche, la figure 6.10 présente un bon accord des profils de température, à mi-largeur  $x = L_x/2$  et mi-profondeur  $y = L_y/2$ , au centre de la cavité ( $z/H = 0,5$ ) mais un écart plus important dans la partie basse de la cavité ( $z/H < 0,45$ ), où la configuration implicite présente une température moyenne plus faible. Cette différence observée dans la partie basse de la cavité ( $z/H < 0,45$ ) est à mettre en corrélation avec les observations faites en paroi avant (Cf. figure 6.8), montrant ainsi que le profil de température à mi-profondeur ( $y = L_y/2$ ) est piloté principalement par la paroi avant.

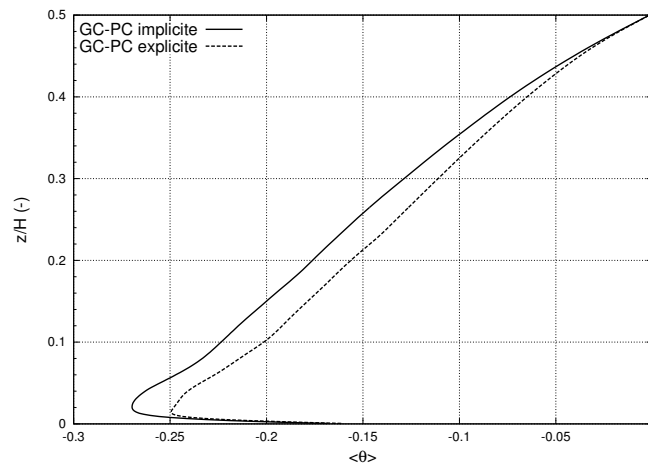


FIGURE 6.10 – Stratification thermique à mi-largeur  $X = L_x/2$  et à mi-profondeur  $y = L_y/2$ .

Afin d'observer l'accord global des échanges thermiques aux parois entre les deux configurations, le tableau 6.7 présente les paramètres de stratification centrale ( $S_c$ ) et frontale ( $S_f$ )

ainsi que les nombres de Nusselt moyens aux parois. On note ainsi un bon accord pour les stratifications avant et centrale ainsi que pour les échanges convectifs aux parois actives. Le léger écart qui subsiste à la paroi haute est probablement imputable à la conduction thermique présente près des parois actives.

configuration	$S_c$	$S_f$	$Nu_{1D,hot}$	$Nu_{2D,hot}$	$Nu_{1D,top}$	$Nu_{2D,top}$
GC-PC implicite	0,83	0,31	62,3	62,6	-20,6	-18,8
GC-PC explicite	0,80	0,27	63,0	65,9	-16,7	-15,3

TABEAU 6.7 – Grandeurs thermiques intégrées.

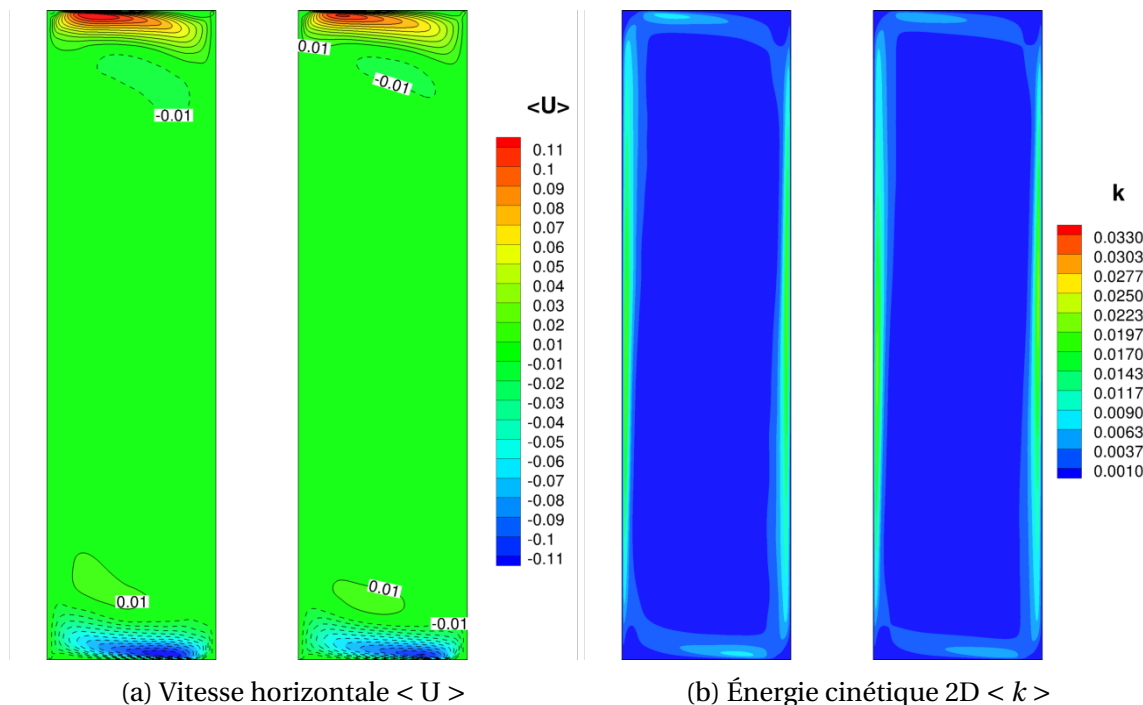


FIGURE 6.11 – Grandeurs cinétiques moyennes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations GC-PC explicite (gauche) et GC-PC implicite (droite).

A présent, intéressons nous aux grandeurs thermiques et cinétiques à mi-profondeur. Les figures 6.11a et 6.11b présentent un bon accord des champs de vitesse horizontale ( $\langle u \rangle$ ) et de l'énergie cinétique 2D moyenne ( $\langle k \rangle = 1/2[\langle u \rangle^2 + \langle w \rangle^2]$ ) à mi-profondeur, bien que des différences faibles apparaissent sur le champ de température à mi-profondeur (figure 6.12) dans les parties haute et basse de la cavité.

Afin de caractériser plus finement les deux configurations, les figures 6.13 et 6.14 présentent des profils de vitesse verticale à mi-profondeur ( $y = L_y/2$ ) pour différentes hauteurs et les valeurs RMS associées. On observe un bon accord des deux configurations tant sur les valeurs moyennes que fluctuantes, bien que la configuration explicite tende à présenter des amplitudes de vitesse légèrement supérieures au cas implicite pour des hauteurs de  $z/H = 0,7$  (figure 6.13c) et  $z/H = 0,8$  (figure 6.13a).



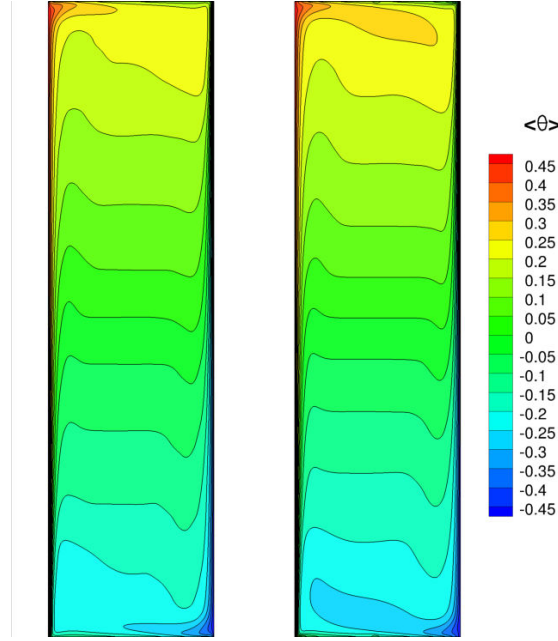


FIGURE 6.12 – Température  $\langle \theta \rangle$  à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *GC-PC explicite* (gauche) et *GC-PC implicite* (droite).

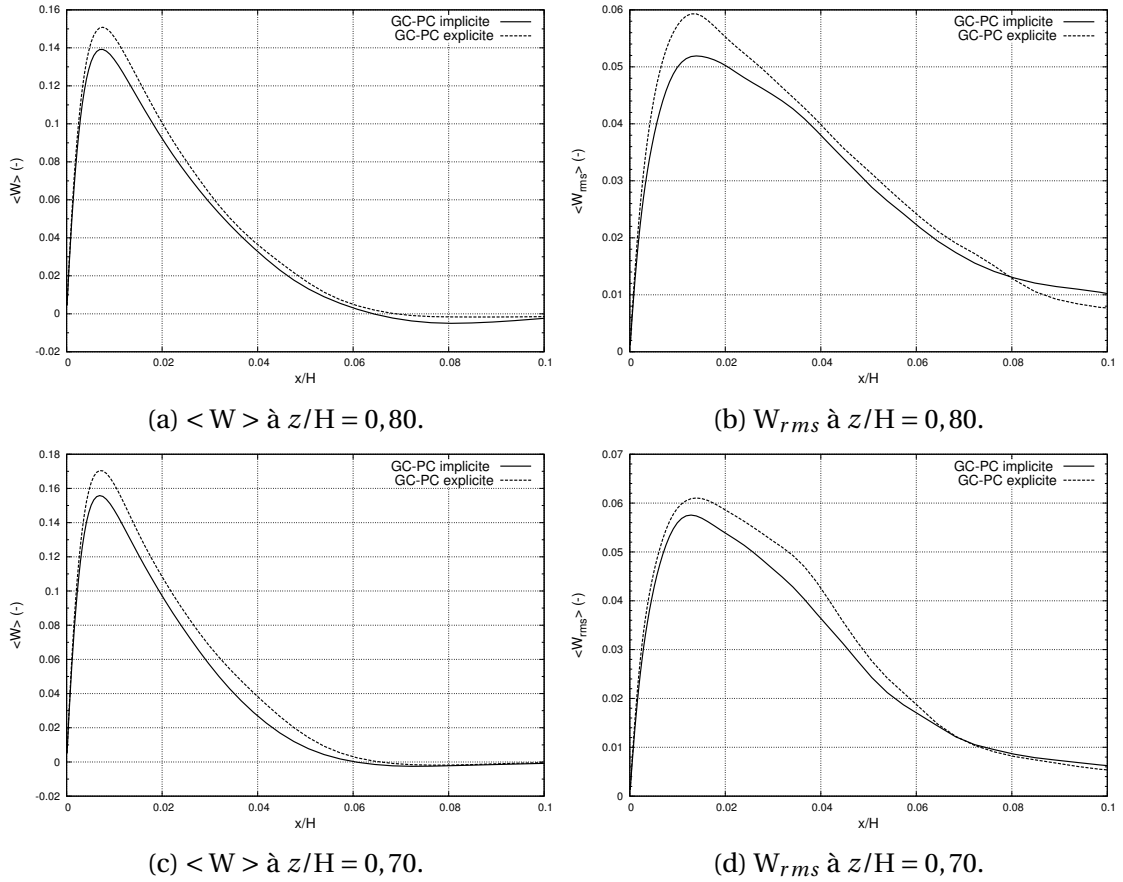


FIGURE 6.13 – Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude pour  $z/H = 0,8$  et  $z/H = 0,7$ .



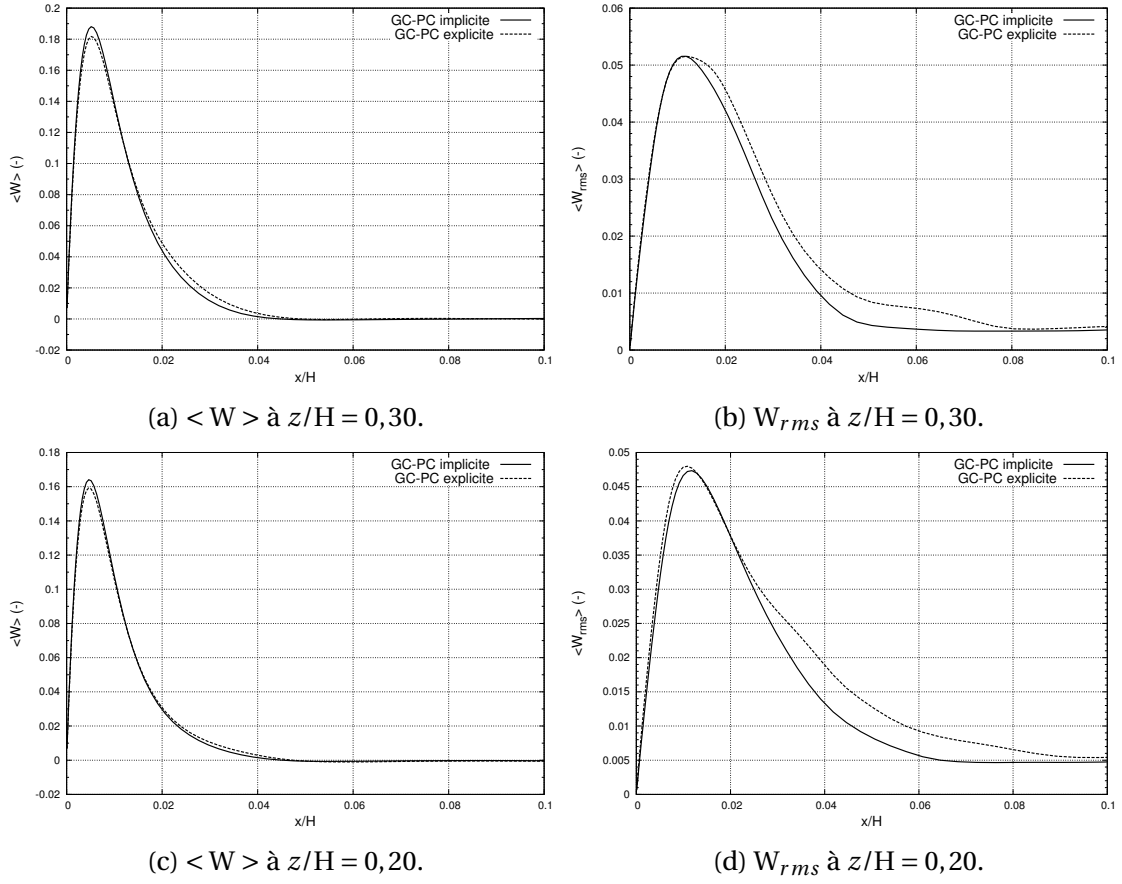


FIGURE 6.14 – Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude pour  $z/H = 0,3$  et  $z/H = 0,2$ .

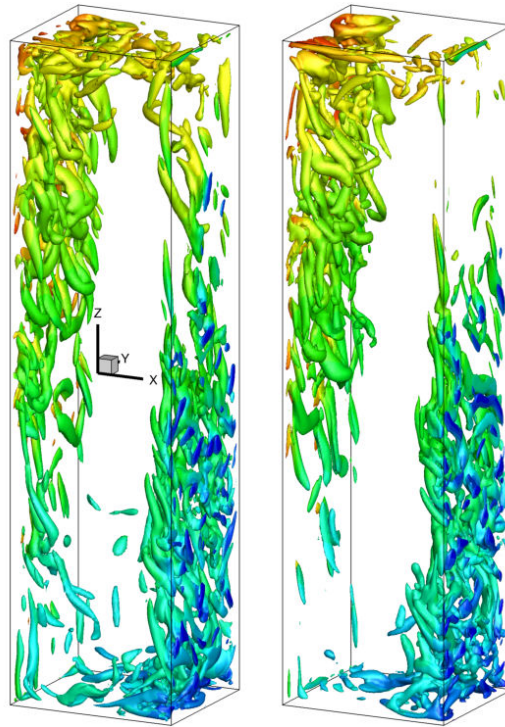


FIGURE 6.15 – Iso-surfaces de critères  $\lambda_2$  colorées par la température  $\theta$  pour les configurations *GC-PC explicite* (gauche) et *GC-PC implicite* (droite).

En outre, de légers écarts subsistent sur les profils de fluctuation de vitesse verticale en partie basse de la cavité ( $z/H = 0,2$  et  $z/H = 0,3$ ) comme illustré par les figures 6.14d et 6.14b. Ces profils de fluctuations RMS plus épais dans la configuration *explicite* proviennent, comme le montre la partie basse de l'image de gauche de la figure 6.15, de la présence de structures turbulentes advectées épisodiquement le long de la paroi basse et issues de la paroi froide. Cette figure présentant les iso-contours de critère  $\lambda_2$  pour la configuration explicite (gauche) et implicite (droite) montre par ailleurs une présence plus importante de structures tourbillonnaires le long des parois actives et horizontales dans le cas explicite par rapport au cas implicite.

## Résumé

Nous avons mis en évidence, dans cette configuration à un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$ , que l'application d'une loi de température aux parois passives permet de représenter de façon implicite le couplage convection-rayonnement surfacique. De plus, nous avons observé que le rapport de forme  $A_x = L_x/H$  n'impacte que très peu la répartition de température à la paroi haute, qui semble contrôler les échanges convectifs aux parois actives ( $Nu_{hot}$  et  $Nu_{cold}$ ) ainsi que les champs cinétiques à mi-profondeur (vitesses, énergie cinétiques, quantités turbulentes). En revanche, le rapport de forme influe de façon importante sur la répartition de la température à la paroi avant qui semble contrôler l'évolution de la stratification thermique à mi-profondeur.

Ainsi, bien que les répartitions de température aux parois passives employées proviennent d'une configuration géométrique différente, la répartition de température à la paroi haute, une fois adaptée à la nouvelle géométrie, permet de caractériser la grande majorité des grandeurs thermiques et cinétiques dans le plan médian de la cavité pour un nombre de Rayleigh donné.

## 6.3 Nombre de Rayleigh intermédiaire $Ra = 4 \times 10^{10}$

Suite à l'étude d'impact du rapport de forme sur le couplage convection-rayonnement de surface, nous allons à présent réaliser une étude dans une configuration expérimentale décrite et étudiée par [Francis, 2011; Saury et al., 2011; Belleoud et al., 2012]. Ce nombre de Rayleigh est le premier à avoir été exploré expérimentalement dans la configuration géométrique de la grande cavité que nous étudions. Ce nombre de Rayleigh ayant servi de palier expérimental pour atteindre l'objectif de  $1,2 \times 10^{11}$ , celui-ci est peu documenté expérimentalement en comparaison à la configuration étudiée par la suite. Néanmoins, la présence d'un régime turbulent développé aux parois actives ainsi que le coût relatif en ressources des simulations numériques couplées à une telle valeur de Rayleigh, en font un excellent point de départ pour l'étude de l'influence du rayonnement sur l'écoulement en régime turbulent. Un rappel des propriétés géométriques et radiatives de la cavité est présenté dans le tableau 6.8.

Grande Cavité (GC)		
H	3,84 m	
$A_x = L_x/H$	0,26	
$A_y = L_y/H$	0,224	
$\Delta T$	7 K	
$T_{ref}$	292,15 K	
$P_{ref}$	101325 Pa	
$V_{ref}$	1,128 m/s	
$t_{ref}$	3,41 s	
$\sigma_B T_{ref}^4/H$	107 W/m <sup>3</sup>	
$Ra$	$4 \times 10^{10}$	
$Pr$	0,71	
$Pl$	$1,16 \times 10^{-4}$	
$\Theta_0$	41,7	
espèce absorbante	H <sub>2</sub> O	
$H_r^*$	100%	
$x_a^*$	0,011	
$\epsilon_{hot}$	0,15 ± 0,03	0,15 ± 0,03
$\epsilon_{top}$	0,10 ± 0,05	0,60 ± 0,05
$\epsilon_{front}$	0,10 ± 0,05	0,60 ± 0,05

TABLEAU 6.8 – Configurations physiques de la grande cavité en air étudiée pour un nombre de Rayleigh de  $4 \times 10^{10}$ .

Pour plus d'informations concernant les résultats expérimentaux présentés, le lecteur est invité à parcourir le mémoire de thèse de [Francis, 2011] ainsi que les articles suivant [Belleoud et al., 2012; Saury et al., 2011].

Cette étude va se décomposer en deux parties :

1. La première destinée à caractériser l'impact de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  sur l'écoulement et les transferts de chaleur en considérant le fluide comme un milieu transparent dans lequel le couplage convection-rayonnement n'intervient qu'au travers de l'équilibre convecto-radiatif aux parois passives de la cavité.
2. La seconde partie de l'étude considère le milieu comme étant un mélange d'air sec et de vapeur d'eau (espèce absorbante) pour deux valeurs d'humidité relative. L'objectif étant de quantifier l'impact du rayonnement surfacique et volumique sur les transferts de chaleur et l'écoulement dans la cavité.

### 6.3.1 Impact de l'émissivité des parois passives $\epsilon_p$ en rayonnement surfacique

Dans un premier temps nous allons considérer dans cette section un cas de couplage **convection-rayonnement surfacique seul, sans rayonnement de gaz** (i.e. **gaz transparent**,  $H_r = 0\%$ ). Ainsi, le couplage entre la convection et le rayonnement n'intervient qu'au travers de la condition d'adiabaticité aux parois passives (haute, basse, avant et arrière).

\*. fraction molaire basée sur la température à la paroi froide.

## Configurations

Les simulations présentées considèrent toutes, dans les configurations décrites précédemment, une approche LES de la convection au travers du modèle MSDM décrit dans le chapitre 2 pour la diffusivité turbulente (avec  $C_d = 0,5$ ) combiné à une discrétisation QUICK du terme convectif de l'équation de quantité de mouvement (i.e. approche ILES pour la quantité de mouvement).

Concernant l'aspect radiatif, les simulations présentées ici considèrent, dans les cas *explicites*, une approche du rayonnement surfacique par une approche mono gaz gris transparent ( $\tau = 0$ ) ainsi que des quadratures symétriques d'ordre 10 ( $S_{10}$ ) et un schéma numérique STEP, pour des raisons de stabilité. Le problème radiatif est ensuite résolu tous les 5 pas de temps convectifs.

Une description du maillage, des pas de temps de calculs  $\delta t$  ainsi que de la période d'accumulation statistique est présentée dans le tableau 6.9 ci dessous. Les configurations *adiabatique* et *explicite*  $\epsilon_p = 0,6$  ont été réalisées à l'aide d'un pas de temps fixe, tandis que la configuration *explicite*  $\epsilon_p = 0,1$  a été réalisée sous critère de CFL = 0,5 conduisant à un pas de temps moyen de l'ordre de  $4 \times 10^{-4}$ .

Cas	$\epsilon_a$	$\epsilon_p$	DNS/LES	Maillage	Pas de temps	Période d'accumulation statistiques (d.t.u.)
adiabatique	0,0	0,0	LES	$200 \times 100 \times 512$	$5 \times 10^{-4}$	295
explicite	0,15	0,1	LES	$200 \times 100 \times 512$	$\approx 4 \times 10^{-4}$	533
explicite	0,15	0,6	LES	$200 \times 100 \times 512$	$2 \times 10^{-4}$	454

TABLEAU 6.9 – Caractéristiques temporelles des simulations à  $Ra = 4 \times 10^{10}$ .

Afin de réaliser cette étude, les simulations LES présentées ont été menées sur des maillages raffinés aux abords des parois actives dans la direction  $x$  suivant une loi en tangente hyperbolique\* et réguliers suivant les directions transverse (direction  $y$ , suivant la profondeur) et verticale (direction  $z$ ). Cette répartition des cellules du maillage permet la capture des phénomènes physique moteurs et des gradients présents dans les couches limites des parois actives tout en conservant un rapport d'aspect acceptable dans le plan  $yz$ . Ainsi, le raffinement de maillage autorise une bonne capture des fines couches limites laminares des parois actives tout en faisant usage du modèle LES près des parois passives comme illustré par les faibles unités de parois (tableau 6.17).

configuration	maillage	$\alpha_{\tanh}^x$	$\alpha_{\tanh}^y$	$\alpha_{\tanh}^z$	$(x^+)_{\max}^{\text{hot/cold}}$	$(y^+)_{\max}^{\text{front/back}}$	$(z^+)_{\max}^{\text{top/bottom}}$
adiabatique $\epsilon_p = 0,00$	$200 \times 100 \times 512$	4,0	Reg	Reg	0,79	7,27	2,93
GC-explicite $\epsilon_p = 0,10$	$200 \times 100 \times 512$	4,0	Reg	Reg	0,73	6,78	3,78
GC-explicite $\epsilon_p = 0,60$	$200 \times 100 \times 512$	4,0	Reg	Reg	0,70	6,46	4,40

TABLEAU 6.10 – Caractérisation du maillage (en nombre de cellules) étiré en couches limites (répartition en tangente hyperbolique de coefficients  $\alpha_{\tanh}$  suivant  $x$  et régulier suivant  $y$  et  $z$ ) et les unités de parois.

\*. loi en  $x[i] = \frac{\Delta_x}{2} \left[ 1 + \frac{\tanh(\alpha^x(i/N_i - 1/2))}{\tanh(\alpha^x/2)} \right]$  avec  $i \in [1, N_i]$  et  $N_i$  le nombre de points suivant la direction  $x$ .

## Résultats

Dans le cadre de cette analyse, nous allons dans un premier temps considérer les aspects thermiques du système. Aussi, les figures 6.16 présentent des profils de grandeurs thermiques extraits à mi-profondeur.

La figure 6.16a présente la répartition du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude pour les trois configurations étudiées. Dans un premier temps, nous observons un bon accord numérique-expérimental pour la configuration considérant une émissivité des parois passive  $\epsilon_p = 0,1$ . On note que la position de la transition laminaire-turbulente semble capturée légèrement en avance par la simulation couplée ( $z_t/H \approx 0,25$ ) par rapport à l'expérience ( $z_t/H \approx 0,3$ ). De plus, les échanges dans la région laminaire ( $z/H < 0,25$ ) sont surestimés par la simulation, ce qui traduit la présence d'un écoulement plus froid en amont de la paroi chaude (i.e. sortie de la paroi basse) dans le cas numérique. Cependant, en considérant les trois configurations numériques, on observe un échelonnement des transitions laminaire-turbulent des différents profils en fonction de l'émissivité des parois passives. En effet, l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$  tend à déclencher la transition laminaire-turbulent de plus en plus en amont (i.e.  $\epsilon_p \nearrow$  implique  $z_t/H \searrow$ ) augmentant ainsi la surface de la paroi active en régime turbulent, ce qui engendre une augmentation des échanges convectifs globaux, lorsque l'émissivité augmente.

La figure 6.16b présente la répartition de température le long de la paroi haute de la cavité. On observe que la configuration *adiabatique* présente une température quasi-homogène autour de  $\theta \approx 0,42$  avec une très légère décroissance dans la région proche de la zone d'impact du jet de couche limite de la paroi chaude ( $x/L_x < 0,2$ ). Cependant, on observe que la température moyenne diminue avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  avec un élargissement de la zone d'échange caractéristique du jet impactant issu de la couche limite (CL) chaude ( $x/L_x < 0,4$ ). Ainsi, le rayonnement de paroi tend à diminuer la température de la paroi haute en autorisant les échanges thermiques avec les autres parois.

[Sergent et al., 2013a; Xin et al., 2013] ont montré que la répartition de température aux parois passives tend à affecter la stratification thermique au sein de la cavité. Cette remarque peut également être observée sur la figure 6.16c. On observe que l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  tend à diminuer la stratification thermique ( $\partial\theta/\partial z \searrow$ ) ce qui s'observe également sur la figure 6.16b qui montre la température moyenne diminue quand  $\epsilon_p \nearrow$ . Aussi, on observe que dans la configuration *adiabatique*, un point d'inflexion du profil de température pour une côte de  $z/H \approx 0,65$  indique une dé-stratification thermique importante ( $\partial^2\theta/\partial z^2 \neq 0$ ) due à l'homogénéisation turbulente de l'écoulement dans la partie supérieure de la cavité. Cette homogénéisation est issue de la cellule de convection turbulente observée à  $z/H = 0,6$  sur le profil de Nusselt à la paroi chaude (figure 6.16a) que nous observerons par la suite. En outre, les profils de température quasi-linéaires des configurations à  $\epsilon_p = 0,1$  et  $\epsilon_p = 0,6$  indiquent des échanges plus importants entre les parois actives et le cœur de la cavité.

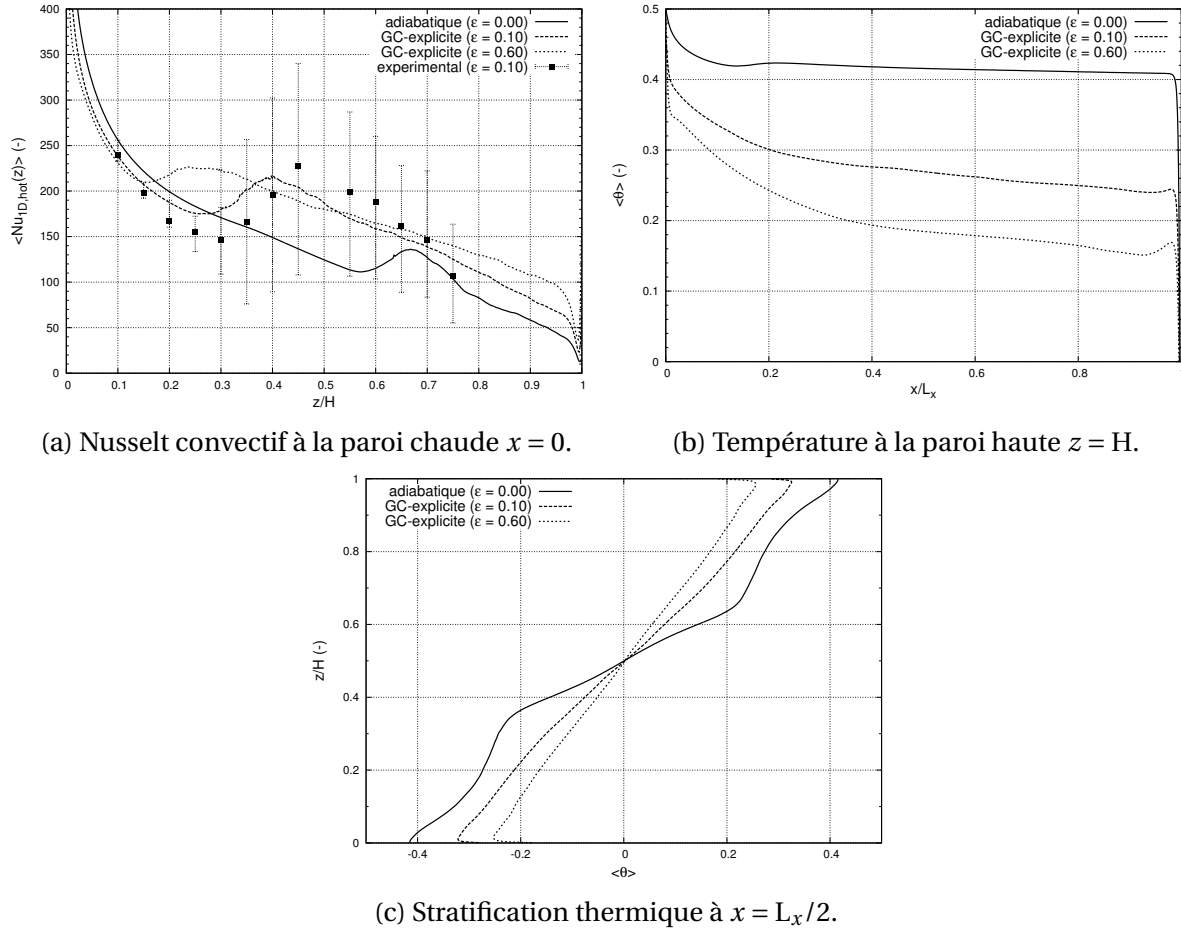


FIGURE 6.16 – Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011].

A présent, observons la paroi passive avant. Les figures 6.17 présentent les champs de température et du nombre de Nusselt convectif à la paroi avant pour les configurations à faible (gauche) et forte émissivité (droite). La figure 6.17a met en évidence, au même titre que la figure 6.16c, la différence de stratification thermique centrale (i.e. espacement entre les iso-contours de température) présente sur la paroi avant entre les deux configurations. On observe dans les deux configurations, la présence d'extremum de température dans les zones proches de la région du jet impactant des parois actives ( $0,9 < z/H < 1$  et  $x/L_x < 0,2$  pour la paroi chaude). En outre, on observe la présence de "bosses" et de "creux" sur les iso-contours de température (extrémum puis minimum) dans les régions proches des CL turbulentes des parois actives ( $z/H > 0,6$  et  $x/L_x < 0,4$ ), signalant la présence d'écoulements intenses (première "bosse", augmentation des échanges thermiques) et de zones de circulations (zone de "creux", ré-injection d'écoulement chaud) en proche paroi avant, pouvant être observées à mi-profondeur sur les lignes de courants de la figure 6.18. La figure 6.17b présente la répartition du nombre de Nusselt convectif sur la paroi avant. Suite à des soucis techniques liés aux machines de calcul, le champs de nusselt convectif en paroi avant n'a pu être accumulé que sur 50 unités de temps, résultant dans des iso-contours pas complètement convergés. Néanmoins, la bonne concordance observée avec ceux obtenus à  $Ra = 1,2 \times 10^{11}$  (présentés dans la section suivante ; figure 6.36b) nous permet des comparaisons qualitatives entre les deux configurations. Aussi, on observe que le rayonnement de paroi tend à refroidir l'écoulement près de la partie supérieure de la paroi avant ( $z/H > 0,6$ ) avec à l'inverse un réchauffement dans la partie inférieure ( $z/H < 0,4$ ) pour les deux confi-



gurations. On note également que le rayonnement de paroi tend à refroidir (resp. chauffer) l'écoulement situé près de la couche limite ( $x/L_x < 0,05$ ) chaude (resp. froide), jouant ainsi un rôle de régulation thermique. Cependant, on note dans la configuration à  $\epsilon_p = 0,6$  un profil plus étiré des iso-contours dans la région de la re-circulation ( $0,6 < z/H < 0,8$ ) de la paroi chaude. Cet étirement de la zone de chauffe ( $Nu_c > 0$ ) jusqu'à  $z/H \approx 0,75$  combiné à la fine bande de refroidissement dans le voisinage immédiat de la couche limite de la paroi chaude ( $Nu_c < 0$  pour  $x/L_x < 0,05$ ) tend à ralentir cette dernière (diminution de la flottabilité) et à accélérer la zone hors couche limite (augmentation de la flottabilité pour  $x/L_x > 0,2$ ), augmentant ainsi l'épaisseur de la couche limite chaude. Le même phénomène intervient aux abords de la paroi froide. Ce processus, à défaut de déclencher la transition laminaire-turbulent, tend à en stabiliser la position près des parois avant et arrière.

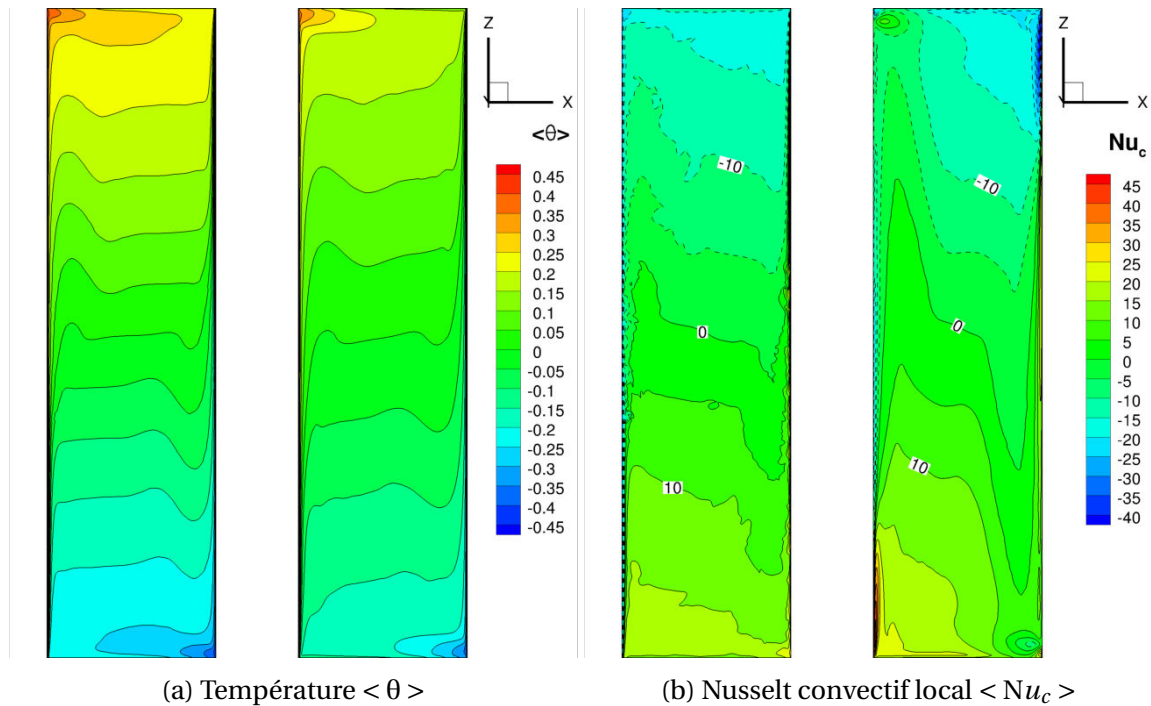


FIGURE 6.17 – Grandeurs thermiques moyennes extraites à la paroi frontale  $y = 0$  pour les configurations GC-explicite ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et GC-explicite ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

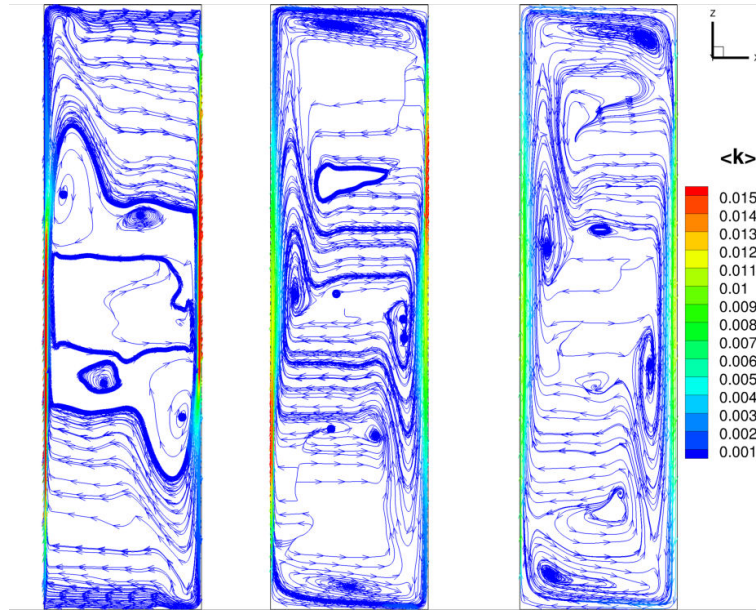


FIGURE 6.18 – Lignes de courants colorées par l'énergie cinétique moyenne à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *adiabatique* ( $\epsilon_p = 0,00$ ) (gauche), *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (milieu) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

Une fois observé les phénomènes en place aux parois de la cavité, nous allons à présent étudier l'écoulement à mi-profondeur. Dans un premier temps, la figure 6.19a présente la répartition de température à mi-profondeur de la cavité. Comme observé sur la paroi avant (Cf. figure 6.17a), nous observons la présence de "bosses" sur les iso-contours de température, matérialisant la présence de zones d'écoulements redescendant prélevant de l'air des CL des parois actives et les injectant dans le cœur de la cavité (comme illustré sur la figure 6.18), favorisant ainsi l'homogénéisation de la température du cœur ( $0,4 < z/H < 0,6$ ) et diminuant la stratification thermique centrale ( $\partial\theta/\partial z$ , Cf. figure 6.16c). Dans la configuration *adiabatique*, on observe que la re-circulation présente pour  $0,6 < z/H < 0,75$  n'affecte que la partie supérieure de la cavité ( $z/H > 0,65$ ), imposant ainsi une forte stratification dans la zone centrale de la cavité. A l'inverse, les configurations à faible et forte émissivités présentent une stratification thermique quasi-linéaire (espacement constant entre les iso-contours) démontrant le rôle d'homogénéisation thermique de la turbulence des couches limites. On note cependant une zone quasi homogène pour  $z/H > 0,8$  qui diminue avec l'augmentation de l'émissivité et le renforcement du jet horizontal (Cf. figure 6.19b). La dissipation thermique de cette zone est due en partie à la diminution de la température de la paroi haute (refroidissement de la partie supérieure de la cavité), ainsi qu'à l'advection introduite par l'augmentation de la dynamique de la couche limite de la paroi haute, comme illustré par la composante horizontale de vitesse moyenne ( $\langle U \rangle$ ) sur la figure 6.19b.

On observe que l'augmentation de l'émissivité tend à dynamiser les couches limites haute et basse, avec un pic de vitesse dans la zone d'impact du jet de couche limite active ( $z/H > 0,9$  et  $x/L_x < 0,3$ ).



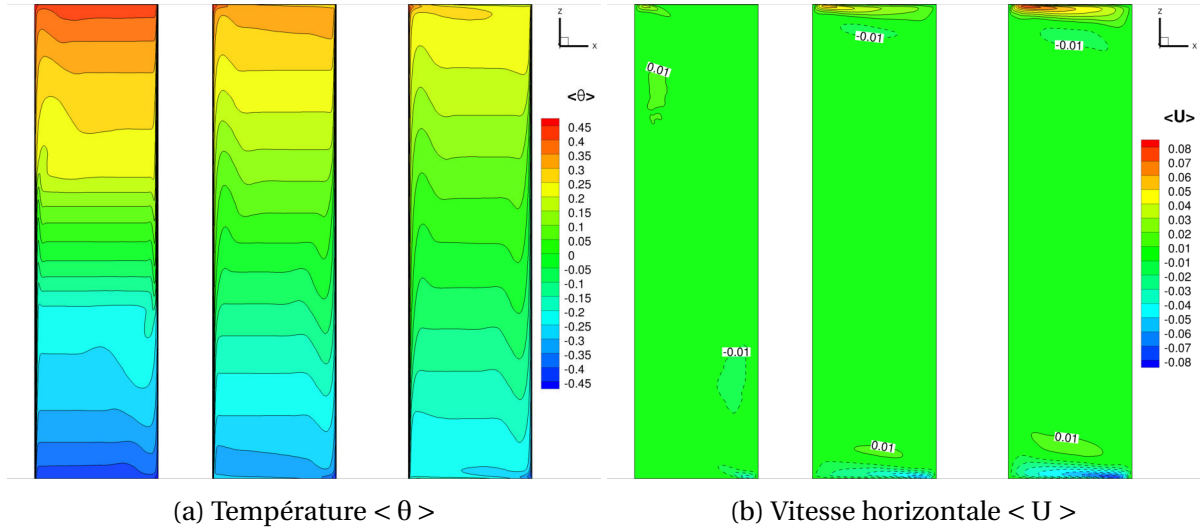


FIGURE 6.19 – Champs de température et de vitesse horizontale moyennes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *adiabatique* (gauche), *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (centre) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

La dynamisation des jets pariétaux (parois haute et basse) est principalement dû à l'augmentation de la cinétique de l'écoulement impactant ces parois issus des parois actives amonts comme illustré par le maximum de vitesse verticale dans la couche limite chaude sur la figure 6.20a pour  $z/H > 0,7$ . On y observe deux phénomènes : (i) la diminution de la dynamique de la CL avec l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$  pour des côtes inférieures à  $z/H = 0,5 - 0,65$  puis (ii) une augmentation de la dynamique au delà. Cette dernière portion est responsable de l'augmentation de la dynamique de la CL de la paroi haute observée précédemment.

En outre, la figure 6.20a illustre un comportement différent de la configuration à  $\epsilon_p = 0,6$  par rapport aux configurations à plus faibles émissivités. En s'appuyant sur l'épaisseur de couche limite cinétique, définie dans le chapitre 2, présentée sur la figure 6.20b, nous pouvons observer que les configurations *adiabatique* et  $\epsilon_p = 0,1$  présentent une diminution monotone du maximum de vitesse verticale au delà la transition laminaire-turbulent ( $z/H > 0,3$  pour  $\epsilon_p = 0,1$ ). En revanche, la configuration à forte émissivité ( $\epsilon_p = 0,6$ ) présente une ré-augmentation de  $w_{max}$  passée la transition ( $z/H \approx 0,18$ ) jusqu'à une côte de  $z/H \approx 0,5$  où l'épaisseur de la CL cinétique est maximale (Cf. figure 6.20b). Ce comportement implique l'introduction de fluide issu d'un écoulement axial (suivant l'axe  $x$  comme illustré sur la figure 6.18) afin de permettre à la fois l'augmentation de la dynamique de la CL et de l'épaisseur de la couche limite cinétique.

En observant la figure 6.20b présentant l'épaisseur de la couche limite cinétique, on note que l'écoulement en régime turbulent dans la partie supérieure de la couche limite chaude ( $z/H > 0,5$ ) ne se re-laminarise pas avant d'atteindre la paroi supérieure vers  $z/H \approx 1$ . De plus, la couche limite s'épaississant avec l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$ , on observe l'apparition de fluctuations en amont de la couche limite de la paroi haute ( $z/H > 0,9$  et  $x/L_x < 0,15$ ) comme illustré par la figure 6.21a, au profit d'une diminution de l'intensité turbulente dans la couche limite chaude ( $0,35 < z/H < 0,8$ ).

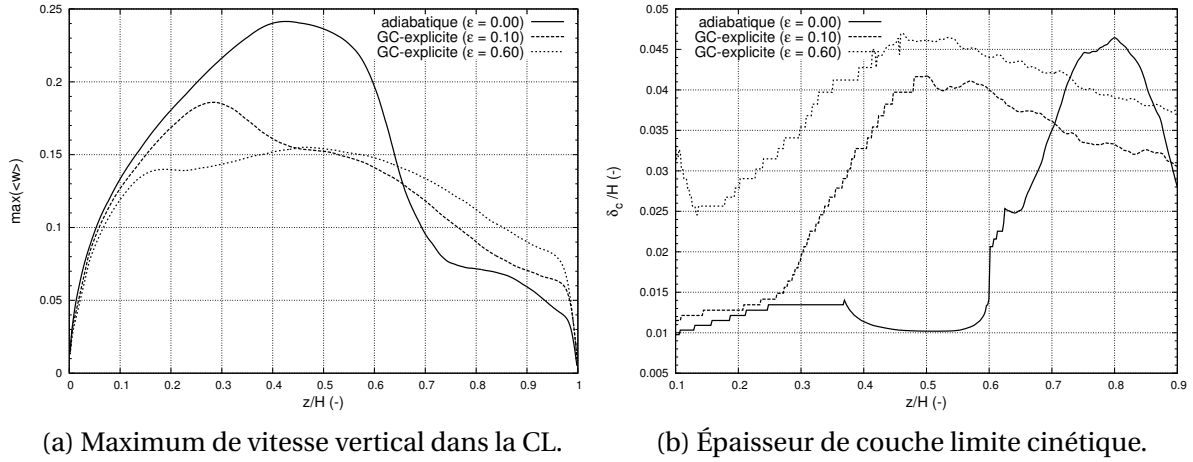


FIGURE 6.20 – Extraction au sein de la couche limite de la paroi chaude à  $y = L_y/2$ .

En effet, on note sur la configuration *adiabatique* un confinement des fluctuations dans les couches limites des parois actives ( $x/L_x < 0,2$ ), et plus particulièrement des zones de décollement turbulent ( $0,6 < z/H < 0,9$ ). En outre, dès lors que l'émissivité  $\epsilon_p$  augmente, l'énergie cinétique turbulente diminue dans les CL actives et s'étend tant sur les parois actives que les parois horizontales. Pour une émissivité  $\epsilon_p = 0,1$ , les fluctuations turbulentes des couches limites actives sont advectées sur la première partie des parois horizontales ( $x/L_x < 0,4$ ) avant de se re-laminariser. Pour une forte émissivité, on observe une augmentation de la zone turbulente à l'ensemble des parois horizontales conduisant à un régime quasi-turbulent sur l'ensemble des couches limites de la cavité, à l'exception des parois avant et arrière.

Une illustration du développement turbulent des couches limites horizontales peut être observée sur les fluctuations de température présentées sur la figure 6.21b. On observe dans la configuration  $\epsilon_p = 0,6$  un épaississement de la zone turbulente à la paroi haute (et basse) avec une première zone où l'advection des tourbillons issus de la CL chaude est dominante ( $x/L_x < 0,3$ ) et une seconde zone ( $x/L_x > 0,4$ ) où ceux-ci sont combinés à des cellules de Bénard, observées sur les champs instantanés de vitesse et de température (cf. figure 6.23).

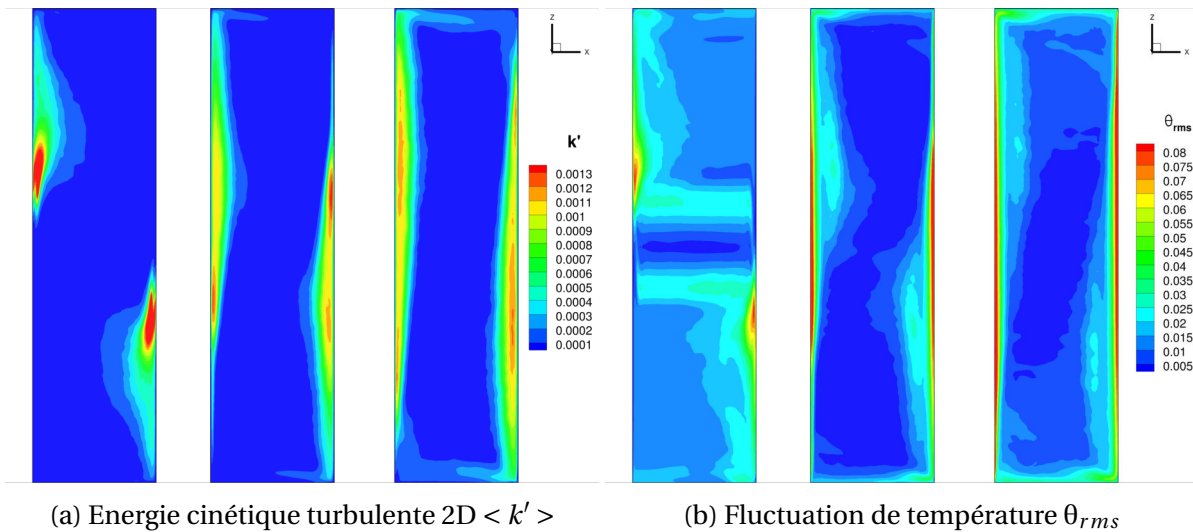


FIGURE 6.21 – RMS de température et énergie cinétique turbulente à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *adiabatique* (gauche), *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (centre) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

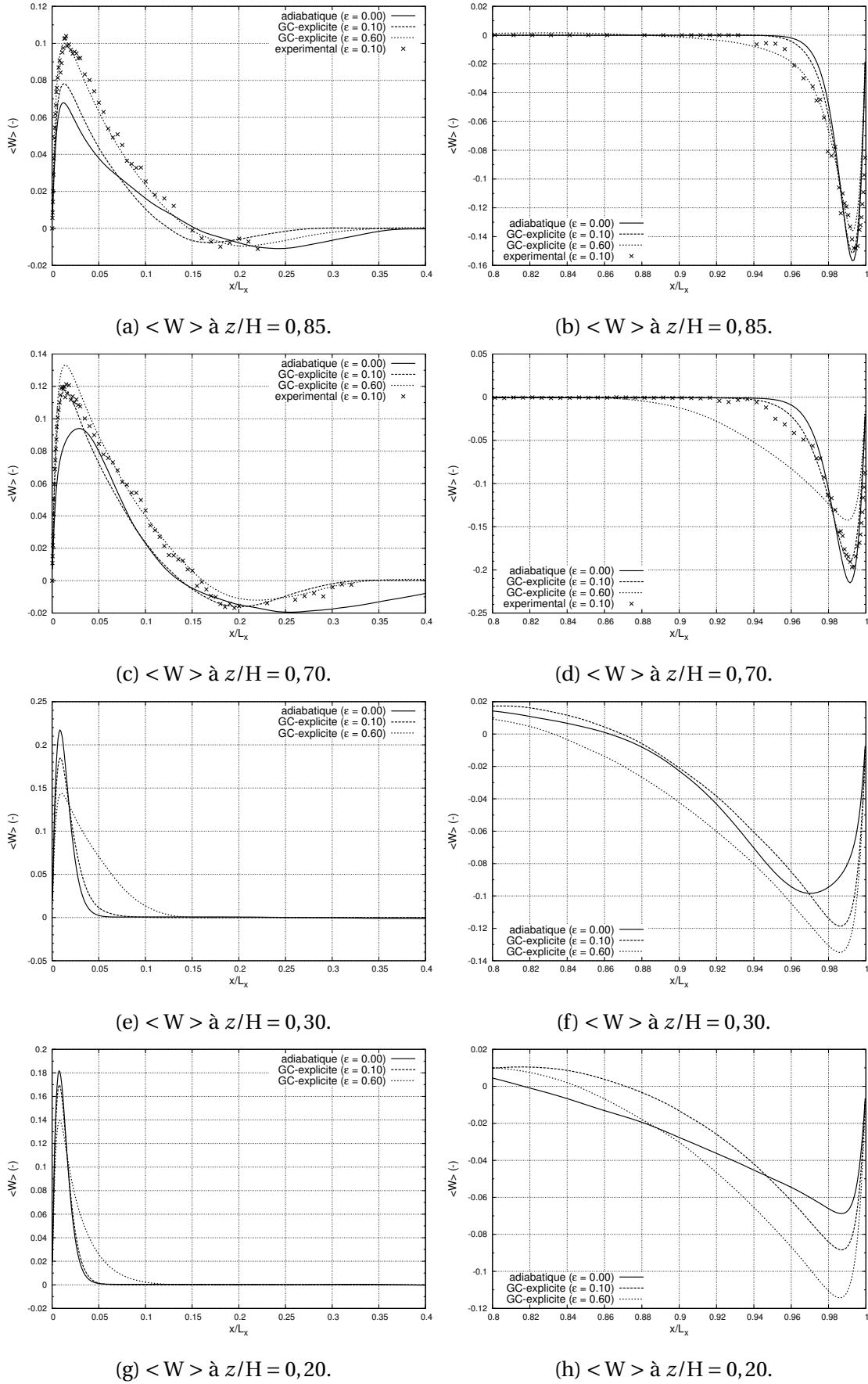


FIGURE 6.22 – Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude (a,c,e,g) et de la paroi froide (b,d,f,h). Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011].

Considérons à présent les profils de vitesse verticale à différentes hauteurs présentés sur les figures 6.22.

Les figures 6.22a, 6.22b, 6.22c et 6.22d présentent des comparaisons avec des résultats expérimentaux issus de [Francis, 2011] pour des côtes de  $z/H = 0,70$  et  $z/H = 0,85$ .

On observe sur les figures 6.22a et 6.22c, l'augmentation de l'amplitude de vitesse verticale avec l'émissivité  $\epsilon_p$  au sein de la couche limite turbulente de la paroi chaude comme décrite précédemment. De plus, les figures 6.22b et 6.22d présentent l'évolution inverse au sein de la CL laminaire de la paroi froide, comme observé précédemment au sein de la portion amont de la CL chaude. Néanmoins, on observe que les mesures expérimentales ( $\epsilon_p = 0,1$ ) sont en bon accord avec les résultats numériques pour  $\epsilon_p = 0,1$  à  $z/H = 0,7$ , mais s'accordent par la suite mieux avec les profils numériques  $\epsilon_p = 0,6$  à  $z/H = 0,85$ , tant dans la CL chaude que froide. Ces différences proviennent certainement de la transition laminaire-turbulent plus précoce de la simulation à  $\epsilon_p = 0,1$  par rapport à l'expérience ainsi que de la représentation de la re-circulation proche du plafond conduisant à une mauvaise estimation de l'épaisseur de CL dans cette région, et de fait, une sous-estimation des échanges de chaleur dans la zone turbulente de la CL chaude (Cf. figure 6.16a). A titre indicatif, les figures 6.22e, 6.22f, 6.22g et 6.22h présentent les profils de vitesse dans la partie basse de la cavité. Ceux-ci présentent une centro-symétrie par rapport à la partie haute de la cavité, comme illustré par les figures aux côtes  $z/H = 0,7$  froid et  $z/H = 0,3$  chaud.

Ainsi, une fois observé les phénomènes locaux, observons la cavité dans son ensemble au travers des grandeurs cinétiques et thermiques globales compilées dans les tableaux 6.11 et 6.12.

Le tableau 6.11 présente l'évolution des grandeurs cinétiques à mi-profondeur pour les trois configurations étudiées. On y retrouve les conclusions faites précédemment telles que l'augmentation de la dynamique des CL horizontales ( $u_{max} \nearrow$ ) et la diminution globale de l'amplitude de vitesse verticale maximale dans les couches limites actives ( $w_{max} \searrow$ ), avec l'accroissement de l'émissivité  $\epsilon_p$ . Concernant ce dernier point, gardons à l'idée la figure 6.20a qui met en évidence une ré-accélération de l'écoulement dans la région pleinement turbulente (pour des côtes supérieures à 65%) avec l'augmentation de l'émissivité. La seconde portion du tableau présente les valeurs moyennes d'énergie cinétique moyenne et turbulente ainsi que leurs intensités. On note une augmentation globale de l'énergie cinétique moyenne et turbulente, avec cependant une augmentation de l'intensité turbulente moyenne de 21% en *adiabatique* à 31% pour  $\epsilon_p = 0,6$ . On note un bon accord numérique-expérimental tant sur l'évaluation du maximum de vitesse horizontale ( $u_{max}$ ) que sur l'intensité turbulente  $I_k$ , bien que la simulation tend à surestimer l'amplitude maximale de vitesse verticale  $w_{max}$ .

$y = L_y/2$	$u_{max}$	$v_{max}$	$w_{max}$	$\langle k \rangle$	$\langle k' \rangle$	$I_k$
adiabatique $\epsilon_p = 0,00$	0,0341	0,0034	0,2410	$4,698 \times 10^{-4}$	$1,024 \times 10^{-4}$	21,7%
GC-explicite $\epsilon_p = 0,10$	0,0561	0,0024	0,1854	$5,280 \times 10^{-4}$	$1,522 \times 10^{-4}$	28,8%
GC-explicite $\epsilon_p = 0,60$	0,0771	0,0035	0,1550	$7,021 \times 10^{-4}$	$2,225 \times 10^{-4}$	31,7%
expérimental $\epsilon_p = 0,10$	0,054 *	N.C.	0,134	N.C.	N.C.	30,2% (max)

TABLEAU 6.11 – Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011].

\*. valeur issue du profil expérimental à  $x = L_x/2$ .

Le tableau 6.12 présente les valeurs des nombres de Nusselts moyens aux parois de la cavité ainsi que le paramètre de stratification thermique centrale ( $S_c$ ) et frontale ( $S_f$ ). On observe un bon accord numérique-expérimentale des Nusselts 1D paroi chaude ( $Nu_{hot}^{1D}$ ) pour la configuration  $\epsilon_p = 0,1$ . Cependant, la stratification centrale  $S_c$  semble surestimée par la simulation. En revanche, on observe un très bon accord de la stratification centrale pour la configuration à forte émissivité  $\epsilon_p = 0,6$ . On peut rappeler que le paramètre de stratification est très sensible aux conditions limites, il est donc très sensible à l'émissivité des parois passives et à l'incertitude associée à la détermination de cette grandeur. Néanmoins, on note la tendance générale à la diminution des paramètres de stratification centrale et frontale avec l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$ .

	$\epsilon_p$		$Nu_{hot}^{1D}$	$Nu_{hot}^{2D}$	$Nu_{cold}^{2D}$	$Nu_{top}^{2D}$	$Nu_{bottom}^{2D}$	$Nu_{front}^{2D}$	$Nu_{back}^{2D}$	$S_c$	$S_f$
num.	0,00	$Nu_c$	151,7	150,7	-151,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,21	1,23
	0,10	$Nu_c$	162,8	171,6	-172,7	-18,3	18,6	0,20	0,22	0,81	0,64
		$Nu_r$	64,3	64,0	-63,4	18,3	-18,6	-0,20	-0,22		
	0,60	$Nu_c$	182,0	182,5	-183,6	-37,9	38,7	0,4	0,4	0,47	0,38
		$Nu_r$	64,5	64,2	-62,9	37,9	-38,7	-0,4	-0,4		
exp.	0,10	$Nu_c$	$157 \pm 30^*$	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	$0,59 \pm 0,03$ ( $Ra = 5,8 \times 10^{10}$ ) *	N.C.
	0,60	$Nu_c$	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	$0,47 \pm 0,03$ ( $Ra = 5,8 \times 10^{10}$ ) *	N.C.

TABLEAU 6.12 – Nombres de Nusselts globaux aux parois et paramètres de stratification thermique centrale et frontale. Les valeurs des nombres de Nusselt expérimentaux sont issues de [Francis, 2011].

A présent, observons les échanges convectifs et radiatifs aux parois de la cavité (tableau 6.12).

On observe que l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$  tend à augmenter l'ensemble des échanges convectifs aux parois de la cavité. En outre, on observe aux parois actives une contribution importante du rayonnement surfacique à hauteur de 27% des échanges globaux ( $Nu_g = Nu_c + Nu_r$ ) dans le cas  $\epsilon_p = 0,1$  et de l'ordre de 26% dans la configuration  $\epsilon_p = 0,6$ . Cette contribution est d'autant plus importante que l'émissivité des parois actives  $\epsilon_a$  n'est que de 0,15. On observe cependant que l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  n'affecte que de manière négligeable les flux radiatifs aux parois actives ( $Nu_r$ ). Cela signifie que le flux radiatif incident ( $\vec{q}_{inc} \cdot \vec{n}$ ) n'est que faiblement impacté par l'émissivité des parois passives. De plus, bien que le rayonnement introduit la température absolue des parois à la puissance 4, on observe que le faible écart de température entre les parois actives  $\Delta T = 7K$  n'apporte quasiment aucune dissymétrie des échanges entre les parois chaude et froide (i.e.  $Nu_{r,hot}^{2D} \approx Nu_{r,cold}^{2D}$ ) dans la configuration à faible émissivité des parois passives  $\epsilon_p = 0,1$ . Cependant, cet écart semble croître avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives comme illustré par la configuration  $\epsilon_p = 0,6$ . En outre, on observe sur les parois avant et arrière des valeurs de Nusselt moyen très faibles. Dans le cas d'une configuration présentant une centro-symétrie des échanges convectifs en paroi frontale ( $Nu_c(z/H < 0,5) + Nu_c(z/H > 0,5) = 0$ ), les Nusselts moyens doivent être nuls. Aussi, ces valeurs faibles mais non-nulles sont le reflet d'une dissymétrie des échanges convectifs en paroi avant (Cf. figure 6.17b), certainement introduite par le caractère "absolu" (i.e. faisant intervenir la température absolue) du rayonnement.

\*. Données issues de [Saury et al., 2011] et [Francis, 2011].



Afin de visualiser l'impact du rayonnement de parois sur l'écoulement, la figure 6.23 présente une extraction d'iso-surfaces de critère  $\lambda_2$  colorées par la température. On observe l'évolution de la transition laminaire-turbulent qui tend à se produire de plus en plus tôt sur les parois actives. De plus, on note également l'advection des tourbillons issus des CL actives (ex : paroi chaude) le long des parois horizontales (ex : paroi haute) ainsi que l'émergence de cellules de Bénard dans la partie aval de ces mêmes parois ( $x/L_x > 0,6$ ) pour la configuration à forte émissivité  $\epsilon_p = 0,6$ .

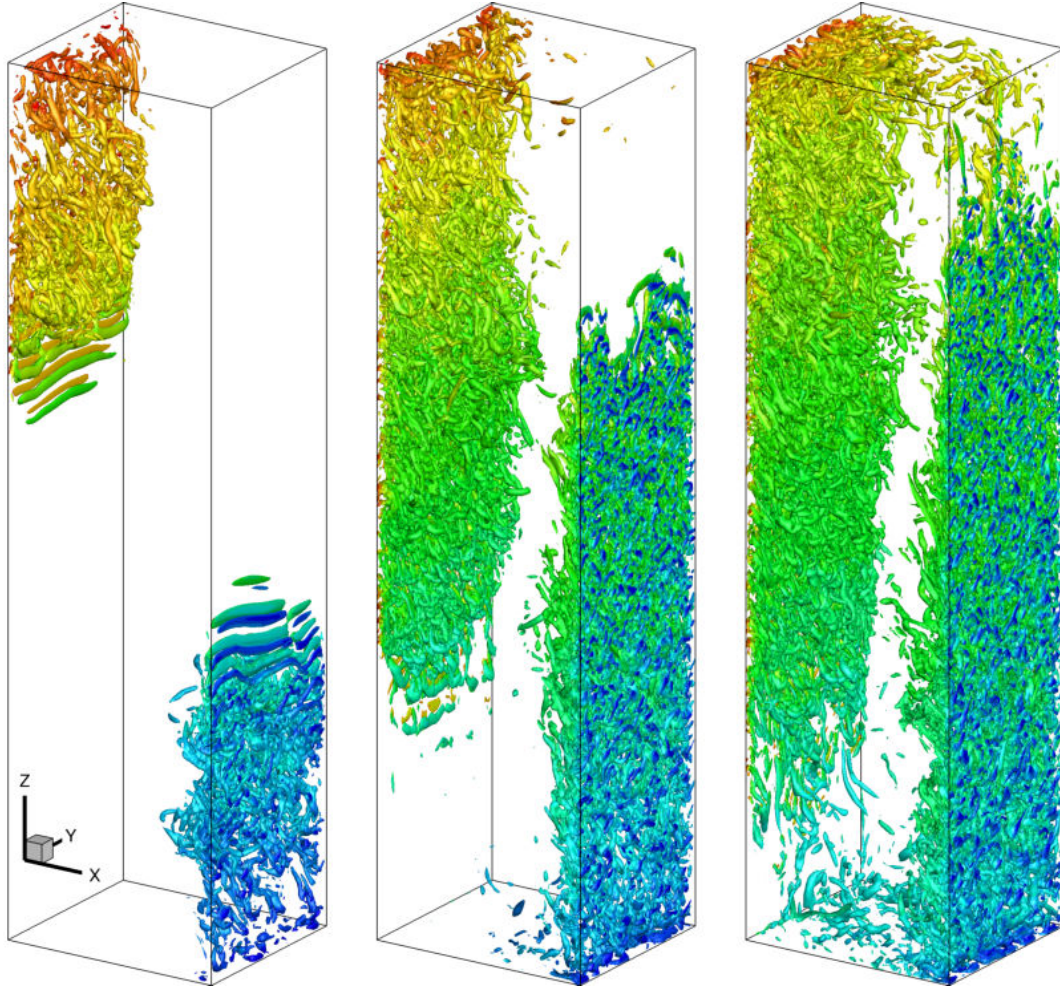


FIGURE 6.23 – Iso-surfaces de critères  $\lambda_2$  colorées par la température  $\theta$  pour les configurations *adiabatique* ( $\epsilon_p = 0,00$ ) (gauche), *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (milieu) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

## Résumé

En résumé, nous avons mis en évidence l'impact du rayonnement surfacique sur les différentes caractéristiques de l'écoulement tant sur des aspects thermiques que cinétiques.

Nous avons noté que l'**augmentation** de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$ , tout en conservant une faible émissivité des parois actives ( $\epsilon_a = 0,15$ ), tend à :

- **augmenter** les échanges convectifs aux parois actives et passives ( $Nu_c \nearrow$ )
- déclencher la **transition laminaire-turbulent** de manière **plus précoce** ( $z_t/H \searrow$  à la paroi chaude)
- **diminuer** (resp. augmenter) la température moyenne de la paroi haute (resp. basse)
- **diminuer** la stratification thermique ( $[S_c, S_f] \searrow$ )
- **diminuer** la vitesse verticale maximale ( $w_{max} \searrow$ )

- **accélérer** la CL en fin de paroi active ( $w_{z/H>0,6} \nearrow$  à la paroi chaude)
- **augmenter** la vitesse horizontale maximale ( $u_{max} \nearrow$ )
- **épaissir** la CL dynamique active ( $\delta_c \nearrow$ )
- **augmenter** l'énergie cinétique moyenne et turbulente ( $k$  et  $k' \nearrow$ )
- **intensifier** la turbulence ( $I_k \nearrow$ )

Cependant, **ces premières conclusions ne s'appliquent que** dans le cas de **milieux transparents**, peu représentatif des configurations rencontrées dans le bâtiment. Aussi, nous allons étudier à présent l'impact du rayonnement du milieu afin d'en établir les effets sur les caractéristiques de l'écoulement.

### 6.3.2 Impact de l'humidité relative (Hr) sur l'écoulement en rayonnement surfacique et volumique

Dans le cadre de cette seconde étude, nous intégrons de la **vapeur d'eau** au sein de l'écoulement considéré auparavant comme étant de l'air sec. Aussi, le fluide obtenu est supposé être un mélange de gaz parfait aux conditions de références  $T_{ref}$  et  $P_{ref}$  dont l'espèce absorbante (vapeur d'eau) est supposée être **homogène en concentration** dans toute la cavité (i.e. la fraction molaire de vapeur d'eau  $x_a^{H_2O}(x, y, z) = x_a^{ref} = cste$ ). Les problèmes sont définis en humidité relative (Hr) dont l'évaluation est basée sur la température à la paroi froide de telle sorte que 100% d'humidité relative correspond à la saturation à la paroi froide (i.e. limite de condensation à la paroi froide). Les conditions physiques définissant le problème considéré sont rappelées dans le tableau 6.8.

#### Configurations

Au même titre que l'étude précédente, des simulations LES sont réalisées, considérant les mêmes paramètres numériques pour l'aspect convectif du problème.

Concernant l'aspect radiatif, les simulations présentées dans cette sous-section considèrent une approche du rayonnement volumique du milieu par le modèle SLW à 8 gaz gris fictifs pour l'aspect spectral ainsi que des quadratures symétriques d'ordre 10 ( $S_{10}$ ) et un schéma numérique STEP pour la résolution de l'ETR. Afin de réaliser ces simulations, l'espace des coefficients d'absorption est discrétisé entre les bornes  $\kappa_{min} = 6,3 \times 10^{-7} m^{-1}$  et  $\kappa_{max} = 570 m^{-1}$ . Le spectre d'absorption de référence est considéré à  $T_{ref} = 292K$  et à la pression de référence  $P_{ref} = 101325 Pa$ . Le problème radiatif est ensuite résolu tous les 5 pas de temps convectifs.

Une description du maillage, des pas de temps de calculs  $\delta t$  ainsi que de la période d'accumulation statistique est présentée dans le tableau 6.13 ci dessous. L'ensemble des simulations ont été réalisées sur le même maillage que ceux employés pour l'étude précédente et résolue en temps avec un pas de temps fixe  $\delta t = 1 \times 10^{-4}$ .

$\epsilon_a$	$\epsilon_p$	Humidité relative Hr *	DNS/LES	Maillage	Pas de temps (d.t.u.)	accumulation statistiques (d.t.u.)
0,0	0,0	100%	LES	$200 \times 100 \times 512$	$1 \times 10^{-4}$	121
0,15	0,1	100%	LES	$200 \times 100 \times 512$	$1 \times 10^{-4}$	162
0,15	0,6	100%	LES	$200 \times 100 \times 512$	$1 \times 10^{-4}$	183

TABEAU 6.13 – Caractéristiques temporelles des simulations à  $Ra = 4 \times 10^{10}$  en couplage convection-rayonnement surfacique et volumique.

Dans le cadre de cette étude, des simulations ont également été réalisées pour une valeur d'humidité relative de 50%. Cependant, les observations étant similaires au cas  $Hr = 100\%$  et l'impact du rayonnement volumique n'étant que peu prononcé, nous ne présenterons que les résultats à  $Hr = 100\%$ .

## Résultats

L'un des premiers aspects sur lequel on s'attend à voir apparaitre une influence du rayonnement volumique est l'échange convectif sur les parois isothermes. La figure 6.24a présente l'évolution du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude ( $x = 0$ ). On y compare les résultats obtenus avec l'introduction de vapeur d'eau et ceux issus des configurations en couplage convection-rayonnement surfacique étudiées précédemment (considérant  $Hr = 0\%$ ). On observe dans la configuration ne considérant que le couplage convection-rayonnement volumique seul ( $\epsilon_a = \epsilon_p = 0$ ) une très légère action de l'espèce absorbante sur le profil de Nusselt à la paroi chaude. Cet impact est d'autant plus léger que nous considérons ici des conditions de saturation en vapeur d'eau ( $Hr = 100\%$ ) à la paroi froide. Néanmoins, cela semble affecter la localisation de la transition laminaire-turbulent ainsi que l'amplitude des échanges en région pleinement turbulente, bien que l'influence soit peu marquée. Cependant, on note un impact croissant de l'humidité relative sur la localisation de la transition laminaire-turbulent avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$ , qui semble se produire de plus en plus tard. Ces observations, également corroborées par les simulations à  $Hr = 50\%$ , montrent ainsi qu'à la différence de l'émissivité des parois passives, l'augmentation de l'humidité relative tend à forcer la transition laminaire-turbulent à se produire plus tard.

\*. Humidité relative déterminée à la paroi froide (à  $T_{froid}$ )



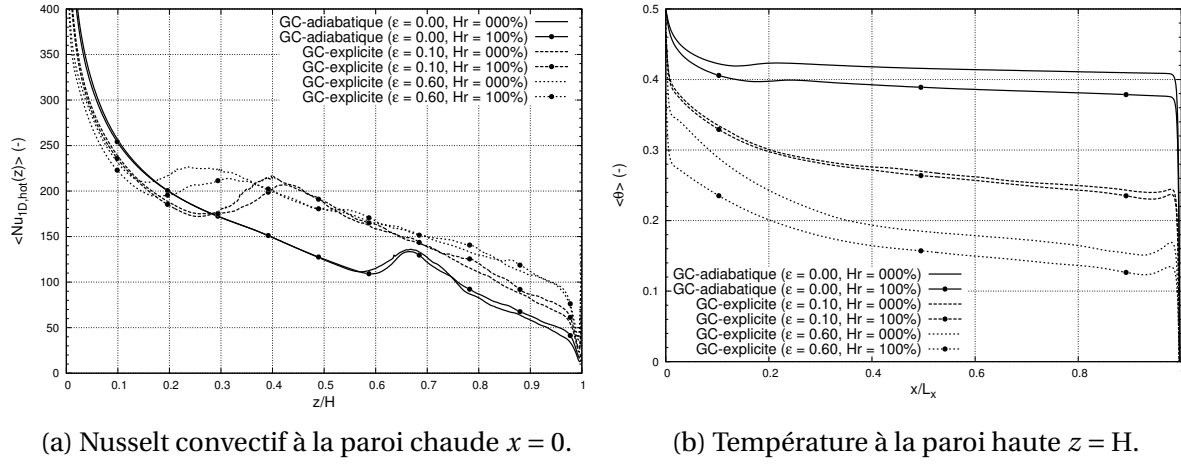


FIGURE 6.24 – Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ .

Sur la paroi haute ( $z/H = 1$ ), on observe sur la figure 6.24b un refroidissement global de la paroi qui s'accroît avec l'augmentation de l'humidité relative et de l'émissivité comme remarqué précédemment. Ce phénomène est dû à la présence de vapeur d'eau qui absorbe une partie du rayonnement issu des parois actives, ne contribuant pas à son échauffement local par absorption. On note cependant un effet moindre de  $Hr$  sur la configuration  $\epsilon_p = 0, 1$  comparé à  $\epsilon_p = 0, 6$ .

Le même phénomène de refroidissement global de la partie haute de la cavité ( $z/H > 0, 6$ ) s'observe également sur la paroi avant ( $y = 0$ ) comme illustré sur la figure 6.25, le phénomène opposé apparaissant dans la partie basse de la paroi. On y observe une diminution de la stratification thermique frontale ( $\partial\theta/\partial z$ ) avec l'augmentation de  $Hr$ , d'autant plus présente dans les zones proches des parois horizontales ( $z/H > 0, 9$ ). A noter que la zone manquante sur la configuration  $\epsilon_p = 0, Hr = 100\%$  (région rectangulaire pour  $0, 3 < z/H < 0, 5$ ) est due là encore à un problème technique de communication MPI entre les processus lors de la phase d'écriture des fichiers de champ moyens, mais qui n'impacte pas les calculs. Afin d'illustrer l'impact du rayonnement volumique sur les échanges radiatifs entre les parois, on représente sur la figure 6.26 la répartition du nombre de Nusselt convectif en paroi avant ( $y = 0$ ). On observe dans un premier temps une diminution de la stratification des échanges convectifs (augmentation de l'espacement entre les iso-contours) avec l'augmentation de  $Hr$  dans la configuration  $\epsilon_p = 0, 1$  et le phénomène inverse pour la configuration  $\epsilon_p = 0, 6$ . Dans la première configuration ( $\epsilon_p = 0, 1$ ), le rayonnement volumique tend à refroidir le fluide plus rapidement que le rayonnement surfacique de paroi dans la partie haute de la cavité ( $z/H > 0, 7$ ). Cela indique qu'à faible émissivité ( $\epsilon_p = 0, 1$ ), le couplage convection-rayonnement volumique en proche paroi avant est plus important que le rayonnement surfacique. Cependant, dès lors que l'émissivité de paroi augmente ( $\epsilon_p = 0, 6$ ), les effets s'inversent. En outre, on observe dans cette dernière configuration une augmentation des échanges convectifs en paroi avant lorsque  $Hr$  augmente ainsi qu'une perte de la centrosymétrie des échanges ( $Nu_c(z/H < 0, 5) > Nu_c(z/H > 0, 5)$ ).

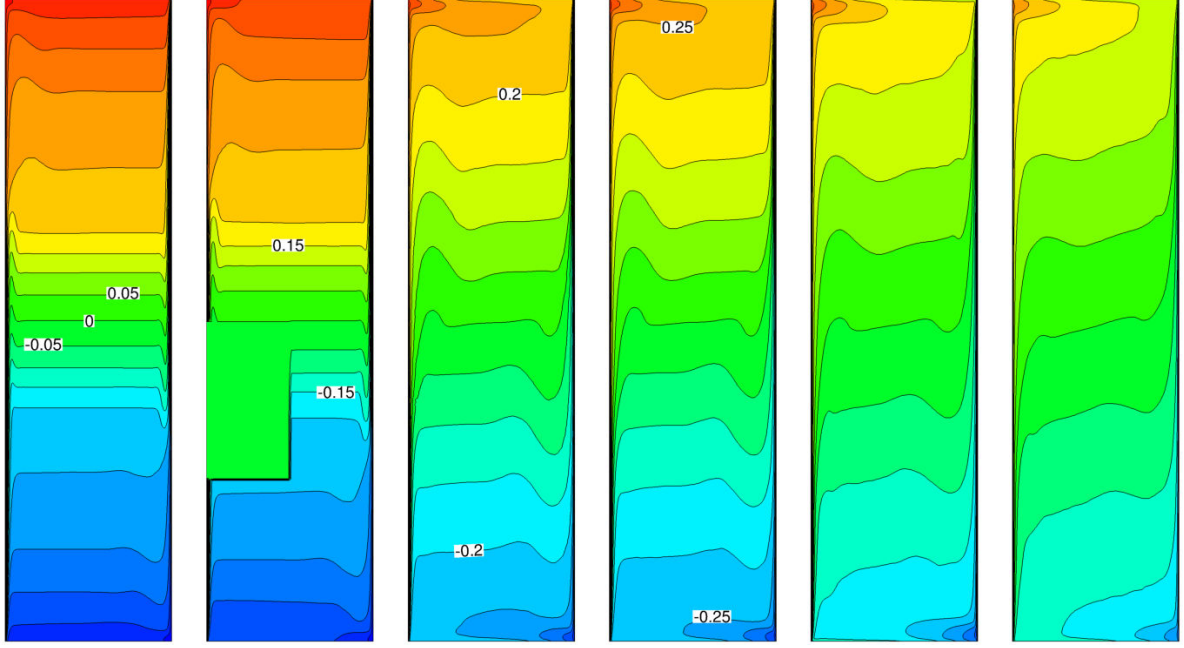


FIGURE 6.25 – Extraction de température à la paroi avant ( $y = 0$ ). De *gauche à droite* : adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 0\%$ ), adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 0\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 0\%$ ) et explicite ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 100\%$ ).

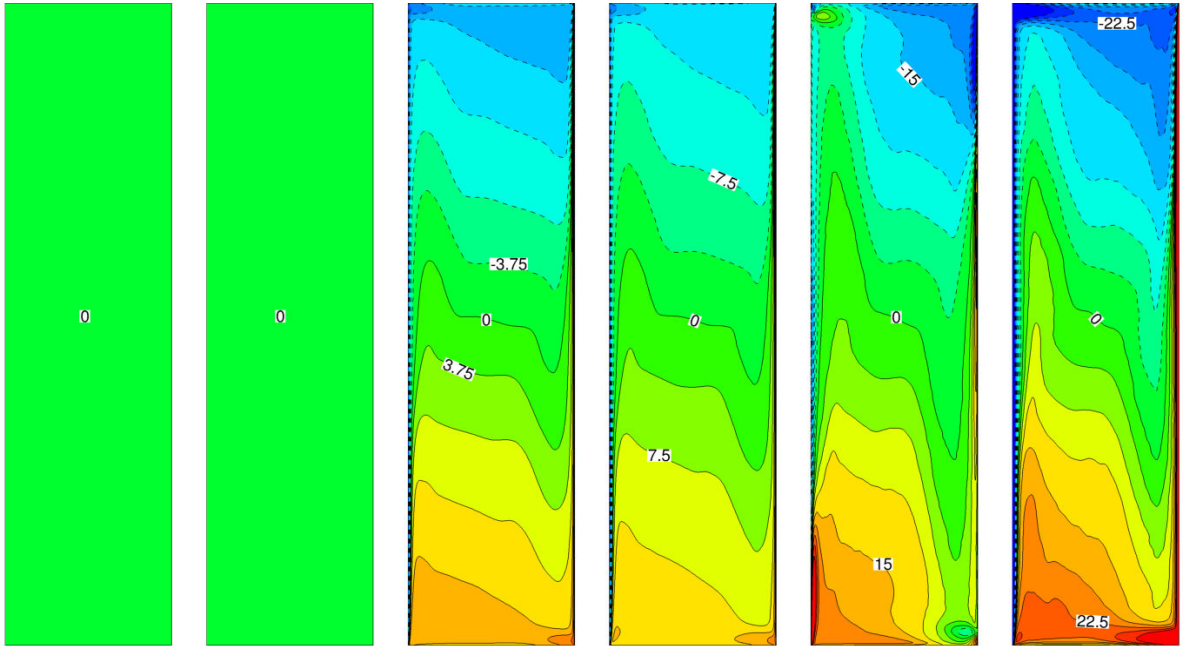


FIGURE 6.26 – Extraction de Nusselt convectif à la paroi avant ( $y = 0$ ). De *gauche à droite* : adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 0\%$ ), adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 0\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 0\%$ ) et explicite ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 100\%$ ).

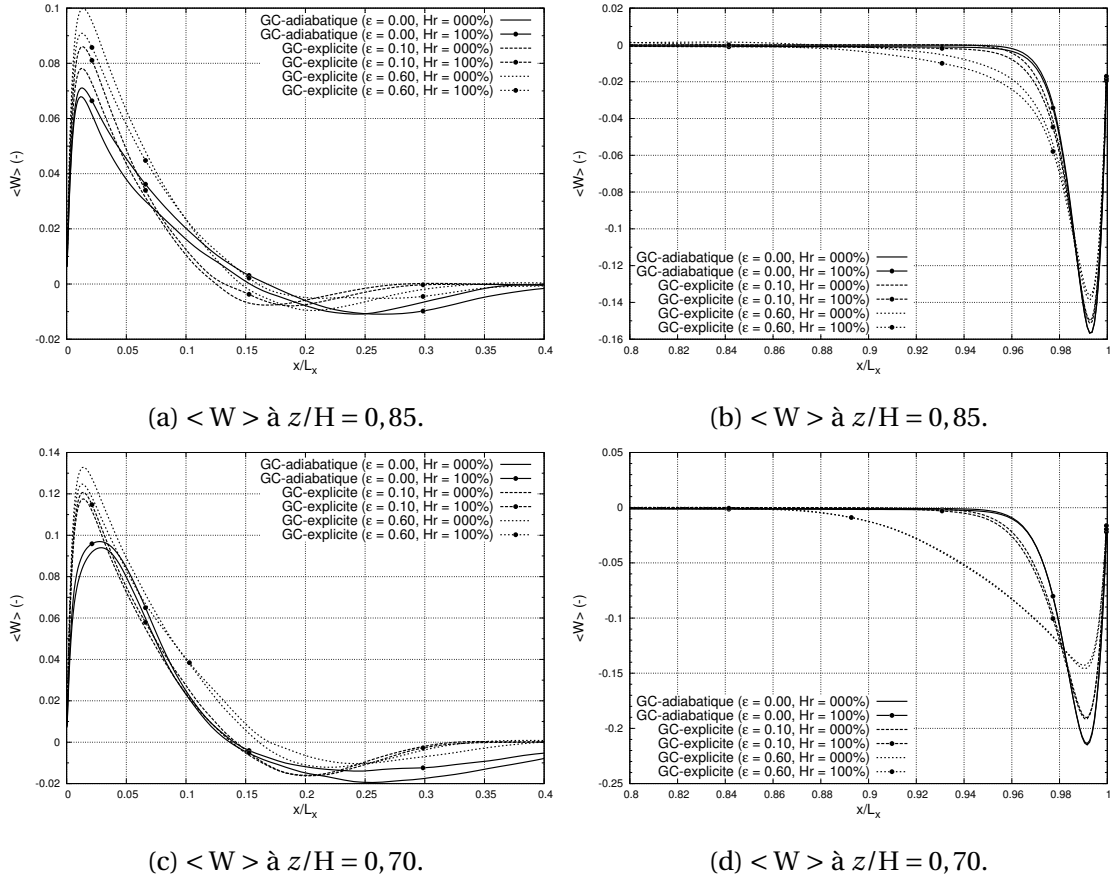


FIGURE 6.27 – Composante verticale de la vitesse extraite à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , au voisinage de la paroi chaude (a,c) et de la paroi froide (b,d).

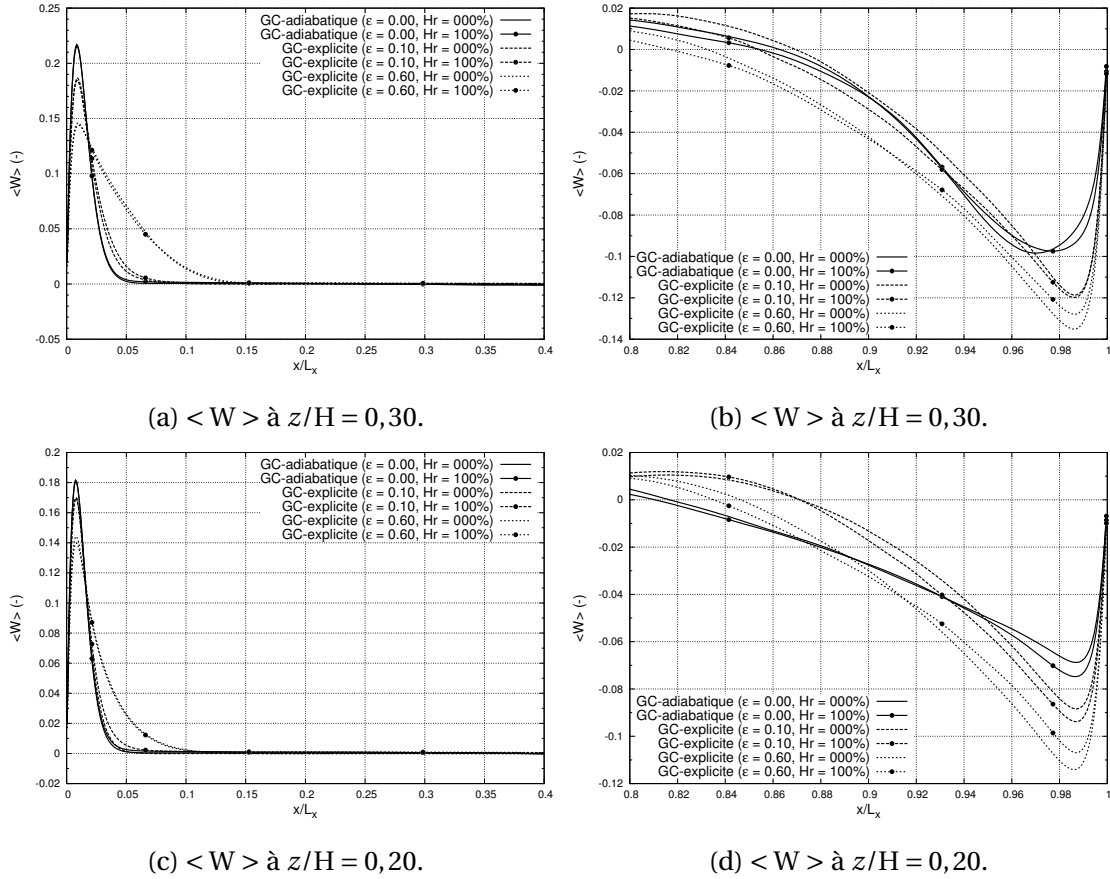


FIGURE 6.28 – Composante verticale de la vitesse extraite à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , au voisinage de la paroi chaude (a,c) et de la paroi froide (b,d).

A présent, observons l'évolution des grandeurs cinétiques et thermiques à mi-profondeur de la cavité ( $y = L_y/2$ ). Dans un premier temps, observons sur les figures 6.27 et 6.28 l'impact de l'humidité relative sur les profils de vitesse à mi-profondeur.

On observe sur les figures 6.28c et 6.28a l'impact du rayonnement volumique sur l'épaississement de la couche limite en partie périphérique de la CL (ex :  $0,02 < x/L_x < 0,1$  pour  $z/H = 0,2$ ), bien que le rayonnement volumique ne semble pas avoir d'impact directe la couche limite dynamique (ex :  $x/L_x < 0,02$  pour  $z/H = 0,2$ ). Ces remarques s'observent également dans la CL laminaire de la paroi froide (Cf. figure 6.27b). Néanmoins, l'effet direct du rayonnement de gaz sur l'écoulement intervient principalement dans la couche limite turbulente (Cf. figures 6.27c et 6.27a) où celui-ci tend à accélérer le fluide et à augmenter l'épaisseur de CL dynamique, ne serait-ce que pour les configurations adiabatique et faible émissivité ( $\epsilon_p \leq 0,1$ ). Dans la configuration à forte émissivité, le rayonnement de gaz tend à ralentir l'écoulement de CL comme illustré plus en détail sur la figure 6.28d, en paroi froide.

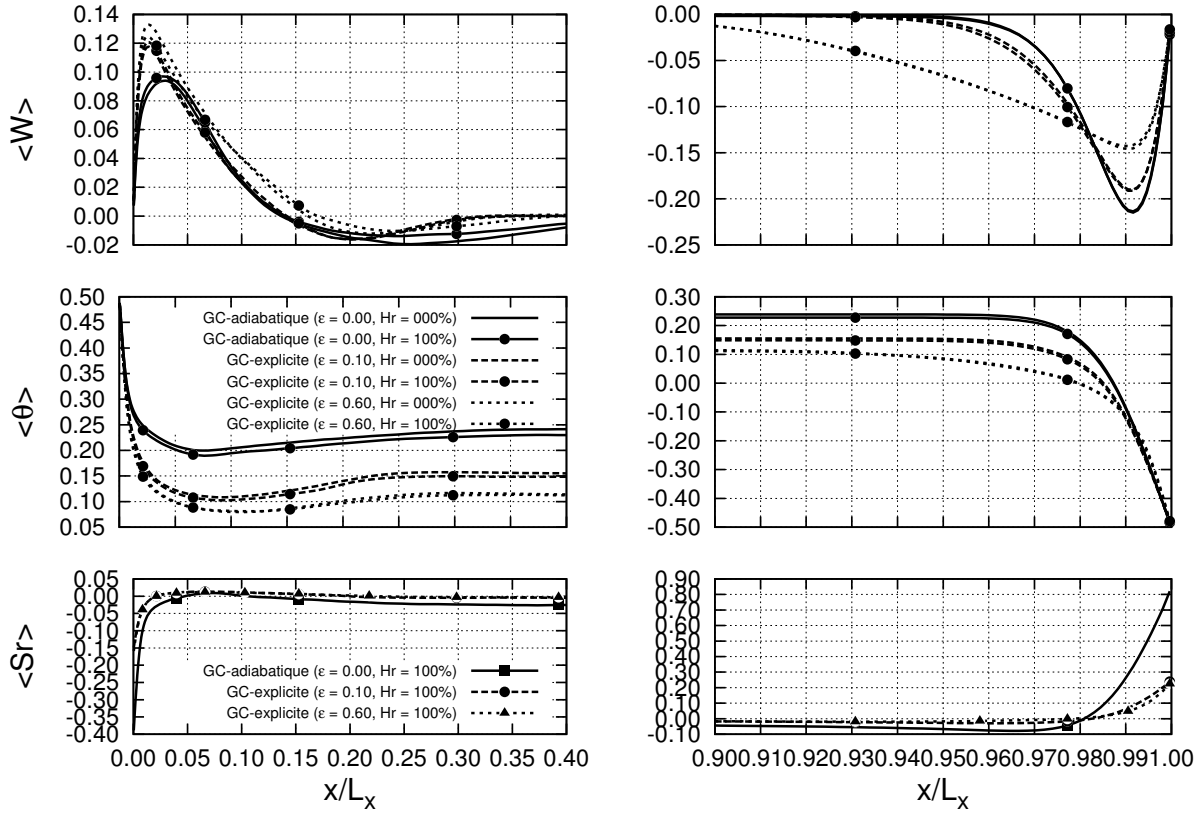


FIGURE 6.29 – Profils de vitesse vertical (haut), température  $\theta$  (centre) et terme source radiatif (bas) dans les CL actives à mi-profondeur et  $z/H = 0,85$ .

Afin d'étudier l'impact du terme source radiatif  $Sr$  sur l'écoulement et les transferts thermiques, la figure 6.29 présente une confrontation entre la vitesse verticale  $\langle w \rangle$  et le terme source radiatif  $\langle Sr \rangle$  dans les CL actives ( $x/L_x < 0,15$  pour la paroi chaude et  $x/L_x > 0,93$  pour la paroi froide) pour une hauteur  $z/H = 0,85$ . On observe à la paroi chaude (figures de gauche) que le rayonnement volumique tend principalement à refroidir l'écoulement ( $Sr < 0$ ) dans la sous-couche visqueuse ( $x/L_x < 0,02$ ) ainsi que dans la zone de re-circulation ( $0,15 < x/L_x < 0,4$ ). Le phénomène inverse intervient dans la CL de la paroi froide (figures de droite), caractérisant une tendance à la stabilisation de la couche limite thermique (tend à ralentir du fluide dans la sous-couche visqueuse) tant dans la région laminaire (CL froide) que turbulente (CL chaude) pour  $z/H = 0,85$ . On observe également que le terme source radiatif intervient essentiellement dans les couches limites thermiques et dans de faibles proportions, montrant ainsi l'impact localisé et limité du rayonnement volumique pour cette configuration ( $Sr \approx 0$  au cœur de la cavité), à un nombre de Rayleigh de  $4 \times 10^{10}$ . Néanmoins, bien que l'effet soit faible, le rayonnement volumique impact légèrement l'écoulement de couche limite des parois actives au travers de l'évolution de l'amplitude maximale de vitesse verticale (figure 6.30a) et de l'épaisseur de couche limite cinétique (figure 6.30b) le long de la paroi chaude ( $x = 0$ ), la rendant plus dynamique, légèrement plus épaisse et retarde également l'apparition de la transition laminaire-turbulent (Cf. configurations  $\epsilon_p = 0$  et  $\epsilon_p = 0,1$ ).

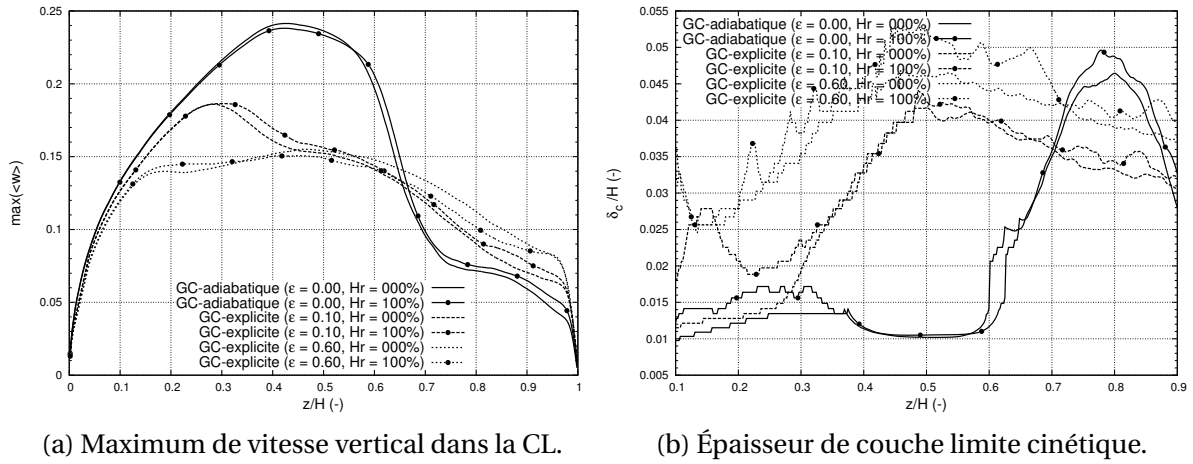


FIGURE 6.30 – Extraction au sein de la couche limite de la paroi chaude à  $y = L_y/2$ .

Ce léger impact dans les couches limites des parois isothermes affecte la dynamique de l'écoulement près des parois horizontales en l'intensifiant et en épaississant la CL comme illustré sur la figure 6.31a. Un autre élément est l'impact du rayonnement volumique sur le champ de température près des parois horizontales. La figure 6.31b présente le profil de terme source radiatif à mi-largeur ( $x = L_x/2$ ), près de la paroi haute ( $z/H > 0,8$ ). On observe que le rayonnement volumique tend principalement à refroidir (resp. réchauffer) l'écoulement dans la partie haute (resp. basse) de la cavité, réduisant ainsi la stratification thermique ( $\partial\theta/\partial z$ ) pour l'ensemble des cas, comme illustré sur la figure 6.32.

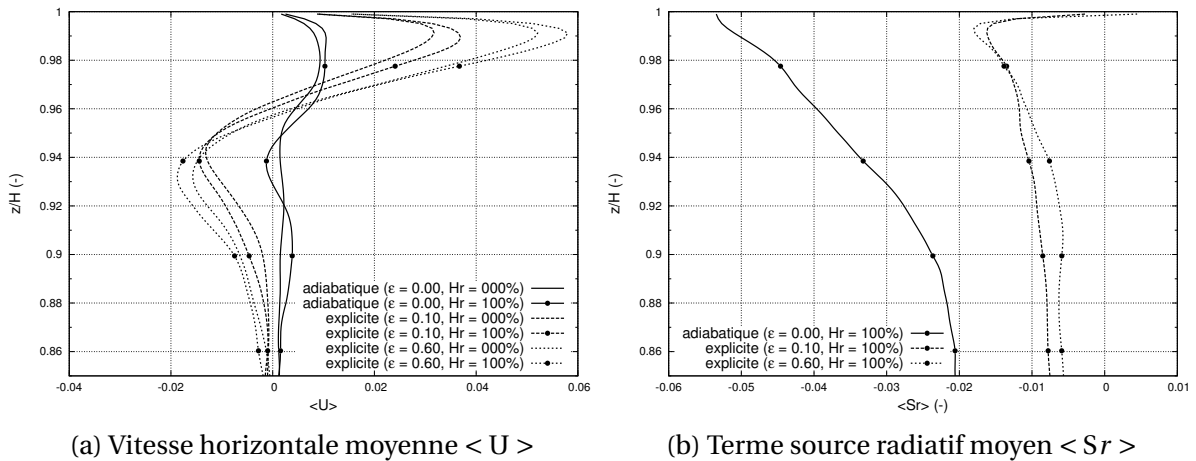


FIGURE 6.31 – Extractions de champs cinétiques et radiatifs à mi-profondeur  $y = L_y/2$  et mi-largeur  $x/L_x = 0,5$ .



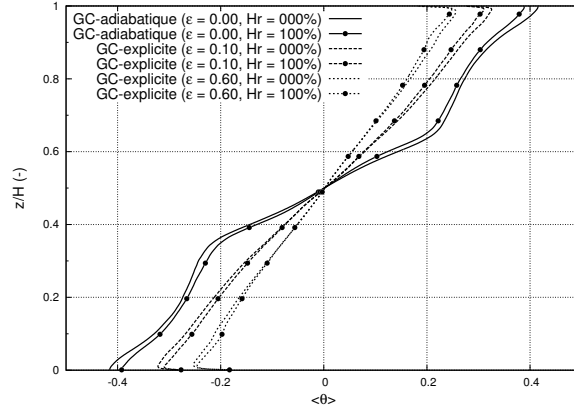


FIGURE 6.32 – Profil de température à mi-profondeur  $y = L_y/2$  et mi-largeur  $x/L_x = 0,5$ .

Cette observation est confirmée par le champ 2D de température à mi-profondeur de la figure 6.33. En sus du rayonnement volumique, l'augmentation de la dynamique des CL actives (augmentation de  $w_{max}$ ) contribuant à l'intensification des CL des parois horizontales (augmentation de  $u_{max}$ , figure 6.34), contribue par advection à la diminution (resp. augmentation) de la température dans la partie haute (resp. basse) de la cavité.

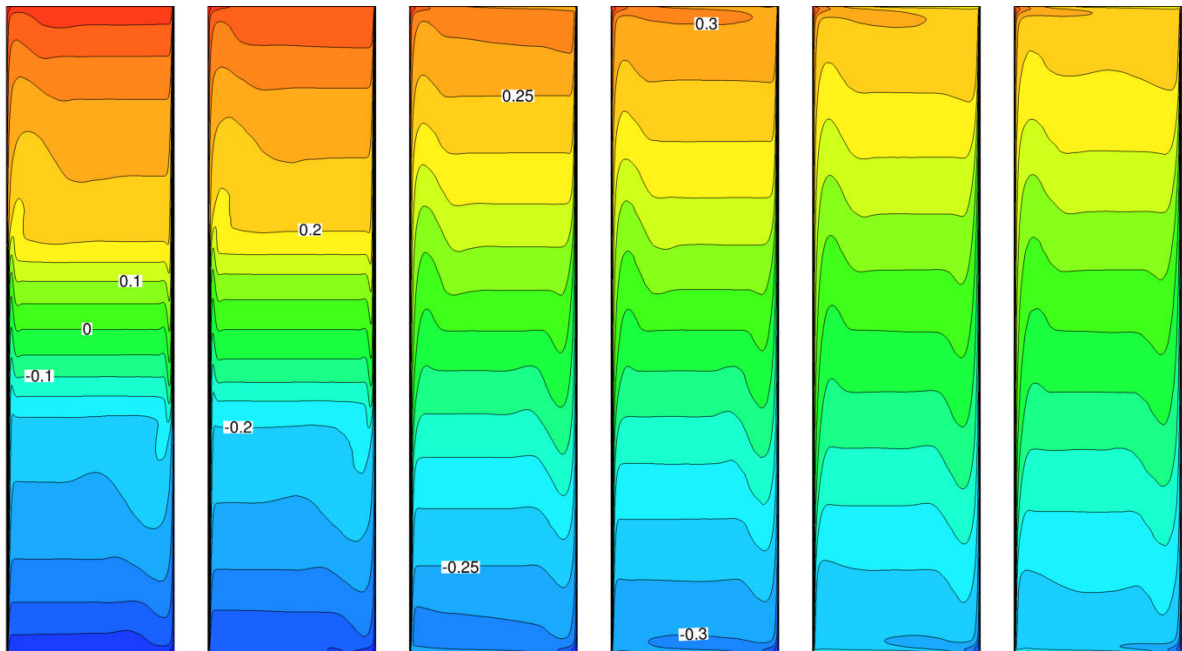


FIGURE 6.33 – Température  $\langle \theta \rangle$  à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . De gauche à droite : adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 0\%$ ), adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0; Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 0\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1; Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 0\%$ ) et explicite ( $\epsilon_p = 0,6; Hr = 100\%$ ).

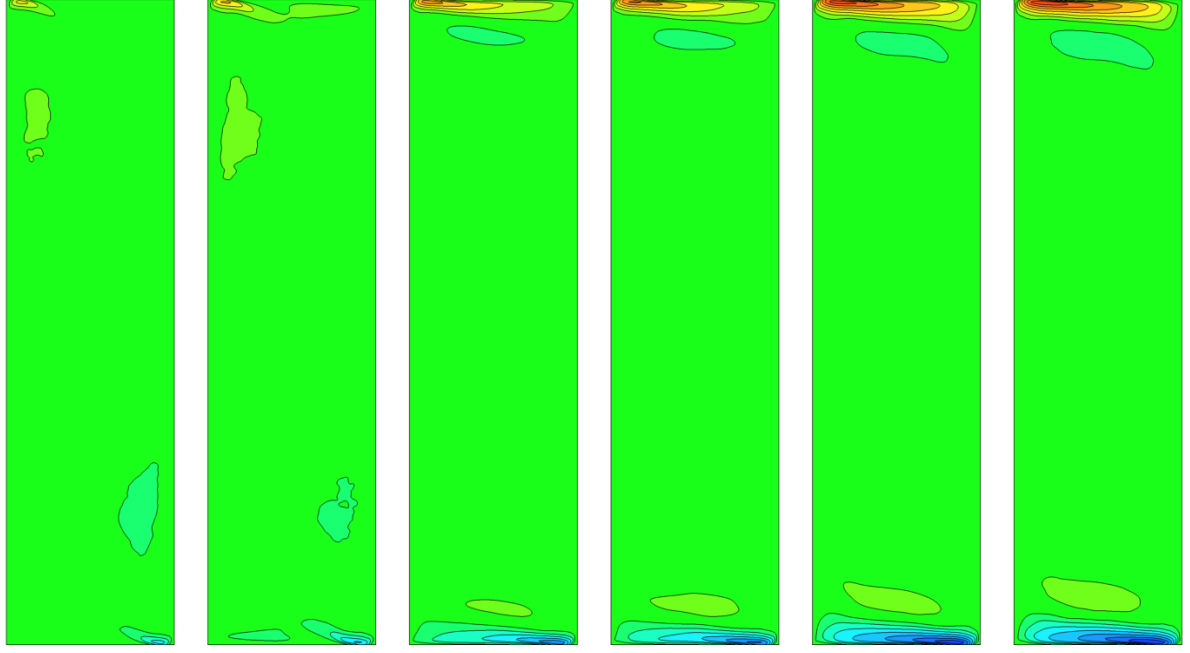


FIGURE 6.34 – Vitesse horizontale  $\langle U \rangle$  à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . De gauche à droite : adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0$ ;  $Hr = 0\%$ ), adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0$ ;  $Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1$ ;  $Hr = 0\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,1$ ;  $Hr = 100\%$ ), explicite ( $\epsilon_p = 0,6$ ;  $Hr = 0\%$ ) et explicite ( $\epsilon_p = 0,6$ ;  $Hr = 100\%$ ).

Les grandeurs thermiques intégrées ( $Nu$  et  $S$ ) sont présentées dans le tableau 6.14. On observe dans l'ensemble des configurations, un impact de la vapeur d'eau sur le nombre de Nusselt convectif intégré le long de la ligne centrale ( $y = L_y/2$ ) de la paroi chaude ( $Nu_{c,hot}^{1D}$ ), bien que cela n'affecte pas la valeur intégrée sur l'ensemble de la paroi ( $Nu_{c,hot}^{2D}$ ). Cependant, on note un impact important de l'humidité sur les échanges aux parois horizontales ( $Nu_{c,top}^{2D}$  et  $Nu_{c,bottom}^{2D}$ ). Néanmoins, bien que les profils de température le long de la ligne centrale de la cavité ( $x = L_x/2$  et  $y = L_y/2$ , figure 6.32) présentent une diminution de la stratification thermique, celle-ci n'intervient que dans les zones haute et basse de la cavité. En effet, comme illustré par les paramètres de stratification centrale et frontale ( $S_c$  et  $S_f$ ), l'impact de l'humidité est peu marquée au cœur de celle-ci.

$\epsilon_p$	$Hr$		$Nu_{hot}^{1D}$	$Nu_{hot}^{2D}$	$Nu_{cold}^{2D}$	$Nu_{top}^{2D}$	$Nu_{bottom}^{2D}$	$Nu_{front}^{2D}$	$Nu_{back}^{2D}$	$S_c$	$S_f$
0,00	0%	$Nu_c$	151,7	150,7	-151,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,21	1,23
	100%	$Nu_c$	154,4	150,9	-151,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,05	1,05
		$Nu_r$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
0,10	0%	$Nu_c$	162,8	171,6	-172,7	-18,3	18,6	0,20	0,22	0,81	0,64
		$Nu_r$	64,3	64,0	-63,4	18,3	-18,6	-0,25	-0,26		
	100%	$Nu_c$	170,8	172,5	-173,6	-15,7	15,9	0,22	0,22	0,83	0,68
		$Nu_r$	64,0	63,7	-62,8	15,7	-15,9	-0,22	-0,22		
0,60	0%	$Nu_c$	182,0	182,5	-183,6	-37,9	38,7	0,4	0,4	0,47	0,38
		$Nu_r$	64,5	64,2	-62,9	37,9	-38,7	-0,4	-0,4		
	100%	$Nu_c$	178,4	182,0	-183,3	-32,6	33,1	0,38	0,37	0,48	0,36
		$Nu_r$	64,2	63,7	-62,4	32,6	-33,1	-0,38	-0,37		

TABEAU 6.14 – Nombres de Nusselts globaux aux parois et paramètres de stratification thermique central et frontal.



## Résumé

En résumé, nous avons réalisé une étude de l'impact du rayonnement volumique et surfacique sur les différentes caractéristiques de l'écoulement tant sur les aspects thermique que cinétique.

Nous avons noté que l'**augmentation** de vapeur d'eau tend à :

- **diminuer** les échanges convectifs aux parois horizontales ( $Nu_c \searrow$ )
- déclencher la **transition laminaire-turbulent** de manière **plus tardive** ( $z_t/H \nearrow$  à la paroi chaude)
- **diminuer** (resp. augmenter) la température moyenne de la paroi haute (resp. basse)
- **diminuer** la stratification thermique dans les régions haute et basse de la cavité
- **augmenter** la vitesse verticale maximale ( $w_{max} \nearrow$ )
- **stabiliser** les CL thermique actives ( $\theta \searrow$  en CL paroi chaude et  $\theta \nearrow$  en CL paroi froide)
- **accélérer** la CL en fin de paroi active ( $w_{z/H>0,6} \nearrow$  à la paroi chaude)
- **augmenter** la vitesse horizontale maximale ( $u_{max} \nearrow$ )
- **épaissir** la CL dynamique des parois horizontales ( $\delta_c \nearrow$ )

Cette première étude de l'impact du rayonnement volumique par l'introduction de vapeur d'eau en grande cavité à un nombre de Rayleigh de  $4 \times 10^{10}$  et à température ambiante tend à montrer un impact limité de celui-ci sur l'écoulement, bien que l'humidité relative soit maximale. Le faible écart de température autour de l'ambiance ne permet pas au rayonnement volumique, dont les effets sont limités aux CL actives et aux parties haute et basse de la cavité, d'affecter la dynamique de l'écoulement ainsi que les échanges entre les parois actives. Aussi, le couplage convection-rayonnement surfacique semble suffisant pour caractériser thermiquement et cinétiquement la cavité, dans la configuration physique de température et de pression considérée ( $T_{ref} = 19^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 7^\circ\text{C}$ ,  $H = 3,84\text{m}$  et une humidité relative  $Hr = 100\%$ ), pour des valeurs de nombre de Rayleigh allant jusqu'à  $4 \times 10^{10}$ .

## 6.4 Très haut nombre de Rayleigh $Ra = 1,2 \times 10^{11}$

L'étude expérimentale menée par [Francis, 2011; Saury et al., 2011; Belleoud et al., 2012] s'est principalement focalisée sur la configuration à haut nombre de Rayleigh ( $Ra = 1,2 \times 10^{11}$ ) pour lequel la cavité a été dimensionnée. Aussi, les données expérimentales y sont plus nombreuses, permettant une confrontation numérique-expérimental plus complète. Pour rappel, les conditions dans lesquelles cette étude sera réalisée sont présentées dans le tableau 6.15. De plus, l'étude expérimentale s'est principalement concentrée sur la configuration à faible émissivité des parois passives ( $\epsilon_p = 0,10 \pm 0,05$ ), configuration sur laquelle nous nous focaliserons.

Grande Cavité (GC)		
H	3,84 m	
$A_x = L_x/H$	0,26	
$A_y = L_y/H$	0,224	
$\Delta T$	20 K	
$T_{ref}$	292,15 K	
$P_{ref}$	101325 Pa	
$V_{ref}$	1,906 m/s	
$t_{ref}$	2,01 s	
$\sigma_B T_{ref}^4/H$	107 W/m <sup>3</sup>	
Ra	$1,2 \times 10^{11}$	
Pr	0,71	
Pl	$3,32 \times 10^{-4}$	
$\Theta_0$	14,6	
$\epsilon_{hot}$	$0,15 \pm 0,03$	$0,15 \pm 0,03$
$\epsilon_{top}$	$0,10 \pm 0,05$	$0,60 \pm 0,05$
$\epsilon_{front}$	$0,10 \pm 0,05$	$0,60 \pm 0,05$
espèce absorbante	H <sub>2</sub> O	
H <sub>r</sub> *	100%	
$x_a$	0,007	

TABLEAU 6.15 – Configuration physique de la cavité en air étudiée pour un nombre de Rayleigh de  $1,2 \times 10^{11}$ .

Pour plus d'informations concernant les résultats expérimentaux présentés, le lecteur est invité à parcourir les mémoires de thèse de [Francis, 2011; Belleoud, 2015].

### 6.4.1 Confrontation numérique-expérimentale

Afin de réaliser la confrontation numérique-expérimental, trois études seront présentées : (i) un cas en convection pure considérant des conditions d'adiabaticité ( $\partial\theta/\partial n = 0$ ) aux parois nommée *adiabatique*, (ii) une configuration considérant la géométrie de la grande cavité (GC) avec des parois passives faiblement émissives ( $\epsilon_p = 0,1$ ) avec traitement explicite du couplage convection-rayonnement ainsi qu'une dernière configuration (iii) considérant cette fois des parois passives fortement émissives ( $\epsilon_p = 0,6$ ).

#### Configurations numériques

Les simulations présentées considèrent toutes, dans les configurations décrites précédemment, une approche LES de la convection au travers du modèle MSDM décrit dans le chapitre 2 pour la diffusivité turbulente (avec  $C_d = 0,5$ ) combinée à une discrétisation QUICK du terme convectif de l'équation de quantité de mouvement (i.e. approche ILES pour la quantité de mouvement).

Concernant l'aspect radiatif, les simulations présentées ici considèrent, dans les cas *explicites*, une approche du rayonnement surfacique par une approche **mono gaz transparent** ( $\tau = 0$ ) ainsi que des quadratures symétriques d'ordre 10 ( $S_{10}$ ) et un schéma numérique STEP, pour des raisons de stabilité. Le problème radiatif est ensuite résolu tous les 5 pas de temps convectifs.

\*. Basée sur la température à la paroi froide.

Une description du maillage, des pas de temps de calculs  $\delta t$  ainsi que de la période d'accumulation statistique est présentée dans le tableau 6.16 ci dessous. Si les temps d'accumulation statistique sont suffisants pour les quantités moyennes, il est probable qu'une accumulation sur une période plus longue serait bénéfique pour les quantités d'ordre 2, qui nécessitent une plus longue durée de convergence ( $T_{acc} \gtrsim 500$ ). Vu les ressources en temps calcul nécessaires, cela n'est pas possible pour l'instant, mais l'observation de l'évolution des quantités d'ordre 2 au cours des calculs nous permet cependant de considérer nos résultats comme pertinents.

Cas	$\epsilon_a$	$\epsilon_p$	DNS/LES	Maillage	Pas de temps (d.t.u.)	Période d'accumulation statistiques (d.t.u.)
adiabatique	0,00	0,00	LES	$450 \times 300 \times 800$	$2 \times 10^{-4}$	216
GC-explicite	0,15	0,10	LES	$300 \times 150 \times 600$	$5 \times 10^{-4}$	218
GC-explicite	0,15	0,60	LES	$300 \times 150 \times 600$	$5 \times 10^{-4}$	385

TABEAU 6.16 – Caractéristiques temporelles des simulations.

Les simulations LES présentées ont été menées sur des maillages fins aux abords des parois comme illustré par les faibles unités de parois (tableau 6.17). Les coefficients de raffinement de maillage hyperbolique ( $\alpha_{tanh}$ ) montrent un étirement modéré du maillage suivant la direction  $x$  (normale aux parois actives) ainsi qu'un raffinement plus modéré suivant les directions  $y$  et  $z$ , permettant de mieux décrire les couches limites des parois passives.

configuration	maillage	$\alpha_{tanh}^x$	$\alpha_{tanh}^y$	$\alpha_{tanh}^z$	$(x^+)_{max}^{hot/cold}$	$(y^+)_{max}^{front/back}$	$(z^+)_{max}^{top/bottom}$
adiabatique $\epsilon_p = 0,00$	$450 \times 300 \times 800$	3,8	3,4	3,4	0,61	0,90	0,71
GC-explicite $\epsilon_p = 0,10$	$300 \times 150 \times 600$	3,8	3,4	3,4	0,85	0,94	0,88
GC-explicite $\epsilon_p = 0,60$	$300 \times 150 \times 600$	3,8	3,4	3,4	0,81	0,89	0,96

TABEAU 6.17 – Caractérisation du maillage étiré en couches limites (répartition en tangente hyperbolique de coefficients  $\alpha_{tanh}$ ) et les unités de parois.

## Résultats

Intéressons nous dans un premier temps aux échanges thermiques au sein de la cavité.

La figure 6.35a présente la répartition du nombre de Nusselt moyen le long de la paroi chaude ( $x = 0$ ), à mi-profondeur ( $y = L_y/2$ ), pour les configurations numériques *explicites* à forte et faible émissivité ainsi que les données expérimentales dans cette dernière configuration. Au même titre que l'étude réalisée précédemment sur l'effet de l'émissivité des parois passives à  $Ra = 4 \times 10^{10}$ , on note ici que l'augmentation de  $\epsilon_p$  tend à déclencher plus tôt la transition laminaire-turbulente. Cependant à la différence des configurations à  $Ra = 4 \times 10^{10}$ , nous observons ici que les deux configurations  $\epsilon_p = 0,1$  et  $\epsilon_p = 0,6$  transitent toutes deux vers des altitudes proches ( $z_t/H = 0,25$  pour  $\epsilon_p = 0,1$  et  $z_t/H = 0,18$  pour  $\epsilon_p = 0,6$ ), si bien que le profil de Nusselt à  $\epsilon_p = 0,6$  est quasiment contenu dans l'enveloppe des RMS de la configuration à  $\epsilon_p = 0,1$ . Néanmoins, on observe un très bon accord des profils moyens entre les résultats numériques et expérimentales pour la configuration à  $\epsilon_p = 0,1$ . On observe cependant une localisation du début de transition numérique légèrement retardée par rapport aux mesures, qui peut s'expliquer tant par la faible durée d'accumulation statistique que par des

phénomènes physiques non considérés numériquement (ex : conduction dans les parois, rayonnement volumique, ...).

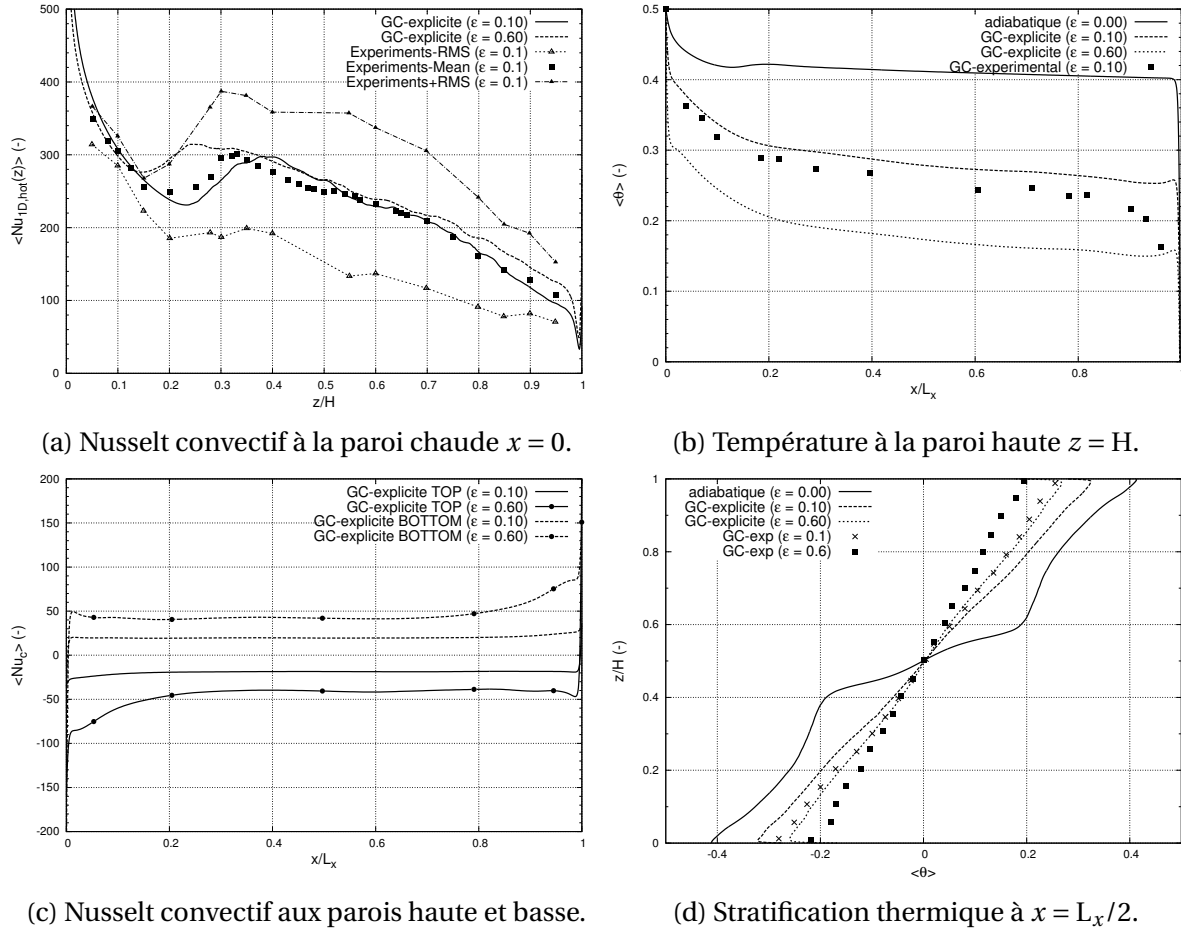


FIGURE 6.35 – Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les profils expérimentaux du nombre de Nusselt paroi chaude et de la stratification thermique sont issues de [Francis, 2011] et les profils de température paroi haute de [Belleoud, 2015].

Les figures 6.35b et 6.35c présentent la répartition de la température et de Nusselt convectif le long de la paroi haute ( $z/H = 1$ ), à mi-profondeur ( $y = L_y/2$ ). La première figure exhibe un très bon accord numérique-expérimental pour une émissivité  $\epsilon_p$  de 0,1. Le comportement expérimental est très bien représenté sur la portion proche de la paroi chaude, dans la zone d'impact du jet de couche limite chaude ( $x/L_x < 0,2$ ), ainsi que dans la zone centrale de la paroi. Cependant, des différences apparaissent près de la paroi froide ( $x/L_x > 0,9$ ) où le profil de température chute de façon monotone dans le cas expérimental, à la différence de la configuration numérique qui conserve un profil relativement plat jusqu'à la paroi froide. Cet écart peut être expliqué tant par des phénomènes conductif au sein du mur proche de la paroi froide (phénomène dominé par le couplage convection-rayonnement dans la zone d'impact du jet de couche limite proche de la paroi chaude), que par un "effet de rayon" de la DOM appliqué sur un maillage très resserré près des parois actives. Néanmoins, le bon accord sur les profils de température permet d'apporter du crédit sur les profils de Nusselts présentés sur la figure 6.35c. On y observe dans la configuration à  $\epsilon_p = 0,1$ , que le rayonnement tend à refroidir le fluide en proche paroi sur l'ensemble de la paroi haute et ce suivant un profil uniforme autour de  $-18,6$  (Cf. tableau 6.18). A l'inverse, la paroi basse tend à chauffer le fluide sur son ensemble, suivant un comportement similaire à la paroi haute.

Ainsi on note, dans la configuration à faible émissivité  $\epsilon_p = 0,1$ , que le couplage convection-rayonnement tend d'une part à refroidir (resp. réchauffer) le fluide proche de la paroi haute (resp. basse) et d'autre part, à uniformiser les échanges le long de la paroi.

Néanmoins, dans la configuration à forte émissivité  $\epsilon_p = 0,6$ , on note que la répartition de température en paroi haute présente le même profil que la configuration à faible émissivité (figure 6.35b) pour une valeur moyenne plus basse. Cependant, bien que les répartitions de température soient identiques en terme de profil, les profils de Nusselt présentent des écarts. En effet, bien que le profil de Nusselt soit principalement uniforme sur la majeure partie des parois haute ( $x/L_x > 0,2$ ) et basse, on note une augmentation des échanges dans la zone d'impact de la couche limite sur les parois haute ( $x/L_x < 0,2$ ) et basse. Les phénomènes étant couplés et jouant sur la dynamique de l'écoulement, le seul traitement des quantités thermiques ne suffit pas à les expliquer.

Il a été montré par [Sergent et al., 2013b,a; Ibrahim et al., 2013] que le traitement des conditions limites aux parois horizontales affectent l'écoulement et la stratification thermique à l'ordre 1. Aussi, la figure 6.35d présente le profil de température le long de la ligne vertical centrale de la cavité ( $x = L_x/2$  et  $y = L_y/2$ ). On note qu'au même titre que l'étude à  $Ra = 4 \times 10^{10}$ , les profils de température tendent à présenter une stratification thermique de plus en plus faible (diminution de  $\partial\theta/\partial z$ ) avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$ . Cependant, on observe un comportement étrange de la stratification thermique numérique et expérimental. En effet, l'accord relatif entre les profils de température numérique-expérimental pour  $\epsilon_p = 0,1$  (Cf. figure 6.35b) ne se retrouve pas sur la stratification centrale. Au contraire, il semble que la stratification numérique à  $\epsilon_p = 0,1$  s'accorde "étrangement bien" avec la stratification expérimentale à  $\epsilon_p = 0,6$ . On note également que l'application d'une légère rotation anti-horaire des profils numériques permet d'exhiber un bien meilleur accord entre les configurations numériques et expérimentales pour les deux valeurs d'émissivités de parois étudiées. Aussi, une hypothèse serait que les émissivités des parois en configuration expérimentale soit légèrement supérieures aux valeurs affichées, ce qui explique également l'écart (faible) de température en paroi haute illustré sur la figure 6.35b ainsi que l'écart observé sur la transition laminaire-turbulent (Cf. profils de Nusselts 6.35a). Une estimation grossière de l'émissivité apparente des parois horizontales basée sur l'écart relatif entre les profils de température numérique et expérimentale de la figure 6.35b présente une valeur de  $\epsilon_p = 0,2$ . Cette valeur d'émissivité, éloignée de la valeur  $\epsilon_p = 0,6$  pour lequel l'accord des profils de stratification est la meilleure, peut expliquer en partie les écarts notés. Cette émissivité apparente peut éventuellement s'expliquer, si cette hypothèse est validée, dans un premier temps par la tolérance associée aux films faible émissivités ( $\epsilon_p = 0,1 \pm 0,05$ ) et d'autre part, par la présence de dépôts sur les parois horizontales (surtout basse) par des éléments étrangers (ex : poussières, particules d'ensemencement pour la PIV, ...) qui modifie l'émissivité apparente des revêtements faiblement émissifs. Cette idée relevant de l'hypothèse, devra être vérifiée tant numériquement, en réalisant une simulation à  $\epsilon_p = 0,2$ , qu'expérimentalement en effectuant une mesure de l'émissivité des parois en place.

A présent, observons ce qui se passe en paroi avant. les figures 6.36 présentent les champs 2D moyens de température 6.36a et de Nusselt convectif 6.36b à la paroi avant ( $y = 0$ ), pour les configurations numériques à faible (gauche) et forte émissivité (droite). On note sur la figure 6.36a, au même titre que l'étude à  $Ra = 4 \times 10^{10}$ , la diminution de la stratification centrale de la température à la paroi avant diminue avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$ . De plus, on note également que ces profils de température sont très proches de leurs homologues à  $Ra = 4 \times 10^{10}$ , ce qui tendrait à montrer que la répartition de température en paroi avant présente une faible dépendance au nombre de Rayleigh. Cependant,

bien que les profils de température semblent en bonne adéquation pour ces deux valeurs du nombre de Rayleigh, la figure 6.36b montre un écart notable avec les champs présentés précédemment pour des Rayleigh plus faibles. En effet, on y observe une augmentation de la stratification des échanges de chaleur en paroi avant avec l'augmentation de  $\epsilon_p$  avec des échanges plus intenses dans les parties hautes et basse de la paroi, proche des zones d'impact de jet des couches limites actives et horizontales ( $z/H > 0,9$  et  $x/L_x < 0,2$ ). En outre, un élément d'autant plus marqué pour cette configuration à haut nombre de Rayleigh est la dissymétrie importante des échanges en paroi avant ( $Nu_c(z/H > 0,5) < Nu_c(z/H < 0,5)$ ) pour les deux configurations d'émissivités étudiées, avec une dissymétrie plus importante dans le cas à  $\epsilon_p = 0,6$ . Cette perte de symétrie évidente tendant à réchauffer la partie basse de la cavité est due à l'impact prépondérant du rayonnement de surface qui en faisant intervenir la température absolue brise la symétrie de la convection naturelle seule (en faisant l'hypothèse de Boussinesq).

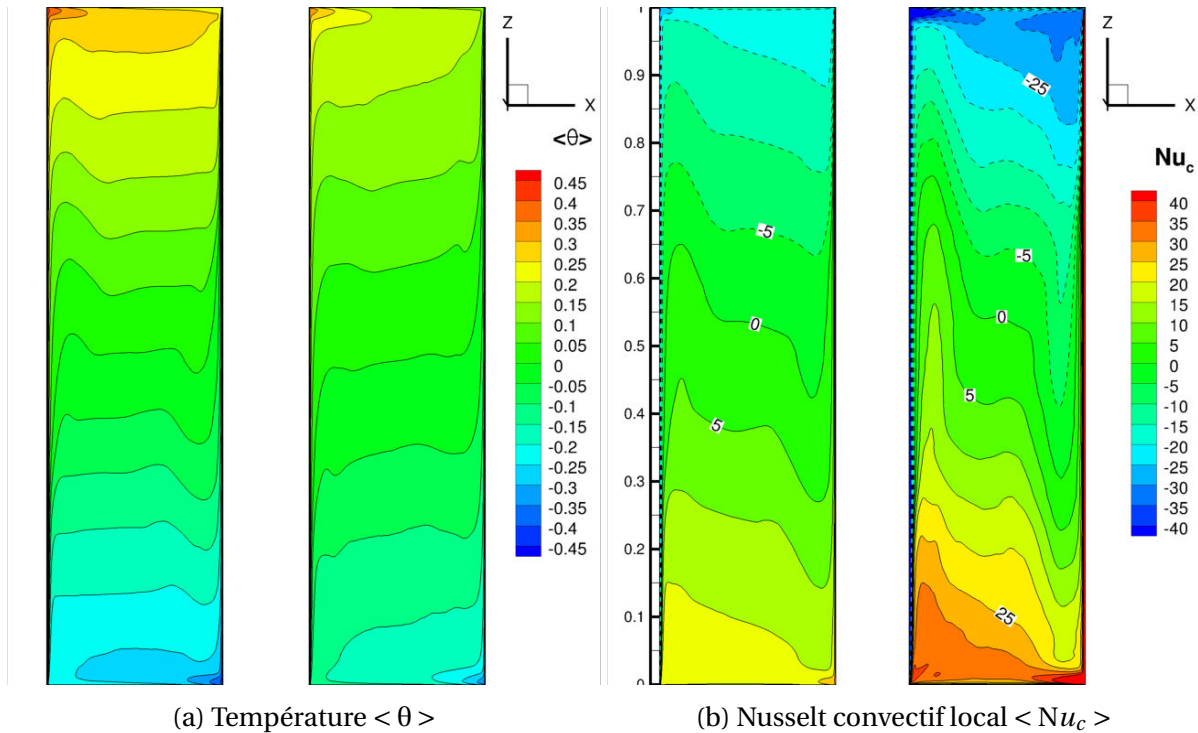


FIGURE 6.36 – Grands thermiques moyennes extraites à la paroi frontale  $y = 0$  pour les configurations *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0, 10$ ) (gauche) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0, 60$ ) (droite).

Ainsi, on peut dire que pour un nombre de Rayleigh important ( $Ra = 1,2 \times 10^{11}$ ), le rayonnement surfacique est prépondérant sur les échanges aux parois avant et arrière où il introduit progressivement une dissymétrie des échanges.

A présent, intéressons nous aux grandeurs thermiques moyennées spatialement sur les parois de la cavité ainsi que les valeurs de stratification thermique au centre de la cavité ( $S_c$ ) et de la paroi avant ( $S_f$ ). Celles-ci, présentées dans le tableau 6.18, montrent un certains nombre de phénomènes intéressants.

Considérons, dans un premier temps, les échanges moyens aux parois actives chaude (*hot*) et froide (*cold*). On observe que l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  tend à augmenter les échanges convectifs aux parois actives. Cela est dû principalement au travers de l'interaction convection-rayonnement aux parois horizontales qui affectent la localisation de la transition laminaire-turbulent aux parois actives. Ainsi, comme observé sur la figure 6.35a, l'augmentation de  $\epsilon_p$  tend à faire apparaître la transition laminaire-turbulent



plus en amont favorisant ainsi les échanges convectif en régime turbulent. De plus, on observe la présence d'un écart des échanges convectifs entre les parois chaude et froide qui tend à augmenter avec l'augmentation de  $\epsilon_p$ . Cela est dû à la dissymétrie des échanges aux parois horizontales ( $|Nu_{bottom}| \geq |Nu_{top}|$ ) ainsi qu'à l'introduction d'une dissymétrie des échanges en parois verticales qui tend à réchauffer l'écoulement en partie basse de la cavité (Cf. figure 6.36b), réduisant ainsi les échanges dans la partie basse de la paroi chaude. Cependant, nous pouvons observer que les échanges moyens le long de la ligne centrale de la paroi chaude ( $Nu_{hot}^{1D}$ ) présentent un bon accord numérique-expérimentale pour  $\epsilon_p = 0, 1$ , dont la valeur expérimentale est extraite de [Francis, 2011]. Bien que la période d'accumulation statistique ne soit pas énorme, le profil de Nusselt en figure 6.35a montre que cette valeur de  $Nu_{hot}^{1D}$  (intégral du profil en figure 6.35a) ne fluctuera que peu et restera en bon accord avec les résultats expérimentaux. Néanmoins, le flux net radiatif aux parois actives étant très stables du fait du découplage convecto-radiatif sur ces parois, nous pouvons établir que le rayonnement de surface contribue à plus de 20% des échanges globaux ( $Nu_g = Nu_c + Nu_r$ ) aux parois actives, dans les deux configurations numériques *explicites*. Cette valeur est très importante en considérant que les parois actives ont une faible émissivité de  $\epsilon_a = 0, 15$ . Aussi, il est important de noter que dans un cas applicatif tel que le bâtiment où les émissivités des parois sont de l'ordre de  $0, 8 \sim 0, 9$ , le rayonnement surfacique tend à devenir très important.

	$\epsilon_p$		$Nu_{hot}^{1D}$	$Nu_{hot}^{2D}$	$Nu_{cold}^{2D}$	$Nu_{top}^{2D}$	$Nu_{bottom}^{2D}$	$Nu_{front}^{2D}$	$Nu_{back}^{2D}$	$S_c$	$S_f$
num.	0,00	$Nu_c$	204,7	203,6	-203,4	0,0	0,0	0,0	0,0	1,32	1,34
	0,10	$Nu_c$	238,2	242,1	-243,5	-18,6	19,6	0,81	0,81	0,59	0,52
		$Nu_r$	65,3	64,7	-62,6	18,6	-19,6	-0,81	-0,81		
	0,60	$Nu_c$	252,5	255,1	-258,6	-42,0	43,9	1,4	1,4	0,46	0,36
		$Nu_r$	66,1	65,4	-61,6	42,0	-43,9	-1,4	-1,4		
exp.	0,10	$Nu_c$	$228 \pm 30$	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	$0,54 \pm 0,03$	$0,47 \pm 0,03$
	0,60	$Nu_c$	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	N.C.	$0,41 \pm 0,03$	N.C.

TABLEAU 6.18 – Grandeurs thermiques intégrées. Les données expérimentales de nombre de Nusselt et de stratification centrale sont issues de [Francis, 2011] et la stratification frontale de [Belleoud, 2015].

A présent, observons les quantités moyennées sur les parois passives présentées dans le tableau 6.18. on observe là encore une augmentation des échanges aux parois horizontales avec l'augmentation de  $\epsilon_p$ . Cependant, bien que l'émissivité est multiplié par 6, les échanges convectifs aux parois passives (issu du couplage convecto-radiatif) ne sont au mieux multipliés que par 2. Cela semble dû à l'augmentation des échanges aux parois actives (i.e. chaude et froide) qui limitent l'augmentation des échanges aux parois horizontales. De plus, on note sur les échanges aux parois verticales avant et arrière une augmentation des nombres de Nusselt convectifs moyens. Cela est dû à la dissymétrie des échanges en paroi avant (et arrière) notés sur la figure 6.36b qui introduit une valeur moyenne différente de zéro. Cette différence étant très faible, cela ne semble en rien affecter la symétrie de la stratification thermique centrale de la cavité illustrée sur la figure 6.35d.

Cependant, on note également que l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$  tends à diminuer les paramètres de stratification centrale ( $S_c$ ) et frontale ( $S_f$ ) de la cavité, comme observé précédemment sur la figure 6.35d. Cette diminution de la stratification centrale est également observée expérimentalement, qui présentent un bon accord avec les résultats numériques. On note également que l'écart  $S_c - S_f = 0,07$  est respecté pour les configurations numériques et expérimentales (hors cas adiabatique) bien qu'un biais de  $0,05$  subsiste entre celles-ci, pouvant provenir du rayonnement de gaz que nous ne considérons pas numéri-

quement dans cette étude.

Intéressons nous à présent aux champs thermiques et cinétiques au sein de la cavité. Les figures 6.37 présentent des champs 2D moyens extraits à mi-profondeur. La figure 6.37a présente le champ de température dans les configurations à  $\epsilon_p = 0,1$  (gauche) et  $\epsilon_p = 0,6$  (droite). On y observe une légère diminution de la stratification thermique avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives comme observé précédemment. On observe également que la partie haute de la cavité dans le cas à  $\epsilon_p = 0,1$  est quasi-isotherme tandis qu'une petite partie plus froide est présente dans la partie supérieure droite de la cavité pour  $\epsilon_p = 0,6$ , ce qui explique l'uniformité des profils de Nusselt à la paroi haute observée sur la figure 6.35c dans le cas  $\epsilon_p = 0,1$  et la non-uniformité présente dans la configuration  $\epsilon_p = 0,6$ . La figure 6.37b montre que le rayonnement de paroi tend à intensifier les jets horizontaux pariétaux avec l'augmentation de l'émissivité de celles-ci, favorisant les échanges convectifs près de ces parois. L'étude du flux thermique turbulent horizontal réalisée par la suite permettra d'étoffer ce dernier point. Afin de réaliser une étude plus approfondie, nous allons étudier sur les figures 6.39 les profils de vitesse verticale ainsi que leurs fluctuations à deux altitudes  $z/H$  différentes.

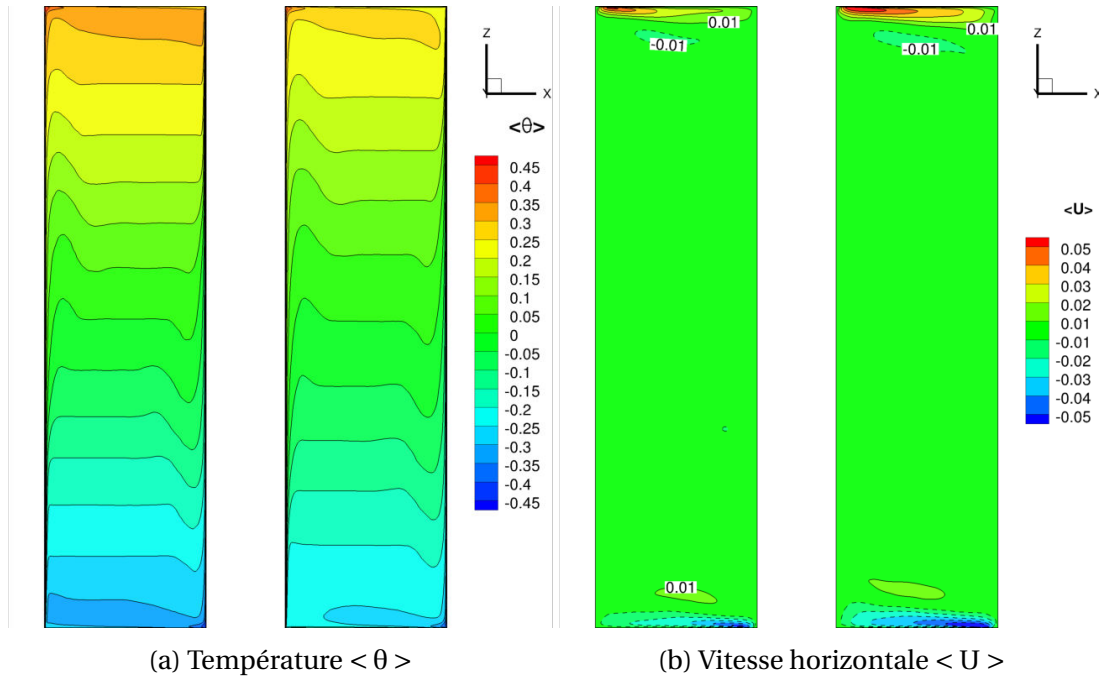


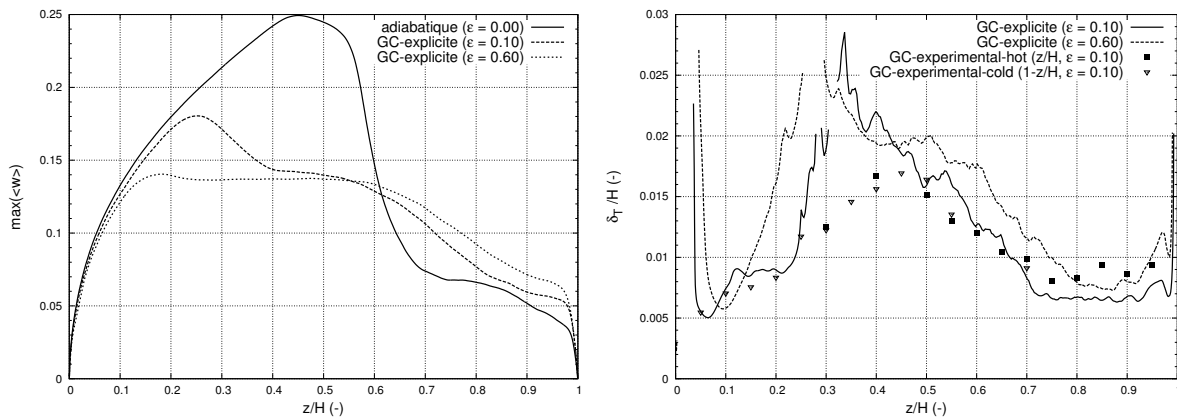
FIGURE 6.37 – Grandeurs thermiques et cinétiques moyennes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

En se focalisant sur la couche limite de la paroi chaude, on observe sur les figures 6.39a et 6.39c les profils de vitesse verticale pour  $z/H = 0,85$  et  $z/H = 0,70$  ainsi que leurs fluctuations sur les figures 6.39b et 6.39d. On observe qu'au même titre que la stratification centrale, les résultats expérimentaux pour  $\epsilon_p = 0,1$  semblent en bon accord avec les simulations réalisées pour  $\epsilon_p = 0,6$ , tant sur les valeurs moyennes que sur les RMS. En outre, on observe également que l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  tend à intensifier la zone turbulente de la couche limite chaude (et froide) au travers de l'augmentation de la vitesse maximale dans la couche limite (i.e.  $w_{max} \nearrow$ ). On note cependant dans le cas expérimental, que l'épaisseur de couche limite reste constante entre  $z/H = 0,7$  et  $z/H = 0,85$ , ce qui ne semble pas être vérifié dans les deux configurations numériques étudiées. Néanmoins, bien que des différences apparaissent dans la couche limite chaude, l'écart se creuse



dans la couche limite de la paroi froide (Cf. figures 6.39e et 6.39g) où à  $z/H = 0,7$ , les mesures expérimentales ainsi que la configuration numérique  $\epsilon_p = 0,6$  exhibent un profil de vitesse typique d'un écoulement turbulent tandis que la configuration numérique  $\epsilon_p = 0,1$  présente un début de transition laminaire-turbulent. Cet écart tend ainsi à appuyer l'hypothèse d'une émissivité de paroi passive supérieure à 0,1 pour la configuration expérimentale, bien que les différents phénomènes non pris en compte (conduction de paroi, rayonnement de gaz) puissent également influencer sur les résultats. En revanche, il est important de noter qu'à la différence de la couche limite turbulente présente à la paroi chaude, la couche limite laminaire tend à ralentir avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives. Cette observation est confirmée par la figure 6.38a qui présente l'évolution du maximum de vitesse dans la couche limite chaude le long de la paroi. On y observe que le maximum de vitesse croît jusqu'à la transition laminaire-turbulent puis décroît dans la zone turbulente. De plus, pour des côtes inférieures à  $z/H \approx 0,6$ , l'écoulement est ralenti avec l'augmentation de  $\epsilon_p$  puis accélère avec l'augmentation de  $\epsilon_p$ .

On peut observer sur la figure 6.38b le profil d'épaisseur de couche limite thermique à la paroi chaude. On y observe que la transition laminaire-turbulent y est "correctement" prédite par la simulation à  $\epsilon_p = 0,1$  vers  $z/H = 0,25$  bien que l'épaisseur maximale soit surestimée et mal positionnée. La zone comprise entre  $z/H = 0,25$  et  $z/H = 0,45$ , associée à la zone transitoire et le début de développement turbulent, présente un écart notable par rapport à l'expérimentation et correspond également à la zone où les écarts en terme de Nusselt (Cf. figure 6.35a) sont les plus notables. Cependant, on observe également que la décroissance de l'épaisseur de CL est correctement prédite par la simulation pour des altitudes supérieures à  $z/H = 0,45$ .



(a) Maximum de vitesse verticale dans la CL paroi chaude à  $y = L_y/2$ . (b) Épaisseur de couche limite thermique à la paroi chaude à  $y = L_y/2$ .

FIGURE 6.38 – Extraction au sein de la couche limite de la paroi chaude à  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015].

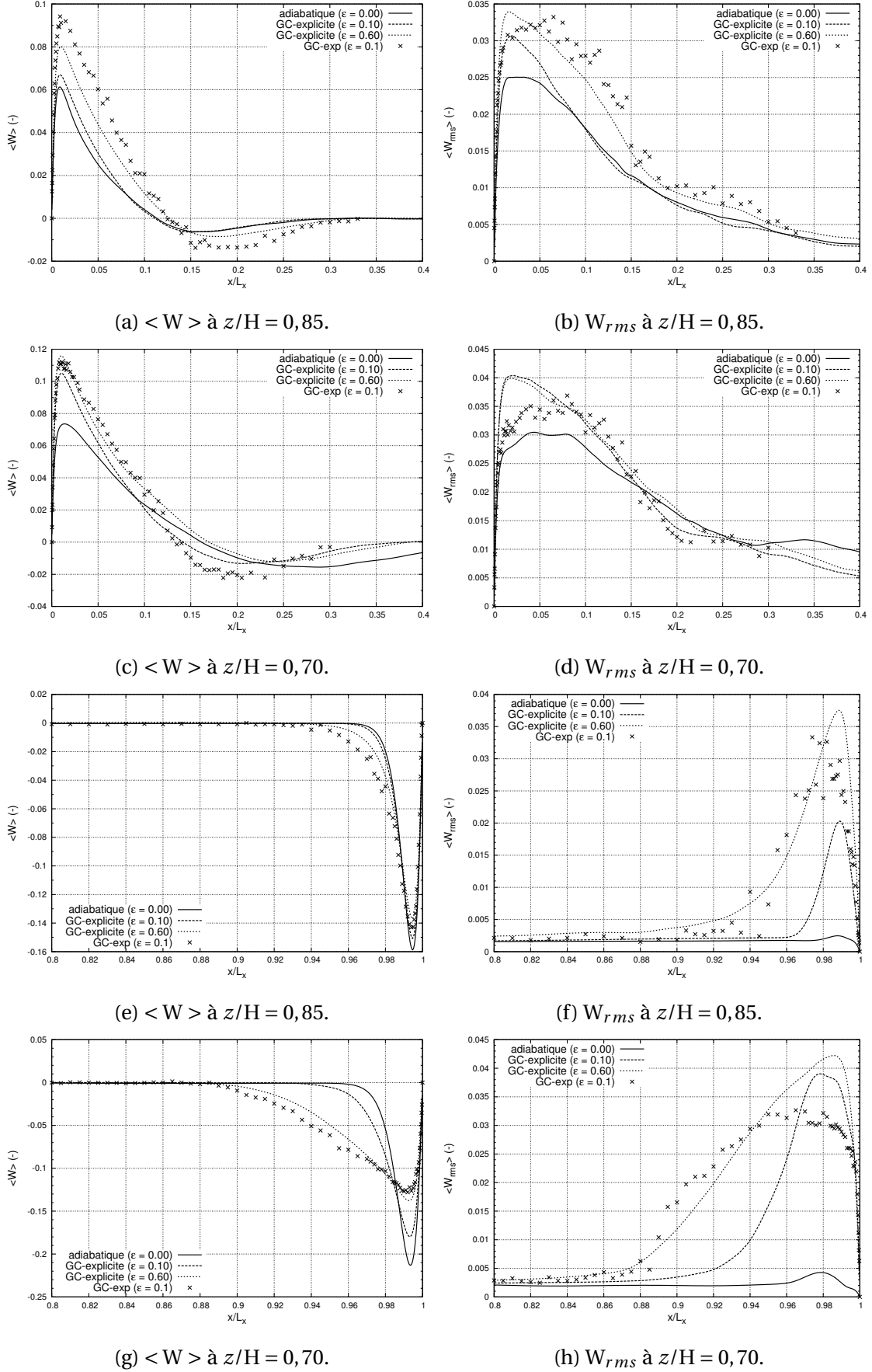


FIGURE 6.39 – Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude (a,b,c,d) et de la paroi froide (e,f,g,h). Les données expérimentales sont issues de [Bel-leoud, 2015].

En outre, des mesures couplées vitesse-température ont été réalisées pour une altitude de  $z/H = 0,75$  (Cf. [Belleoud, 2015]), permettant ainsi la réalisation de mesures de flux de chaleur turbulents vertical moyen  $\langle w'\theta' \rangle$  présenté en figure 6.40a. Le flux de chaleur turbulent vertical  $\langle w'\theta' \rangle$  montre un très bon accord entre les mesures expérimentales et la simulation pour  $\epsilon_p = 0,1$ . Cet accord sur les flux de chaleur intervient pour une côte  $z/H = 0,75$  située entre  $z/H = 0,70$  où un bon accord sur le profil de vitesse verticale et d'épaisseur de CL est obtenu (figure 6.39c et 6.38b) et la côte  $z/H = 0,85$  où des différences subviennent sur ces mêmes profils (figure 6.39a). Aussi, bien qu'il soit nécessaire de procéder à d'autres mesures, nous pouvons dire que les quantités fluctuantes et les transferts de chaleur turbulents sont correctement prédit, au vu de la bonne représentation générale des fluctuations pour ces différentes côtes (figures 6.39d et 6.39b) ainsi que du flux de chaleur turbulent présenté en figure 6.40a.

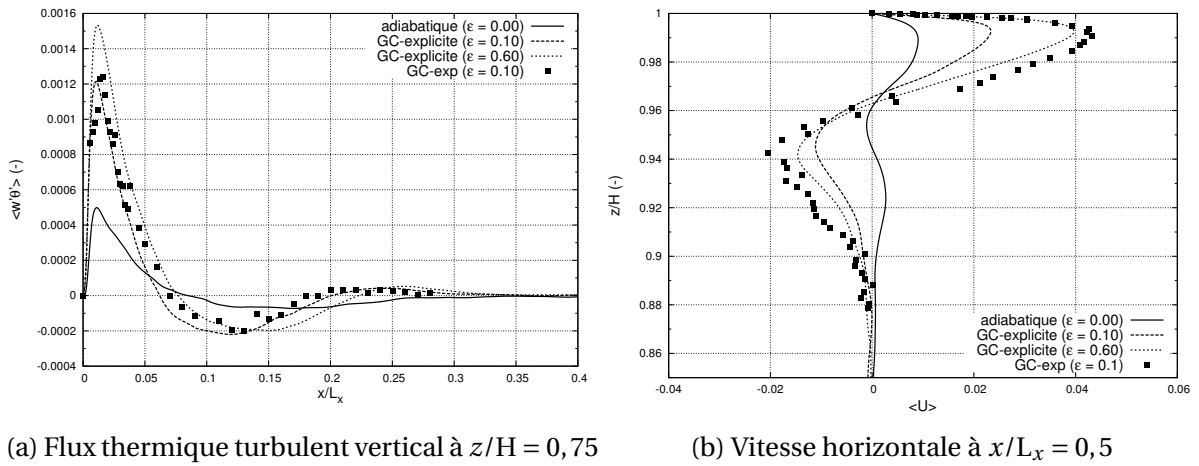


FIGURE 6.40 – Extractions de champs cinétiques et turbulents à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015].

A présent, le profil de vitesse horizontale à mi-largeur dans la CL de la paroi haute est présentée sur la figure 6.40b. Cette figure exhibe un très bon accord entre les mesures ( $\epsilon_p = 0,1$ ) et les simulation numériques pour  $\epsilon_p = 0,6$ . On observe une excellente prédiction de l'épaisseur de la couche limite ainsi que de la re-circulation avec une très bonne estimation des amplitudes de vitesse, bien que les émissivités ne correspondent pas. En outre, on note une intensification globale de la couche limite et de la re-circulation avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives, au même titre que la zone turbulente des parois actives (i.e.  $z/H = 0,7$  et  $z/H = 0,85$ ). Le tableau 6.19 présente les vitesses maximales à mi-profondeur en fonction des différents cas. On y observe que l'augmentation de l'émissivité  $\epsilon_p$  tend à augmenter la dynamique de la couche limite horizontale ( $u_{max}$ ) et diminue la dynamique globale des couches limites actives ( $w_{max}$ ). Néanmoins il est nécessaire de garder en mémoire l'évolution du maximum de vitesse au sein de la CL chaude présentée sur la figure 6.38a montrant qu'il n'est pas aussi simple d'exprimer l'impact du rayonnement sur l'écoulement.

$y = L_y/2$	$u_{\max}$	$v_{\max}$	$w_{\max}$	$Re_H(w_{\max})$
adiabatique $\epsilon_p = 0,00$	0,0328	0,0044	0,2493	121633
GC-explicite $\epsilon_p = 0,10$	0,0526	0,0046	0,1804	88017
GC-explicite $\epsilon_p = 0,60$	0,0635	0,0031	0,1412	68891
expérimentale $\epsilon_p = 0,10$	0,042	N.C.	0,14	59036

TABEAU 6.19 – Grandeurs cinétiques moyennes à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011].

La figure 6.41a met en évidence la localisation des fluctuations de vitesse horizontale principalement dans la zone turbulente des couches limites des parois actives ainsi que dans la zone d'impact du jet des CL actives pour les deux valeurs d'émissivité, bien que la configuration  $\epsilon_p = 0,6$  présente des fluctuations de vitesse horizontale le long des parois horizontales. Ces observations sont confirmées par le champ d'énergie cinétique turbulente 2D  $k' = \frac{1}{2}(u'^2 + w'^2)$  présenté sur la figure 6.41b.

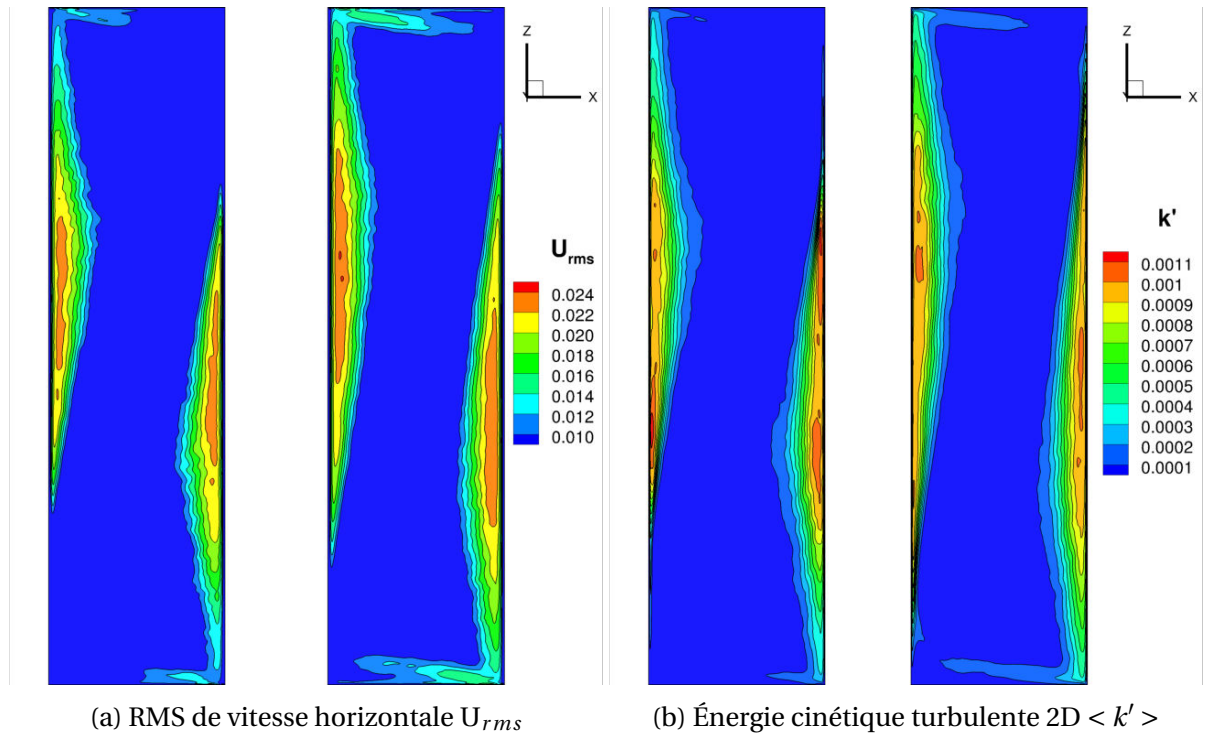


FIGURE 6.41 – Grandeurs cinétiques turbulentes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations GC-explicite ( $\epsilon_p = 0,10$ ) (gauche) et GC-explicite ( $\epsilon_p = 0,60$ ) (droite).

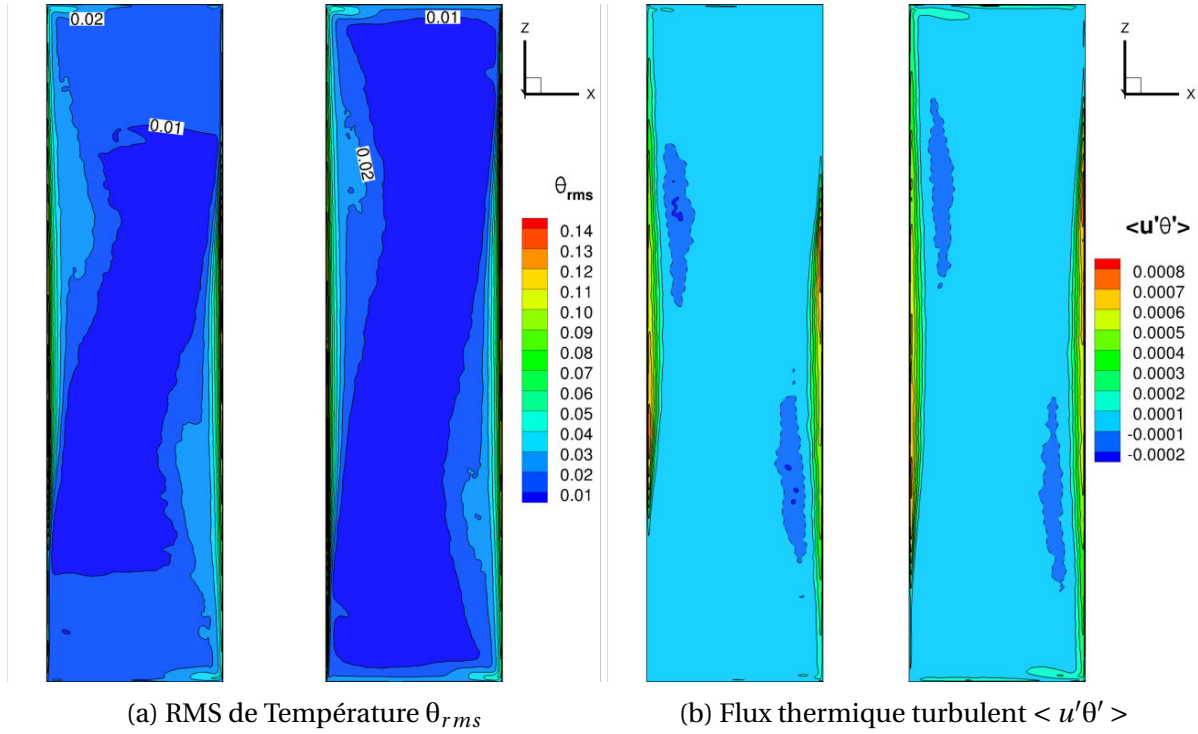


FIGURE 6.42 – Grandeurs thermiques fluctuantes extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$  pour les configurations *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0, 10$ ) (gauche) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0, 60$ ) (droite).

La figure 6.43 présente des iso-surfaces de critère  $\lambda_2$  instantané coloré par la température. Cette illustration met en évidence la localisation de la transition laminaire-turbulent qui apparait de plus en plus tôt avec l'augmentation de l'émissivité des parois passives. En outre, on observe que l'ensemble des tourbillons tendent à mourir après l'impact avec les parois horizontales dans les cas *adiabatique* et  $\epsilon_p = 0, 1$  tandis que ceux-ci tendent à être advectés par l'écoulement le long des parois horizontales dans le cas à  $\epsilon_p = 0, 6$ . Dans les faits, deux phénomènes interviennent dans ce dernier cas. Le premier est l'advection des tourbillons issus des CL des parois actives et le second est l'émergence de cellules de Bénard aux parois horizontales du fait de la plus faible (resp. forte) température de la paroi haute (resp. basse) par rapport à l'écoulement environnant. Ces structures sont ensuite advectées vers la paroi active opposée contribuant ainsi, certainement, au développement précoce de la transition laminaire-turbulent.



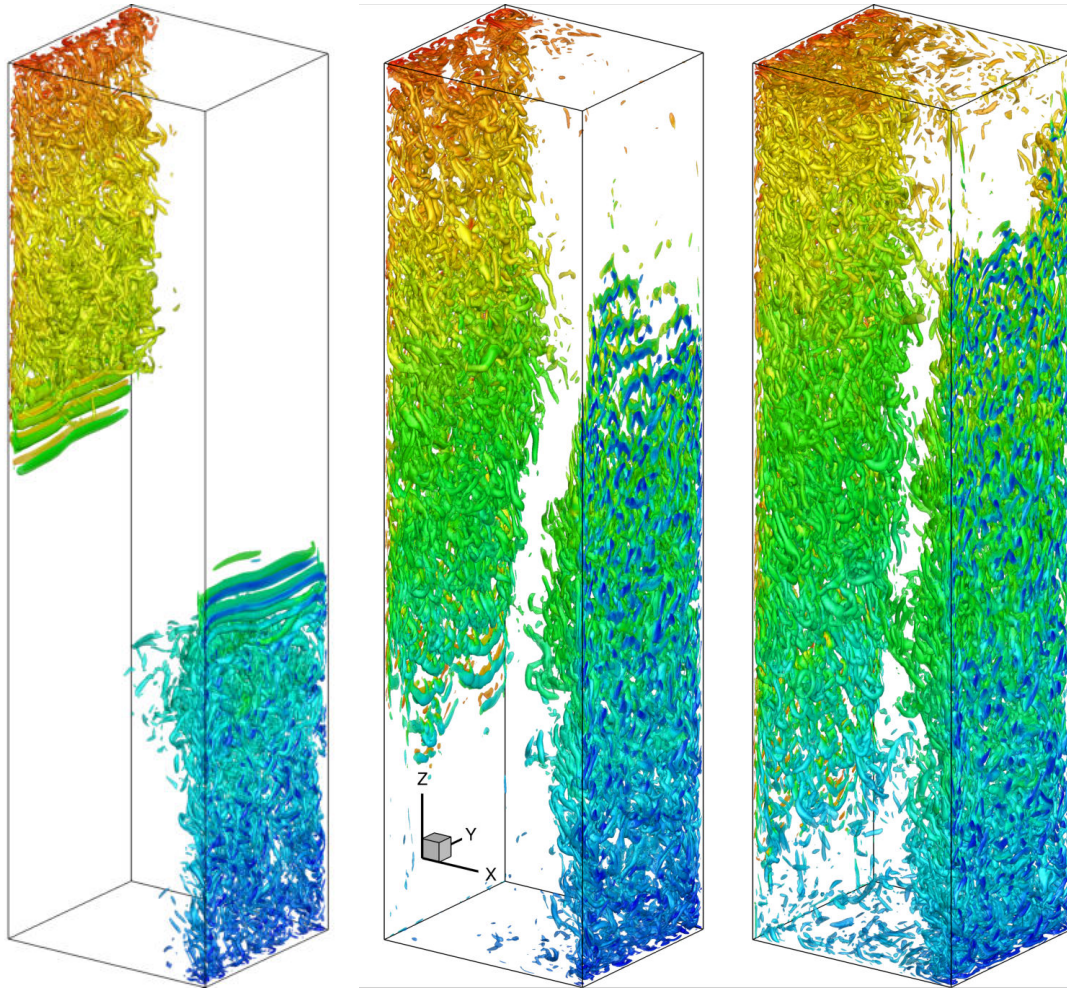


FIGURE 6.43 – Iso-surfaces de critères  $\lambda_2$  colorées par la température  $\theta$  pour les configurations *adiabatique* ( $\epsilon_p = 0, 00$ ) (gauche), *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0, 10$ ) (milieu) et *GC-explicite* ( $\epsilon_p = 0, 60$ ) (droite).

## Résumé

En résumé, nous avons mis en évidence l'impact du rayonnement surfacique sur les différentes caractéristiques de l'écoulement tant sur des aspects thermique que cinétique. Des comparaisons numérique-expérimental ont été menées et ont permis de mettre en évidence l'importance de la prise en compte du rayonnement de surface dans des configurations à haut nombre de Rayleigh.

Nous avons noté, en sus des observations formulées dans la configuration à nombre de Rayleigh de  $4 \times 10^{10}$  :

- un bon accord numérique-expérimental vis-à-vis des échanges thermiques aux parois ( $Nu_c$ )
- la présence d'un profil plat de Nusselt convectif aux parois horizontales
- que le rayonnement surfacique est dominant aux parois avant et arrière

Cependant, nous avons également mis en avant des différences telles que :

- un retard de la simulation sur la zone de déclenchement de la transition laminaire-turbulent
- une température moyenne à la paroi haute plus forte ( $\langle \theta_{z/H=1} \rangle$ )
- un écart numérique-expérimental des stratifications thermiques ( $S_{num} > S_{exp}$ )
- une surestimation numérique de l'épaisseur de CL thermique dans la zone transitoire

et partiellement turbulente de la paroi chaude

- un meilleur accord entre l'expérience à  $\epsilon_p = 0,1$  et le numérique à  $\epsilon_p = 0,6$
- une surestimation de la dynamique de CL des parois actives

Ces différences peuvent être expliquées par :

- une valeur d'émissivité des parois passives expérimentales légèrement supérieure à 0,1. Cette hypothèse peut s'expliquer par :
  - la tolérance du film faible émissivité de  $\epsilon_p = 0,1 \pm 0,05$
  - la présence possible de dépôts en surface altérant les propriétés radiative du revêtement (particules de poussières ou d'ensemencement de l'écoulement, condensation, ...)
- l'influence d'espèces absorbantes pouvant être présentes dans l'écoulement (ex : vapeur d'eau, particules diverses, ...)
- la prise en compte de la conduction interne des parois passives supposées ici parfaitement isolantes

Ces différentes hypothèses restent encore à être vérifiées tant numériquement qu'expérimentalement.

## 6.4.2 Premiers résultats concernant le rayonnement volumique

Afin d'ouvrir sur l'aspect volumique du rayonnement à haut nombre de Rayleigh en cavité à fort rapport d'aspect vertical, nous présentons ci-dessous quelques résultats préliminaires d'une simulation couplée convection rayonnement surfacique et volumique dans la configuration  $\epsilon_p = 0,1$  décrite plus haut, considérant ici une humidité relative, basée sur la température de la paroi froide  $T_f = T_{ref} - \Delta T/2$ , de 100% (résultant en  $Hr = 50\%$  au cœur de la cavité à  $T_{ref} = 19^\circ\text{C}$ ).

Les conditions appliquées au module radiatif sont identiques à celles présentées dans la section 6.3.2 ( $\kappa_{min} = 6,3 \times 10^{-7} m^{-1}$ ,  $\kappa_{max} = 570 m^{-1}$ , 8 gaz fictifs et résolution tous les 5 pas de temps), tandis que l'aspect convectif ainsi que le maillage utilisé correspond au cas *adiabatique* de la section 6.4.1 (maillage de  $450 \times 300 \times 800$  et  $\delta t = 1 \times 10^{-4}$ ). Cependant, le maillage étant fin et le problème radiatif nécessitant autant de résolution de l'ETR qu'il y a de gaz fictifs à traiter ( $\sim 8$  fois plus lent que les cas *GC-explicite* présentés dans 6.4.1), l'accumulation des champs statistiques au moment de la rédaction n'a pu se faire que sur 83 unités de temps sans dimension. Aussi les résultats présentés ici le sont à titre indicatif, bien que permettant déjà d'établir des tendances à partir des grandeurs moyennes.

Aussi, on observe, au premier abord, sur les figures 6.44 un effet négligeable du rayonnement volumique sur la paroi haute (figures 6.44b et 6.44c) ainsi que sur la stratification thermique centrale (figure 6.44d). Néanmoins, la figure 6.44a semble présenter un impact du rayonnement de gaz sur la transition laminaire-turbulent ( $z_t/H$  très légèrement en amont pour le cas volumique par rapport à la configuration surfacique) ainsi que sur l'évolution des échanges convectifs dans la zone transitoire (pente du nombre de Nusselt plus élevée dans la zone  $0,25 < z/H < 0,35$ ). Cependant cette observation est susceptible de changer, la surévaluation des échanges dans la zone  $z/H = 0,35$  tendant à se résorber avec l'accumulation temporelle.

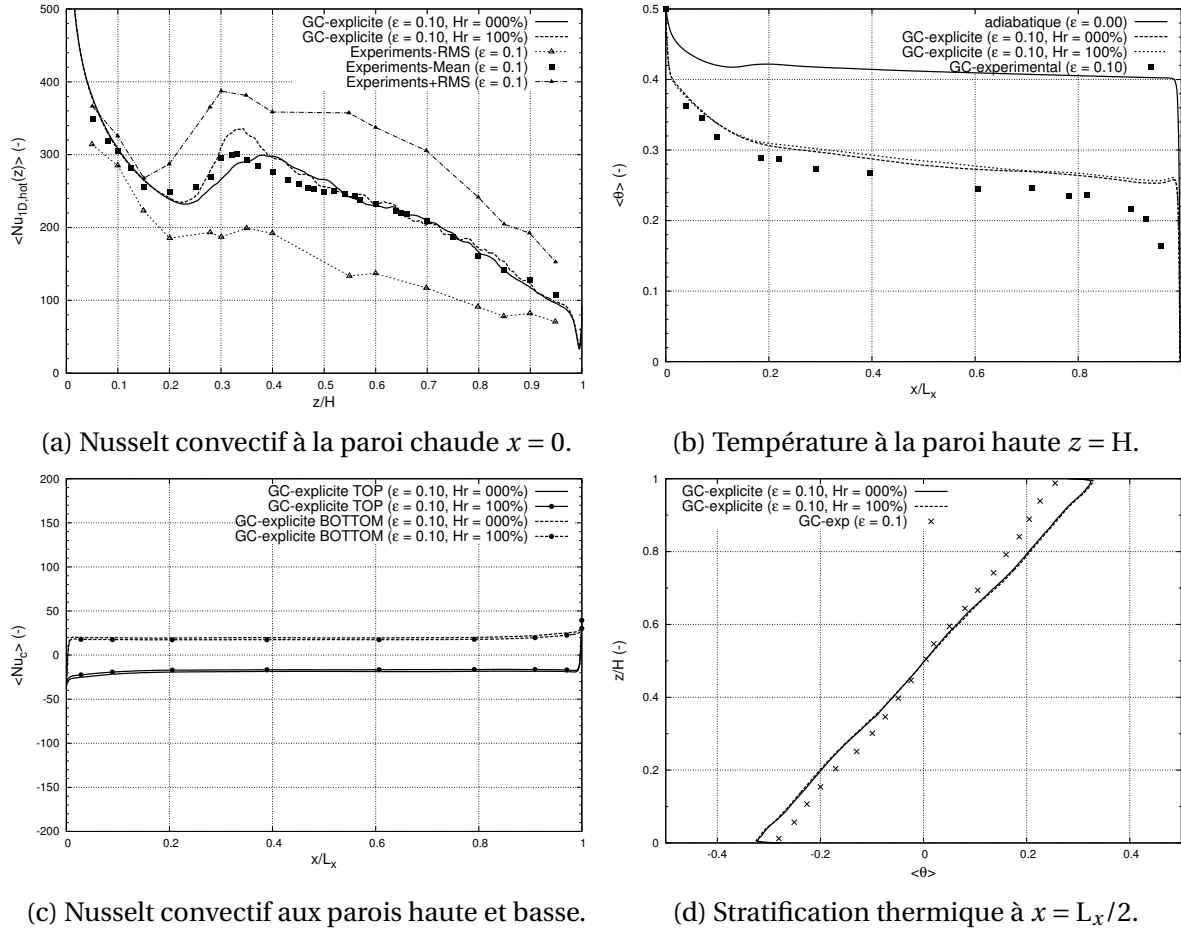
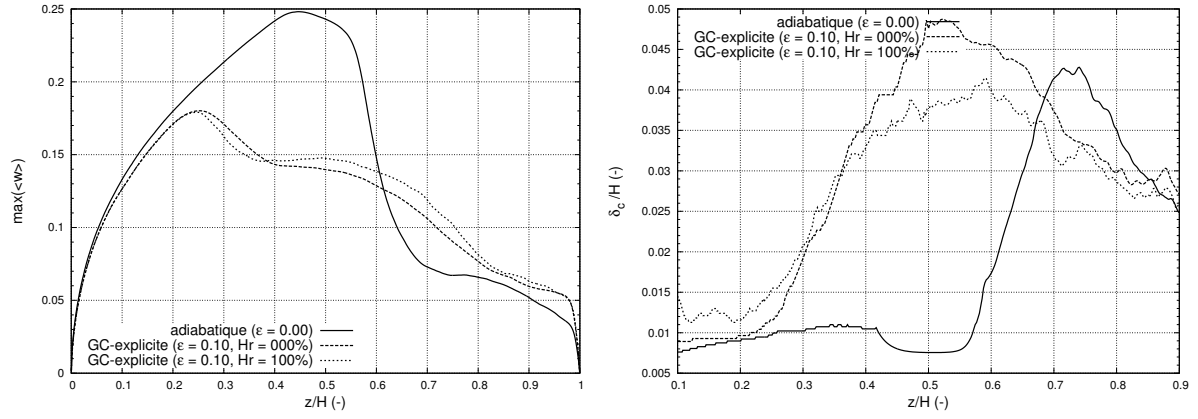


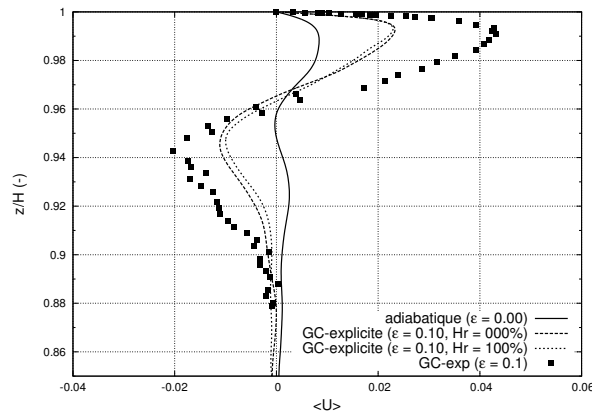
FIGURE 6.44 – Grandeurs thermiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Francis, 2011; Belleoud, 2015].

Néanmoins, les grandeurs cinétiques présentent des différences avec la configuration surfacique qui semblent peu évoluer avec l'augmentation de la période d'accumulation statistique. Aussi, on note sur la figure 6.45a une tendance du rayonnement volumique à accélérer l'écoulement dans la zone pleinement turbulente, dont l'impact rappelle celui de la configuration adiabatique ( $\epsilon_p = 0,0$ ,  $Hr = 100\%$ ) étudiée pour un nombre de Rayleigh à  $4 \times 10^{10}$  (figure 6.30a). De plus, on observe sur la figure 6.45b une augmentation de l'épaisseur de CL laminaire ainsi qu'une diminution de celle-ci dans la région turbulente. Cependant, l'impact de l'humidité ne semble que peu influencer la dynamique des CL horizontales comme illustré sur la figure 6.45c.





(a) Maximum de vitesse verticale dans la CL paroi (b) Épaisseur de CL cinétique à la paroi chaude. chaude.



(c) Vitesse horizontale à  $x/L_x = 0,5$  en CL haute.

FIGURE 6.45 – Extraction de grandeurs cinétiques à mi-profondeur  $y = L_y/2$ . Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015].

Cependant, nous observons sur les figures 6.46 que le rayonnement volumique tend à diminuer l'écart numérique-expérimental, bien que cela ne soit apparemment pas suffisant pour reculer la transition laminaire-turbulent dans la couche limite froide à  $z/H = 0,7$  illustré sur la figure 6.46d.

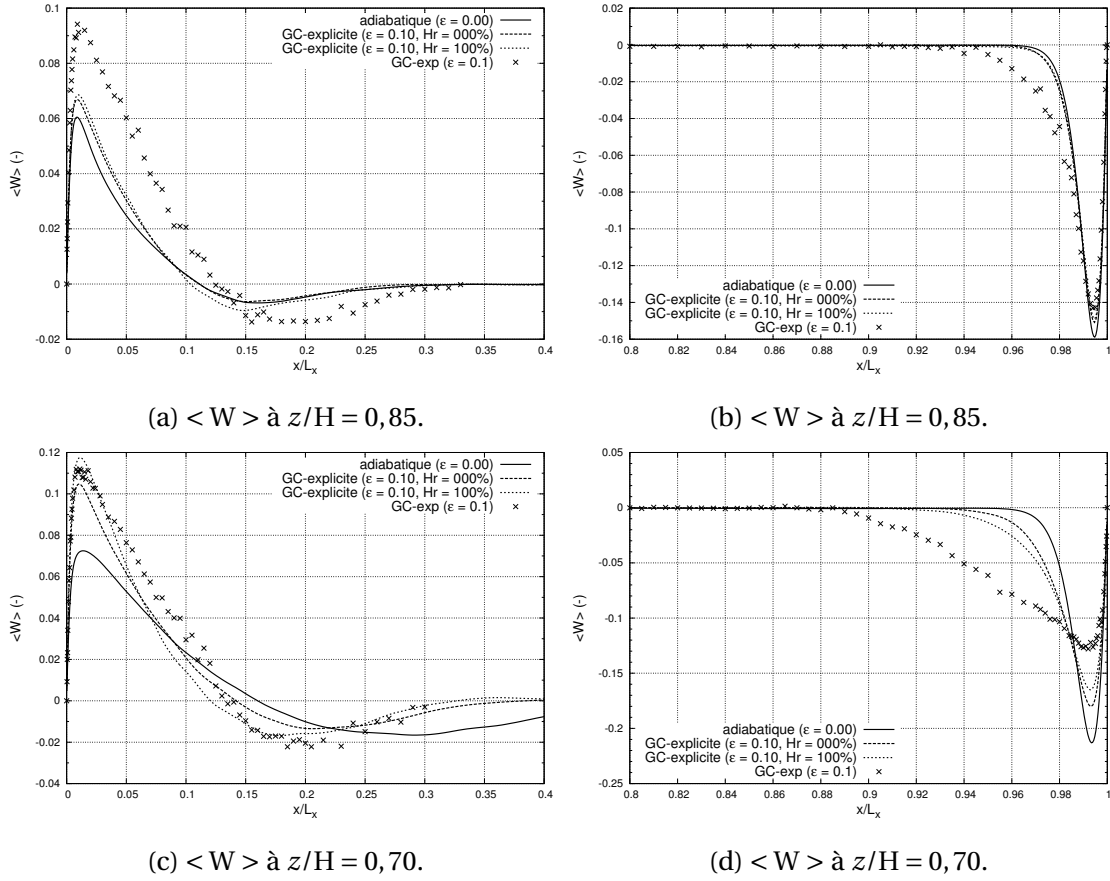


FIGURE 6.46 – Grandeurs cinétiques extraites à mi-profondeur  $y = L_y/2$ , dans la couche limite de la paroi chaude (a,c) et de la paroi froide (b,d). Les données expérimentales sont issues de [Belleoud, 2015].

Aussi, bien que l'écart de température maximale au sein de la cavité soit important, cet écart semble être plus profitable au rayonnement de surface que volumique, et ce, même avec une forte humidité relative. Cependant, notons que les résultats obtenus ne sont pas totalement convergés et considèrent également de faibles valeurs d'émissivités des parois passives qui ne contribuent ainsi que peu à l'échauffement du fluide par absorption du rayonnement émis par celles-ci. Le rayonnement émis par les parois actives étant la principale source de rayonnement au sein de la cavité.

# Chapitre 7

## Conclusions et Perspectives

*« Il ne faut avoir aucun regret pour le passé, aucun remords pour le présent, et une confiance inébranlable pour l'avenir. »*

---

Jean Jaurès

### Sommaire

---

<b>7.1 Conclusion</b> . . . . .	<b>170</b>
7.1.1 Développement des outils numériques . . . . .	170
7.1.2 Impact du rayonnement surfacique et volumique en cavité allongée à haut nombre de Rayleigh . . . . .	171
<b>7.2 Perspectives</b> . . . . .	<b>173</b>

---

## 7.1 Conclusion

Au cours de ce travail, nous avons développé deux principaux aspects de l'étude numérique des problèmes de convection naturelle en cavité différentiellement chauffée à température ambiante.

Le premier aspect concerne le développement des outils numériques nécessaires à la réalisation de simulations couplées convection-rayonnement en régime turbulent. Afin de permettre la réalisation de telles simulations, il a été nécessaire de faire appel à des outils de simulation parallèles afin d'outrepasser les contraintes de mémoire (problèmes de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de millions de cellules de calcul) et de temps de simulation prohibitifs du fait des contraintes importantes sur le pas de temps et la complexité introduite par la résolution numérique du problème radiatif. Pour cela, nous avons développé un outil de simulation couplée et massivement parallèle permettant ainsi son usage sur les machines de calculs des grands centres nationaux. Bien que la parallélisation hybride du module convectif, associé à la résolution des équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie), se base sur des méthodes classiques, le challenge a résidé dans la parallélisation puis l'hybridation du module radiatif. Aussi, le gros des efforts de développement, débogage et validation s'est porté sur le module radiatif.

Le second aspect concerne la réalisation de simulations numériques traitant du couplage convection-rayonnement à différents niveaux de représentation. Pour ce faire, des simulations considérant des problèmes de convection pure avec des conditions de flux convectif nul aux parois ainsi que des simulations traitant le couplage convection-rayonnement de surface puis volumique par l'introduction de vapeur d'eau ont été réalisées. Divers aspects du couplage tels que le traitement du couplage convection-rayonnement en parois au travers de conditions de Dirichlet sur la température ainsi que la résolution numérique de la condition d'équilibre convecto-radiatif aux parois ( $Nu_c + Nu_r = 0$ ) ont été abordés. De fait, les différentes simulations ont permis de confirmer les observations réalisées précédemment dans la littérature pour des régimes laminaires et transitoires, que nous avons été en mesure d'étendre à des régimes d'écoulements turbulents. Nous avons également mis en évidence l'impact du rayonnement sur l'écoulement et les transferts thermiques, d'autant plus important que l'émissivité des parois est importante, et qui augmente également avec le nombre de Rayleigh. En outre, des comparaisons numérique-expérimental ont été réalisées et montrent globalement un bon accord tant sur les grandeurs thermiques que cinétiques, bien que certains écarts constatés (localisation de la transition laminaire-turbulent, épaisseur des couches limites, amplitudes des vitesses) méritent une étude plus poussée.

Afin de résumer les différentes conclusions, remarques et observations faites au cours de ces travaux, nous allons détailler certains aspects importants ci-dessous.

### 7.1.1 Développement des outils numériques

Le code de simulation FISSION-RAD développé dans le cadre de la thèse pour des architectures matérielles massivement parallèle, est découpé en deux principaux modules, convectif et radiatif, dont les différents appels aux routines sont effectués au sein de la boucle temporelle du programme.

Le **module convectif** a été parallélisé par une méthode de décomposition de domaine au niveau MPI et une sous décomposition de domaine OpenMP par processus MPI. A l'exception de la résolution du problème de Poisson, l'ensemble des méthodes de résolution parallèle sont identiques au code SUNFLUIDH [Wang et al., 2013] développé au laboratoire LIMSI.

Le **module radiatif** a fait l'objet d'un développement poussé dans le but d'exhiber le plus de parallélisme possible.

Une première étape visait à mettre en évidence différentes approches de parallélisation de la méthode des ordonnées discrètes à l'aide du paradigme MPI seul. Cette étude a mis en évidence trois grandes méthodes et leurs variantes afin d'en extraire du parallélisme : (i) le pipeline logiciel (SP), (ii) la méthode de propagation de front d'onde (WF, très utilisée dans la littérature) et (iii) la méthode multi-front (MF), variante de la méthode WF. L'étude met en évidence que bien que la méthode multi-front améliorée (MF+SP) présente les meilleures performances, la méthode de propagation de front d'onde améliorée (WF+SP) est préférable du fait de sa relative simplicité de mise en œuvre par rapport à la méthode (MF+SP).

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à la parallélisation du problème radiatif considéré à l'aide du paradigme OpenMP seul. Cette étude a mis en évidence 4 grandes méthodes et leurs différentes variantes : (i) la méthode de décomposition de domaine spectral (SDP) relativement peu efficace du fait du nombre limité de gaz gris fictifs généralement employés, (ii) la méthode de décomposition de domaine angulaire (ADP/RDP) étant l'une des plus efficaces, (iii) la méthode de décomposition de domaine spatial (DDP) analogue aux méthodes employées en parallélisation MPI et (iv) la méthode de décomposition hybride (MDP) combinant les méthodes SDP et RDP. L'étude met en évidence que la méthode de décomposition hybride MDP présente les meilleurs niveaux de performances tant en "weak scaling" qu'en "strong scaling" avec une efficacité minimum de 93% sur 32 threads obtenue en strong scaling.

Enfin, la troisième étape concernait l'approche hybride MPI/openMP du module radiatif. Cette étude montre que l'introduction de l'hybridation pouvait dans de nombreux cas être contre productive (perte de performance par rapport à un cas MPI pur), comme les configurations considérant une approche DDP au niveau de parallélisation OpenMP. Cependant, il s'avère que la combinaison des méthodes MPI *WF+SP* et OpenMP *MDP* présente une amélioration des performances par rapport à une configuration MPI ou OpenMP seul, bien que le gain de l'approche hybride soit faible dans les configurations étudiées ( $\approx 39\%$  par rapport à la méthode MPI seul *WF+SP* pour 100 millions de cellules, 2048 unités de calcul et 8 threads OpenMP par processus MPI). Cependant, l'évolution des gains en performance avec l'augmentation du nombre d'unités de calcul, tend à montrer une nette amélioration des performances pour des nombres d'unités de calcul supérieurs à 2048 et des tailles de maillage plus importants.

### 7.1.2 Impact du rayonnement surfacique et volumique en cavité allongée à haut nombre de Rayleigh

Au cours de ces travaux, nous avons réalisé différentes études du couplage convection-rayonnement pour différentes valeurs : (i) du rapport d'aspect longitudinal, (ii) du nombre de Rayleigh, (iii) de l'émissivité des parois passives et (iv) de la concentration de vapeur d'eau dans le milieu.

La première étude réalisée à un nombre de Rayleigh de  $1,5 \times 10^9$  avait pour but l'étude de l'impact du rapport de forme sur le traitement implicite du couplage convection-rayonnement surfacique dans la cavité. Cette étude a montré que la diminution du rapport de forme longitudinale tend à :

- augmenter la stratification thermique centrale ( $S_c$ )
- augmenter les échanges convectifs aux parois ( $Nu_c$ )
- intensifier les fluctuations turbulentes ( $I_k$ )

En outre, dès lors que l'on compare les résultats en grande cavité en traitement *implicite* avec ceux obtenus en traitement *explicite*, cette étude montre que le rapport de forme  $A_x$  n'influe que peu sur la répartition de température des parois horizontales mais modifie conséquemment celle des parois avant et arrière. Aussi, nous pouvons considérer que le traitement implicite du couplage convection-rayonnement surfacique aux parois horizontales permet de représenter qualitativement les grandeurs thermiques et cinétiques dans le plan médian de la cavité, pour un nombre de Rayleigh donné.

La seconde étude réalisée pour un nombre de Rayleigh de  $4 \times 10^{10}$  avait pour but de mettre en évidence l'influence de l'émissivité des parois et de la concentration en vapeur d'eau sur les caractéristiques thermiques et cinétiques de la cavité. Aussi, dans la configuration traitant du rayonnement surfacique seul (couplé à la convection), nous avons observé que l'augmentation de l'émissivité des parois passives  $\epsilon_p$  pour une émissivité des parois actives de 0,15, tend à :

- augmenter les échanges convectifs aux parois ( $Nu_c$ )
- déclencher la transition laminaire-turbulent de manière plus précoce
- diminuer la stratification thermique centrale et frontale ( $S_c$  et  $S_f$ )
- diminuer le maximum de vitesse verticale ( $w_{max}$ )
- augmenter le maximum de vitesse horizontale ( $u_{max}$ )
- intensifier la turbulence ( $I_k \nearrow$ )

En outre, cette étude montre l'impact modéré du rayonnement de gaz sur les grandeurs thermiques et cinétiques. Cependant, nous avons noté que l'augmentation de la concentration en vapeur d'eau tend à :

- diminuer les échanges convectifs aux parois horizontales
- déclencher la transition laminaire-turbulent de manière plus tardive
- diminuer la stratification thermique en partie haute et basse
- augmenter la vitesse verticale et horizontale maximale ( $w_{max}$  et  $u_{max}$ )
- épaissir la couche limite dynamique

Enfin, la dernière étude réalisée pour un nombre de Rayleigh de  $1,2 \times 10^{11}$  avait pour but de réaliser une confrontation numérique-expérimental à haut nombre de Rayleigh. Un bon accord global a été noté bien que certains écarts sont observés sur :

- la localisation de la transition laminaire-turbulent (retardée dans le cas numérique)
- la stratification centrale ( $S_{num} > S_{exp}$ )
- un accord global de la simulation à  $\epsilon_p = 0,6$  avec les résultats expérimentaux à  $\epsilon_p = 0,1$

Afin d'expliquer ces écarts, diverses hypothèses ont été formulées :

- une valeur d'émissivité des parois passives horizontales légèrement supérieure à 0,1 dans la configuration expérimentale pouvant s'expliquer par :
  - la tolérance du film à faible émissivité  $\epsilon_p = 0,1 \pm 0,05$
  - la présence possible de dépôts en surface altérant les propriétés radiatives du revêtement
- l'influence d'espèces absorbantes présentes dans l'écoulement
- la prise en compte de la conduction interne des parois passives supposées numériquement comme étant parfaitement isolantes

Aussi, ces hypothèses restant encore à être vérifiées, des études futures tant numériques qu'expérimentales devront être menées afin d'identifier les causes de ces discordances.

## 7.2 Perspectives

Les perspectives associées aux aspects numériques sont :

- le passage du module convectif à un ordre d'approximation plus élevé (discrétisation d'ordre 4 par exemple) afin de diminuer l'empreinte mémoire et les temps de calculs
- de permettre l'exécution des modules convectif et radiatif en simultané (partage de tâches OpenMP) afin de masquer, autant que possible, les temps d'attente suite aux synchronisations multiples intrinsèques à la méthode radiative
- le portage du code sur architecture GPGPU afin d'étudier la faisabilité de simulations couplées à moindre coût.

Outre ces aspects numériques, il serait intéressant d'étendre l'étude numérique au sein de la grande cavité par :

- la réalisation d'une simulation à  $Ra = 1,2 \times 10^{11}$  avec des parois passives à haute émissivité ( $\epsilon_p = 0,9$ ) et la présence de vapeur d'eau, dans le but d'obtenir un couplage plus important entre rayonnement de surface et de gaz en se plaçant dans des conditions de parois plus réalistes pour les bâtiments
- l'augmentation de la distance entre les parois isothermes afin de favoriser l'absorption du gaz tout en se rapprochant là encore de configurations plus réalistes
- la réalisation de simulations, prenant en compte la convection, le rayonnement surfacique et volumique ainsi que la conduction interne aux parois, pouvant expliquer certains écarts observés par rapport aux expérimentations

Enfin, le code de calcul développé pouvant être utilisé dans d'autres domaines d'applications que l'étude de la convection naturelle en cavité différentiellement chauffée, il est possible d'ouvrir les perspectives d'études vers des problèmes différents et/ou plus complexes :

- pour des gammes de température plus élevées (configurations industrielles)
- pour des configurations géométriques et physiques différentes (cavité chauffée par le bas, chauffage à flux constant, émissivité variable sur une même paroi, ...)
- pour des configurations de double diffusion (prise en compte de polluants par exemple)

# Bibliographie

- Akiyama, M. and Chong, Q. P. (1997). Numerical Analysis of Natural Convection with Surface Radiation in a Square Enclosure. *Numerical Heat Transfer, Part A : Applications*, 32(4) :419–433.
- Balaji, C. and Venkateshan, S. P. (1993). Interaction of surface radiation with free convection in a square cavity. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 14(3) :260–267.
- Bardina, J., Ferziger, J. H., and Reynolds, W. C. (1980). Improved subgrid-scale models for large-eddy simulation. In *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Fluid and Plasma Dynamics Conference, 13th, Snowmass, Colo., July 14-16, 1980, 10 p.*, volume 1.
- Batchelor, G. K. (1954). Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures. *Quart. Appl. Math*, 12(3) :209–233.
- Behnia, M., Reizes, J. A., and De Vahl Davis, G. (1990). Combined radiation and natural convection in a rectangular cavity with a transparent wall and containing a non-participating fluid. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 10(3) :305–325.
- Belleoud, P. (2015). *Transfert de chaleur par convection naturelle en espace confiné : caractérisation de la turbulence et couplage avec le rayonnement*. PhD thesis, Poitiers, Poitiers.
- Belleoud, P., Saury, D., Joubert, P., Lemonnier, D., and Djanna, F. (2012). Experimental investigations in an air-filled differentially-heated cavity at large Rayleigh Numbers. *Journal of Physics : Conference Series*, 395(1).
- Borjini, M. N., Ben Aissia, H., Halouani, K., and Zeghmami, B. (2008). Effect of radiative heat transfer on the three-dimensional Buoyancy flow in cubic enclosure heated from the side. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29(1) :107–118.
- Bratis, J. C. and Novotny, J. L. (1974). Radiation-convection interaction in the boundary layer regime of an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 17(1) :23–36.
- Cadet, L., Sergent, A., Xin, S., Saury, D., and Joubert, P. (2014). Direct Numerical Simulation of turbulent natural convection flow at high Rayleigh numbers in a realistic differentially heated cavity. page 2285, Barcelona, Spain.
- Calmet, I. (1995). *Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique, Toulouse, France.
- Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A., and Zang, T. A. (2006). *Spectral Methods. Scientific Computation*. Springer-Verlag, Berlin.



- Capdevila, R., Lehmkuhl, O., Colomer, G., and Perez-Segarra, C. D. (2012). Study of turbulent natural convection in a tall differentially heated cavity filled with either non-participating, participating grey and participating semigrey media. *Journal of Physics : Conference Series*, 395(1) :012155.
- Chandrasekhar, S. (1960). *Radiative Transfer*. Dover Publications.
- Chandy, A. J., Glaze, D. J., and Frankel, S. H. (2007). Parallelizing the discrete ordinates method (DOM) for three-dimensional radiative heat transfer calculations using a priority queuing technique. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 52(1) :33–49.
- Chassaing, P. (2000). *Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*. Cépaduès-Editions.
- Cheesewright, R. (1986). Experimental Data for the Validation of Computer Codes for the Prediction of Two-Dimensional Buoyant Cavity Flows, in Significant Questions in Buoyance Affected Enclosure or Cavity Flows. In *ASME*, volume 60, pages 75–81.
- Clergent, Y. (2000). *Influence du rayonnement thermique sur les écoulements de convection naturelle en espace confiné*. PhD thesis, Université de Toulouse 3, Toulouse.
- Coelho, P. J. (2002). Numerical simulation of radiative heat transfer from non-gray gases in three-dimensional enclosures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 74(3) :307–328.
- Coelho, P. J. (2014). Advances in the discrete ordinates and finite volume methods for the solution of radiative heat transfer problems in participating media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 145 :121–146.
- Collin, A., Boulet, P., Lacroix, D., and Jeandel, G. (2005). On radiative transfer in water spray curtains using the discrete ordinates method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 92(1) :85–110.
- Colomer, G., Costa, M., Cònsul, R., and Oliva, A. (2004). Three-dimensional numerical simulation of convection and radiation in a differentially heated cavity using the discrete ordinates method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(2) :257–269.
- Colomer, G., Cònsul, R., and Oliva, A. (2007). Coupled radiation and natural convection : Different approaches of the slw model for a non-gray gas mixture. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 107(1) :30–46.
- de Vahl Davis, G. (1968). Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 11(11) :1675–1693.
- De Vahl Davis, G. and Jones, I. P. (1983). Natural convection in a square cavity : A comparison exercise. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3(3) :227–248.
- Denison, M. and Webb, B. (1995a). Spectral-line weighted-sum-of-gray-gases model for H<sub>2</sub>O/CO<sub>2</sub> mixtures. *Journal of Heat Transfer*, 117(3) :788–792.
- Denison, M. K. and Webb, B. W. (1993a). An absorption-line blackbody distribution function for efficient calculation of total gas radiative transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 50(5) :499–510.

- Denison, M. K. and Webb, B. W. (1993b). A Spectral Line-Based Weighted-Sum-of-Gray-Gases Model for Arbitrary RTE Solvers. *Journal of Heat Transfer*, 115(4) :1004–1012.
- Denison, M. K. and Webb, B. W. (1995b). Development and application of an absorptionline blackbody distribution function for CO<sub>2</sub>. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(10) :1813–1821.
- Djanna, F., Rouger, N., Saury, D., and Penot, F. (2008). Stratification thermique de l'air dans une cavité en convection naturelle à grand nombre de Rayleigh. In *Congrès Français de Thermique 2008*, pages 169–174.
- Draoui, A., Allard, F., and Beghein, C. (1991). Numerical analysis of heat transfer by natural convection and radiation in participating fluids enclosed in square cavities. *Numerical Heat Transfer*, 20(2) :253–261.
- Edwards, D. K. (1976a). Advances in Heat Transfer. Vol. 12 Academic, New York, pages 115–193.
- Edwards, D. K. (1976b). Molecular gas band radiation. *Advances in heat transfer*, 12 :115–193.
- Edwards, D. K. and Balakrishnan, A. (1973). Thermal radiation by combustion gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16(1) :25–40.
- Farhangnia, M., Biringen, S., and Peltier, L. J. (1996). Numerical Simulation of Two-Dimensional Buoyancy-Driven Turbulence in a Tall Rectangular Cavity. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 23(12) :1311–1326.
- Fiveland, W. A. (1982). A discrete ordinates method for predicting radiative heat transfer in axisymmetric enclosures. *ASME paper*, 82 :1–8.
- Fiveland, W. A. (1984). Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures. *Journal of Heat Transfer*, 106(4) :699–706.
- Francis, L. D. K. (2011). *Convection naturelle turbulente en cavité différenciellement chauffée à grands nombres de Rayleigh : caractérisation expérimentale des écoulements et des transferts thermiques, étude numérique du couplage convection-rayonnement*. phdthesis, ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers.
- Fusegi, T. and Farouk, B. (1989). Laminar and turbulent natural convection-radiation interactions in a square enclosure filled with a nongray gas. *Numerical Heat Transfer*, 15(3) :303–322.
- Fusegi, T., Hyun, J. M., and Kuwahara, K. (1993). Three-dimensional natural convection in a cubical enclosure with walls of finite conductance. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(7) :1993–1997.
- Fusegi, T., Ishii, K., Farouk, B., and Kuwahara, K. (1991). Natural convection-radiation interactions in a cube filled with a nongray gas. *Numerical Heat Transfer*, 19(2) :207–217.
- Gong, C., Liu, J., Chi, L., Huang, H., Fang, J., and Gong, Z. (2011). GPU accelerated simulations of 3d deterministic particle transport using discrete ordinates method. *Journal of Computational Physics*, 230(15) :6010–6022.
- Gonçalves, J. and Coelho, P. J. (1997). Parallelization of the discrete ordinates method. *Numerical Heat Transfer*, 32(2) :151–173.

- Goody, R. M. and Yung, Y. L. (1989). Atmospheric radiation : theoretical basis. *Atmospheric radiation : theoretical basis, 2nd ed., by Richard M. Goody and YL Yung*. New York, NY : Oxford University Press, 1989, 1.
- Goutiere, V., Liu, F., and Charette, A. (2000). An assessment of real-gas modelling in 2d enclosures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 64(3) :299–326.
- Gray, D. D. and Giorgini, A. (1976). The validity of the boussinesq approximation for liquids and gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 19(5) :545–551.
- Haldenwang, P. (1986). Unsteady numerical simulation by Chebyshev spectral methods of natural convection at high Rayleigh number. In *Significant questions in buoyancy affected enclosure or cavity flows*.
- Han, C. Y. and Baek, S. W. (2000). The effects of radiation on natural convection in a rectangular enclosure divided by two partitions. *Numerical Heat Transfer : Part A : Applications*, 37(3) :249–270.
- Hartmann, J. M., Levi Di Leon, R., and Taine, J. (1984). Line-by-line and narrow-band statistical model calculations for H<sub>2</sub>O. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 32(2) :119–127.
- Hottel, H. C. and Sarofim, A. F. (1967). *Radiative transfer*. McGraw-Hill.
- Howell, J. R. (1969). Application of Monte Carlo to Heat Transfer Problems. In Hartnett, T. F. I. a. J. P., editor, *Advances in Heat Transfer*, volume 5, pages 1–54. Elsevier.
- Ibrahim, A. (2010). *Couplage de la convection naturelle et du rayonnement dans les mélanges gazeux absorbants-émettants*. phdthesis, ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers.
- Ibrahim, A., Saury, D., and Lemonnier, D. (2013). Coupling of turbulent natural convection with radiation in an air-filled differentially-heated cavity at  $Ra = 1.5e9$ . *Computers & Fluids*, 88 :115–125.
- Jamaluddin, A. S. and Smith, P. J. (1988). Predicting radiative transfer in rectangular enclosures using the discrete ordinates method. *Combustion Science and Technology*, 59(4-6) :321–340.
- Jeans, J. H. (1917). The equations of radiative transfer of energy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 78(1) :28–36.
- Jin, H., Frumkin, M., and Yan, J. (1999). The OpenMP implementation of NAS parallel benchmarks and its performance. Technical report, Technical Report NAS-99-011, NASA Ames Research Center.
- Joubert, P. (2008). *Contribution à l'amélioration de la prévision des écoulements de convection naturelle turbulente en cavité*. Habilitation à diriger la Recherche, Université de la Rochelle, La Rochelle.
- Khalil, E. and Truelove, J. (1977). Calculation of radiative heat transfer in a large gas fired furnace. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 4(5) :353–365.
- Kim, T. K., Menart, J. A., and Lee, H. S. (1991). Nongray Radiative Gas Analyses Using the S-N Discrete Ordinates Method. *Journal of Heat Transfer*, 113(4) :946–952.

- Kumar, P. and Eswaran, V. (2009). A Numerical Simulation of Combined Radiation and Natural Convection in a Differential Heated Cubic Cavity. *Journal of Heat Transfer*, 132(2) :023501–023501.
- Lacis, A. A. and Oinas, V. (1991). A description of the correlated k distribution method for modeling nongray gaseous absorption, thermal emission, and multiple scattering in vertically inhomogeneous atmospheres. *J. geophys. Res*, 96(15) :9027–9064.
- Laouar-Meftah, S. (2010). *Modélisation de la convection naturelle de double diffusion dans un mélange de gaz absorbant et émettant le rayonnement*. PhD thesis, M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES.
- Laouar-Meftah, S., Cherifi, M., Lemonnier, D., and Benbrik, A. (2014). Gas radiation effects on opposing double-diffusive convection in a non-gray air-H<sub>2</sub>O mixture. *International Journal of Thermal Sciences*, 77 :38–46.
- Lari, K., Baneshi, M., Gandjalikhan Nassab, S. A., Komiya, A., and Maruyama, S. (2011). Combined heat transfer of radiation and natural convection in a square cavity containing participating gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(23–24) :5087–5099.
- Larson, D. W. and Viskanta, R. (1976). Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure. *Journal of Fluid Mechanics*, 78(01) :65–85.
- Lathrop, K. D. (1966). Use of discrete-ordinates methods for solution of photon transport problems. *Nuclear Science and Engineering*, 24(4) :381–388.
- Lathrop, K. D. (1969). Spatial differencing of the transport equation : Positivity vs. accuracy. *Journal of Computational Physics*, 4(4) :475–498.
- Lauriat, G. (1982a). Combined radiation-convection in gray fluids enclosed in vertical cavities. *Journal of Heat Transfer*, 104(4) :609–615.
- Lauriat, G. (1982b). Numerical study of the interaction of natural convection with radiation in nongray gases in a narrow vertical cavity. In *Heat Transfer 1982, Volume 2*, volume 2, pages 153–158.
- Lavallee, P. F. and Wautelet, P. (2013). Programmation hybride MPI-OpenMP.
- Le Quéré, P. (1991). Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number. *Computers & Fluids*, 20(1) :29–41.
- Le Quéré, P. (1994). An improved Chebyshev collocation algorithm for direct simulation of 2d turbulent convection in differentially heated cavities. *Finite Elements in Analysis and Design*, 16(3–4) :271–283.
- Lemonnier, D. and Le Dez, V. (2002). Discrete ordinates solution of radiative transfer across a slab with variable refractive index. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73(2–5) :195–204.
- Lesieur, M. (2008). *Turbulence in Fluids*, volume 84 of *Fluid Mechanics and its Applications*. Springer Netherlands, Dordrecht.
- Lilly, D. K. (1962). On the numerical simulation of buoyant convection. *Tellus*, 14(2) :148–172.

- Liu, F., Gulder, O. L., and Smallwood, G. (1998). Non-grey gas radiative transfer analyses using the statistical narrow-band model. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 41(14) :2227–2236.
- Liu, S., Meneveau, C., and Katz, J. (1994). On the properties of similarity subgrid-scale models as deduced from measurements in a turbulent jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 275 :83–119.
- Mergui, S. (1993). *Caractérisation expérimentale des écoulements d'air de convection naturelle et mixte dans une cavité fermée*. PhD thesis.
- Mergui, S. and Penot, F. (1996). Convection naturelle en cavité carrée différentiellement chauffée : investigation expérimentale à  $Ra = 1,69 \times 10^9$ . *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(3) :563–574.
- Mergui, S. and Penot, F. (1997). Analyse des vitesse et température de l'air en convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée à  $Ra = 1.69 \times 10^9$ . *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(14) :3427–3441.
- Mezrhab, A., Lemonnier, D., Meftah, S., and Benbrik, A. (2008). Numerical study of double-diffusion convection coupled to radiation in a square cavity filled with a participating grey gas. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 41(19) :195501.
- Modest, M. F. (1991). The weighted-sum-of-gray-gases model for arbitrary solution methods in radiative transfer. *Journal of Heat Transfer*, 113(3) :650–656.
- Modest, M. F. (2013a). Chapter 10 - The Radiative Transfer Equation in Participating Media (RTE). In Modest, M. F., editor, *Radiative Heat Transfer (Third Edition)*, pages 279–302. Academic Press, Boston.
- Modest, M. F. (2013b). Chapter 18 - The Zonal Method. In Modest, M. F., editor, *Radiative Heat Transfer (Third Edition)*, pages 585–609. Academic Press, Boston.
- Modest, M. F. (2013c). Chapter 21 - The Monte Carlo Method for Participating Media. In Modest, M. F., editor, *Radiative Heat Transfer (Third Edition)*, pages 694–723. Academic Press, Boston.
- Nicoud, F. and Ducros, F. (1999). Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, turbulence and Combustion*, 62(3) :183–200.
- Novo, P. J. (1999). Parallelization of the discrete transfer method. *Numerical Heat Transfer : Part B : Fundamentals*, 35(2) :137–161.
- Paolucci, S. and Chenoweth, D. R. (1989). Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, 201 :379–410.
- Penot, F., N'Dame, A., and Le Quéré, P. (1990). Investigation of the route to turbulence in a differentially heated cavity. In *9th Intl Heat Transfer Conference*, pages 417–422.
- Peyret, R. and Taylor, T. D. (1983). *Computational Methods for Fluid Flow*. Springer-Verlag.
- Pierrot, L., Rivière, P., Soufiani, A., and Taine, J. (1999). A fictitious-gas-based absorption distribution function global model for radiative transfer in hot gases. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 62(5) :609–624.

- Poitou, D., Amaya, J., and Duchaine, F. (2012). Parallel computation for radiative heat transfer using the dom in combustion applications : direction, frequency, subdomain decompositions, and hybrid methods. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 62(1) :28–49.
- Ramesh, N. and Venkateshan, S. P. (1999). Effect of surface radiation on natural convection in a square enclosure. *Journal of thermophysics and heat transfer*, 13(3) :299–301.
- Rothman, L. S., Gordon, I. E., Barbe, A., Benner, D. C., Bernath, P. F., Birk, M., Boudon, V., Brown, L. R., Campargue, A., Champion, J.-P., and others (2009). The HITRAN 2008 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 110(9) :533–572.
- Rouger, N. (2009). *Sensibilité de la convection naturelle en cavité différentiellement chauffée à des variations de paramètres géométriques, thermiques et massiques*. PhD thesis, Chasseneuil-du-Poitou, Ecole nationale supérieure de mécanique et d’aéronautique.
- Sagaut, P. (1998). *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible*, volume 30. Springer Science & Business Media.
- Salat, J. (2004). *Contribution à l’étude de la convection naturelle tridimensionnelle en cavité différentiellement chauffée*. PhD thesis, Université de Poitiers, Poitiers.
- Salat, J. and Penot, F. (2003). Approche expérimentale de la convection naturelle en transition turbulente dans une cavité cubique différentiellement chauffée. In *VIe Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois de Thermique des Systemes*, pages 26–28.
- Salat, J., Xin, S., Joubert, P., Sergent, A., Penot, F., and Le Quéré, P. (2004). Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25(5) :824–832.
- Saury, D., Rouger, N., Djanna, F., and Penot, F. (2009). Mesures de vitesse, de température et de flux thermique en convection naturelle en espace confiné. In *CONGRES SFT 2009*, volume 1, pages 129–134.
- Saury, D., Rouger, N., Djanna, F., and Penot, F. (2011). Natural convection in an air-filled cavity : Experimental results at large Rayleigh numbers. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38(6) :679–687.
- Selçuk, N. and Doner, N. (2009). A 3-D radiation model for non-grey gases. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 110(3) :184–191.
- Sergent, A., Joubert, P., and Le Quere, P. (2003). Development of a local subgrid diffusivity model for large-eddy simulation of buoyancy-driven flows : Application to a square differentially heated cavity. *Numerical Heat Transfer ; Part A : Applications*, 44(8) :789–810. cited By 21.
- Sergent, A., Joubert, P., Le Quéré, P., and Tenaud, C. (2000). Extension du modèle d’échelles mixtes à la diffusivité de sous-maille. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics*, 328(12) :891–897.
- Sergent, A., Joubert, P., Xin, S., and Le Quéré, P. (2013a). Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities Part II : End walls effects using large eddy simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 39 :15–27.

- Sergent, A., Xin, S., Joubert, P., Le Quéré, P., Salat, J., and Penot, F. (2013b). Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities – Part I : Reference solutions using Chebyshev spectral methods. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 39 :1–14.
- Solovjov, V. P., Lemonnier, D., and Webb, B. W. (2014). Extension of the exact SLW model to non-isothermal gaseous media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 143 :83–91.
- Solovjov, V. P. and Webb, B. W. (2000). SLW modeling of radiative transfer in multicomponent gas mixtures. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 65(4) :655–672.
- Soucasse, L. (2013). *Effets des transferts radiatifs sur les écoulements de convection naturelle dans une cavité différenciellement chauffée en régimes transitionnel et faiblement turbulent*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris.
- Soucasse, L., Riviere, P., Xin, S., Le Quere, P., and Soufiani, A. (2012). Numerical study of coupled molecular gas radiation and natural convection in a differentially heated cubical cavity. *Computational Thermal Sciences*, 4(4) :335–350.
- Soucasse, L., Rivière, P., and Soufiani, A. (2013). Monte Carlo methods for radiative transfer in quasi-isothermal participating media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 128 :34–42.
- Soucasse, L., Rivière, P., Soufiani, A., Xin, S., and Le Quéré, P. (2014). Transitional regimes of natural convection in a differentially heated cubical cavity under the effects of wall and molecular gas radiation. *Physics of Fluids (1994-present)*, 26(2) :024105.
- Soufiani, A. and Taine, J. (1987). Application of statistical narrow-band model to coupled radiation and convection at high temperature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 30(3) :437–447.
- Soufiani, A. and Taine, J. (1997). High temperature gas radiative property parameters of statistical narrow-band model for H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub> and CO, and correlated-K model for H<sub>2</sub>O and CO<sub>2</sub>. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(4) :987–991.
- Ta Phuoc, L. (1994). Modèles de sous maille appliqués aux écoulements instationnaires décollés. In *Proceedings of a DRET Conference : Aérodynamique Instationnaire Turbulente-Aspects numériques et expérimentaux*. Paris, France : DGA/DRET editors.
- Tan, Z. and Howell, J. R. (1991). Combined radiation and natural convection in a two-dimensional participating square medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34(3) :785–793.
- Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972). *A first course in turbulence*. MIT press.
- Thurgood, C. P. (1992). *A Critical Evaluation of the Discrete Ordinates Method Using HEART and TN Quadrature*, ". PhD thesis, Queen's University, Kingston, Canada.
- Traugott, S. C. (1968). On grey absorption coefficients in radiative transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 8(3) :971–999.
- Trias, F. X., Gorobets, A., Oliva, A., and Pérez-Segarra, C. D. (2013). DNS and regularization modeling of a turbulent differentially heated cavity of aspect ratio 5. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 57(1) :171–182.

- Trias, F. X., Gorobets, A., Soria, M., and Oliva, A. (2010a). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to  $10^{11}$  – Part I : Numerical methods and time-averaged flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(4) :665–673.
- Trias, F. X., Gorobets, A., Soria, M., and Oliva, A. (2010b). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to  $10^{11}$  – Part II : Heat transfer and flow dynamics. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(4) :674–683.
- Trias, F. X., Versteppen, R. W. C. P., Gorobets, A., Soria, M., and Oliva, A. (2010c). Parameter-free symmetry-preserving regularization modeling of a turbulent differentially heated cavity. *Computers & Fluids*, 39(10) :1815–1831.
- Tric, E., Labrosse, G., and Betrouni, M. (2000). A first incursion into the 3d structure of natural convection of air in a differentially heated cubic cavity, from accurate numerical solutions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(21) :4043–4056.
- Trivic, D. N. (2004). Modeling of 3-D non-gray gases radiation by coupling the finite volume method with weighted sum of gray gases model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(6–7) :1367–1382.
- Velusamy, K., Sundararajan, T., and Seetharamu, K. N. (2001). Interaction effects between surface radiation and turbulent natural convection in square and rectangular enclosures. *Journal of heat transfer*, 123(6) :1062–1070.
- Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method*. Pearson Education.
- Wang, H., Xin, S., and Le Quéré, P. (2006). Étude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(1) :48–57.
- Wang, Y., Baboulin, M., Dongarra, J., Falcou, J., Fraigneau, Y., and Le Maître, O. (2013). A Parallel Solver for Incompressible Fluid Flows. *Procedia Computer Science*, 18 :439–448.
- Welch, J. E., Harlow, F. H., Shannon, J. P., and Daly, B. J. (1965). The MAC method-a computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid-flow problems involving free surfaces. Technical report, Los Alamos Scientific Lab., Univ. of California, N. Mex.
- Xin, S., Chergui, J., Le Quere, P., and Dai, R. (2012). Turbulent 3d natural convection flows and interaction with surface radiation in air-filled cavity. page 12, Palermo, Italy. Begellhouse.
- Xin, S. and Le Quéré, P. (1995). Direct numerical simulations of two-dimensional chaotic natural convection in a differentially heated cavity of aspect ratio 4. *Journal of Fluid Mechanics*, 304 :87–118.
- Xin, S., Salat, J., Joubert, P., Sergent, A., Penot, F., and Quéré, P. L. (2013). Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities. Part III : A full convection–conduction–surface radiation coupling. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 42 :33–48.



- Yildiz, O. and Bedir, H. (2006). A parallel solution to the radiative transport in three-dimensional participating media. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 50(1) :79–95.
- Yucel, A., Acharya, S., and Williams, M. (1989). Natural convection and radiation in a square enclosure. *Numerical Heat Transfer; Part A : Applications*, 15(2) :261–277.